DELEUZE Y LAS FUENTES DE SU FILOSOFÍA **IV**

El cálculo trascendental

Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia

GONZALO SANTAYA

RAGIF EDICIONES

DELEUZE Y LAS FUENTES DE SU FILOSOFÍA **IV**

El cálculo trascendental

Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia

GONZALO SANTAYA

RAGIF EDICIONES

SERIE **DELEUZE Y LAS FUENTES DE SU FILOSOFÍA**

DIRIGIDA POR JULIÁN FERREYRA

TÍTULOS ANTERIORES

2014, Ferreyra y Soich (eds.) – Volumen I (La Almohada)

2015, Kretschel y Osswald (eds.) – Volumen II (Rajgif Ediciones)

2016, Ferreyra (comp.) – Volumen III: "Intensidades deleuzianas" (La Cebra)

DESCARGA GRATUITA:

www.deleuziana.com.ar

Cuatro causas para leer a Deleuze con sus fuentes (por Matías Soich):

Causa material: qué dice concretamente Deleuze sobre esa fuente

Causa formal: con qué aspectos de su propia filosofía asocia Deleuze a esa fuente

Causa eficiente: qué dice concretamente la fuente que suscita el interés de Deleuze

Causa final: para qué leer esa fuente con Deleuze

Santaya, Gonzalo
El cálculo trascendental : Gilles Deleuze y el cálculo diferencial : ontología e historia / Gonzalo Santaya. - 1a ed . - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : RAGIF Ediciones, 2017.
Libro digital, PDF - (Deleuze y las fuentes de su filosofía / Ferreyra, Julián; 4)

Archivo Digital: descarga
ISBN 978-987-46718-1-3

1. Filosofía. I. Título.
CDD 190

Santaya, Gonzalo
El cálculo trascendental. Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia
Buenos Aires: RAGIF Ediciones, 2017, pp. 240.
ISBN: 978-987-46718-1-3
Diseño: Juan Pablo Fernández
Correcciones: Sebastián Amarilla
Disponible en http://ragif.com.ar/ragif-ediciones/ y http://deleuziana.com.ar

Volumen IV de la serie *Deleuze y las fuentes de su filosofía*,
dirigida por Julián Ferreyra

RAGIF Ediciones
Dirección postal: Paraguay 3745 3º B (1425) CABA – Argentina

Este libro ha sido producido en el marco del proyecto UBACyT 2016-2018 (20020150200074): “La filosofía y sus fuentes: los caminos cruzados de Spinoza, Fichte y Deleuze”

A la deleuziana

A Mariano y Sofía

ÍNDICE

PRÓLOGO
CÓMO HACER CONCEPTOS CON NÚMEROS

La lectura de *Diferencia y repetición* puede resultar una experiencia frustrante. A nadie que se haya asomado a esas páginas se le escapa la extrema complejidad de la primera obra en la que Deleuze habla explícitamente en nombre propio. Incluso parece que el propio autor no era del todo ajeno a ese sentimiento. Así lo expresa en una carta a su amigo François Châtelet: "¡Ah! mi tesis, es una sopa donde todo nada (lo mejor debe estar en el fondo, pero es lo que menos se ve)".[1] ¡Qué queda entonces para los pobres mortales que intentamos comprender cómo funciona esa monstruosa máquina conceptual! No ofreceremos aquí ninguna respuesta novedosa. Solo estudiar y estudiar.

A eso nos dedicamos hace años con *la deleuziana* (como llamamos entre nosotros al grupo de investigación que integramos). En esa tarea, más de una reunión de trabajo nos dejó a todos en un estado de perplejidad similar al que expresaba su autor en la carta citada, preguntándonos si comprendemos más o menos que antes. Llevamos poco más de diez años de inmersión continua

[1] Deleuze, Gilles, *Cartas y otros textos*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2016, p. 31.

en ese libro imposible (pero, en nuestra opinión, indispensable) y los índices de perplejidad tienen sus alzas y sus caídas. Las hipótesis de lectura se van sucediendo, cambiantes, siempre provisorias. Pero a fuerza de leer y releer, a veces, algo de ese fondo donde estaría lo mejor emerge. Quizás sea como dice Deleuze en una de sus clases de los años 80:

> Cuando alguien dice que los filósofos son difíciles, es porque no quiere leer diez veces la misma frase o porque no sabe dónde cortar el texto. Evidentemente, para leer diez veces la misma frase, no hay que atenerse al punto, es preciso tener un vago sentimiento de lo que forma un grupo de proposiciones. Desde entonces basta con releerlas diez veces. Es límpida, la filosofía es verdaderamente la luz pura, no pueden encontrar algo más claro que la filosofía.[2]

En efecto, muchas veces la discusión en el seno del grupo comienza tratando, colectivamente, de llegar a ese “vago sentimiento de lo que forma un grupo de proposiciones”. Luego, siguiendo el consejo del maestro, hemos leído y releído cada frase.

Pero no siempre alcanza con eso. Muchas veces es necesario ir más atrás para ver algo de ese fondo invisible. Como bien saben sus lectores, los textos deleuzianos abrevan abundantemente no sólo en la historia de la filosofía, sino también en la de las artes y las ciencias. Ahora bien, los usos que Deleuze hace de sus fuentes no suelen tener en cuenta la posible (incluso muy probable) ignorancia del lector respecto de los temas mencionados. El filósofo utiliza numerosos “intercesores” para construir sus conceptos, y muchas veces construye rápidamente interpretaciones originales a partir de ideas que sólo expone parcialmente. Es como si no tuviera tiempo de explicarnos todos los presupuestos de lo que dice. Esta situación se agrava notablemente si tenemos en cuenta que a menudo los autores y líneas de pensamiento referidos no figuran entre los canónicos. En esos casos no hay saber previo que pueda socorrernos. Queda entonces en el lector desplegar lo plegado, desenrollar lo enrollado, desenvolver lo envuelto en los pasajes en que Deleuze se nutre de otros sistemas de pensamiento. De ahí el método que nuestro grupo de investigación se dio y que se despliega en la colección *Deleuze y las fuentes de su filosofía*. Cada vez que el filósofo menciona una obra oscura, no trabajada (o muy poco) en la bibliografía especializada, dedicamos por lo menos un encuentro a ver de qué se trata en esa referencia (bajo la guía de uno de nosotros, encargado de la exploración bibliográfica para luego compartir con los demás el botín). Los libros que venimos publicando son, en gran medida, fruto de esas investigaciones múltiples.

Aunque a veces resulta difícil resistir la tentación de tomar algunas fuentes como la llave mágica que abrirá todas las puertas del sistema deleuziano (en más de una ocasión hemos tenido esa sensación), no buscamos en esos textos extraños una interpretación global y definitiva de su filosofía (difícilmente la haya, como demuestra la abundante y divergente literatura secundaria). Cada

[2] Deleuze, Gilles, *El saber. Curso sobre Foucault. Tomo I*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2013, pp. 151-152.

autor estudiado aporta una luz nueva, que ilumina algún aspecto del pensamiento de Deleuze. Pero como al enfocar un aspecto se oscurece otro, el trabajo se relanza.

En el transcurso de esa exploración han aparecido líneas de investigación que al ser profundizadas van dibujando interpretaciones ancladas en diversos campos del pensamiento filosófico. En el caso del libro que nos ocupa, ese campo es el de la filosofía trascendental, venerable tradición inaugurada por Kant, con quien Deleuze mantiene a lo largo de su obra un diálogo pleno de tensiones, algunas de las cuales son exploradas aquí. Dentro de ese gran marco, el autor ingresa a la especulación trascendental a partir de un tema particularmente árido del pensamiento deleuziano: su relación con la matemática. Más específicamente se trata de la utilización del cálculo diferencial en la teoría deleuziana de la Idea, desplegada en el capítulo cuarto de *Diferencia y repetición*.

Fiel al método de *La deleuziana*, Gonzalo Santaya sigue las pistas que el propio Deleuze deja en el texto, pero también se aventura más allá en la apasionante historia del cálculo diferencial y sus relaciones con la historia de la filosofía. En efecto, la historia que ofrece el libro se retrotrae a los precursores griegos para llegar, a través de distintos rodeos, a las investigaciones del siglo XX. El autor se mueve por estos laberintos especulativos con gran solvencia y, para beneficio del lector, notable claridad. Asistimos así al desarrollo de una doble serie histórica: la “historia oficial” del cálculo, que gravita alrededor de figuras tan notables como Leibniz y Newton, entre otros; y la “historia esotérica”, que tiene como protagonistas a tres filósofos-matemáticos mucho más oscuros: Bordas-Demolin, Maimon y Wronski. Santaya repone pacientemente los debates que van dando forma al cálculo diferencial y prepara el terreno, en los dos primeros capítulos, para llegar en el tercero al punto que más nos interesa: el de la intersección de ambos linajes históricos y su devenir-ontología en la teoría deleuziana de la Idea.

Como el propio autor aclara en la introducción, el libro puede ser comprendido como un largo comentario a unos pocos párrafos del capítulo cuarto de *Diferencia y repetición*. Párrafos oscuros, en los que se condensa la “síntesis ideal de la diferencia” y los tres momentos de su génesis estática: lo indeterminado, lo determinable y la determinación. La complejidad de ese desarrollo obliga a una lectura particularmente minuciosa. Atento a esa exigencia, Santaya trata las fórmulas y conceptos que Deleuze va proponiendo en esas líneas como si fueran ovillos de lana que, lenta y pacientemente, hay que ir desenrollando. Sucede aquí como en aquella experiencia infantil relatada por Walter Benjamin, que René Scherer utiliza ingeniosamente para explicar el concepto de *devenir* en Deleuze.[3] En una muestra de temprana capacidad para el asombro filosófico, el niño Benjamin se sorprendía frente a un objeto cotidiano: un par de calcetines guardados de modo tal que uno queda adentro de una especie de bolsa formada por el otro. Al meter la mano en el curioso (aunque habitual) dispositivo y sacar el calcetín que está adentro, todos sabemos lo que sucede: la

[3] *Cf.* Schérer, René, *Miradas sobre Deleuze*, trad. Sebastián Puente, Buenos Aires, Cactus, 2012, pp. 58-59.

bolsa formada por el otro desaparece. Pero lo que aparece mágicamente en este acto es un par de medias que podemos usar para protegernos los pies. Extraña metamorfosis que resulta de haber metido la mano en un lugar que, para un niño curioso, no puede ser más que desconocido. Del mismo modo, este libro profundiza el trabajo con las fuentes deleuzianas metiendo la mano en unos cuantos "pares de calcetines" contenidos en esas pocas páginas de *Diferencia y repetición* (sin perjuicio de acudir a otras obras deleuzianas en las que el filósofo vuelve sobre el cálculo como máquina para crear conceptos). Si después de las primeras lecturas esas páginas pueden seguir pareciendo en gran medida oscuras, la paciente mano de Santaya saca de allí unos cuantos pares de medias que, de ahora en adelante, podremos utilizar. Si aprendemos a usarlos, ya no nos saldrán tantas ampollas en los pies al transitar los sinuosos laberintos de lo virtual deleuziano.

Pero al seguir el recorrido aquí propuesto el lector no sólo se arma con algunas herramientas fundamentales para comprender el singular idealismo del capítulo cuarto de *Diferencia y repetición*. Es que la teoría de la Idea allí desplegada resulta fundamental para comprender otros conceptos célebres del autor, como lo virtual, el campo trascendental, rizoma, máquina abstracta, acontecimiento, devenir-revolucionario, y otros. Y en un sistema como el deleuziano, en donde todo se conecta con todo, no es sólo la ontología especulativa lo que está en juego. En efecto, todo estudioso de la obra deleuziana reconocerá en las páginas que siguen el origen matemático de muchos de los conceptos que pueblan sus reflexiones en

torno de lo político, lo social, lo artístico, etc. Tal es el caso de nociones que se repiten una y otra vez en sus escritos, como singularidad, diferenciación, integración, potencialidad, etc. Este particular uso deleuziano de conceptos matemáticos ha engañado a muchos críticos, que creyeron encontrar allí un abuso de metáforas científicas en la obra del francés. Más de uno diría (y se ha dicho): mucha poesía y poco rigor. Las páginas que siguen demuestran, sin embargo, que hay una apropiación coherente, novedosa y rigurosa de las matemáticas en la obra de Deleuze. De modo que el abordaje que aquí se propone no sólo permite una comprensión más acabada de las complejidades ontológicas y trascendentales de *Diferencia y repetición*, sino que abre la posibilidad de comprender con mayor rigor (aunque no sin poesía) otros pasajes más visitados de la obra deleuziana, como sus teorías del devenir, la máquina de guerra, la literatura menor, y otros. Aunque no aborde directamente estos temas, el trabajo de Santaya abre la posibilidad de un desarrollo muy prometedor de las múltiples conexiones implicadas en el aspecto matemático del empirismo trascendental. Y una vez más, nos confirma la importancia del trabajo con las fuentes de la filosofía deleuziana, sin importar qué tan oscuras sean.

Rafael Mc Namara

INTRODUCCIÓN

Las cosas (objetos, individuos, ideas, cualidades, lugares, eventos, etc.) pueden aislarse y considerarse separadamente en la experiencia o en el pensamiento en virtud de su unidad intrínseca o del carácter acabado con el que se nos manifiestan. Pero para cada cosa así aislada hay siempre otras cosas (objetos, individuos, ideas, cualidades, lugares, eventos) con las que, de hecho, está en relación, y aún otras con las que puede, por derecho, estarlo. La experiencia y el pensamiento consisten en estas cosas, tanto en sí mismas como en sus relaciones con otras.

Estos podrían ser los principios filosóficos de un falso empirismo, ese que Gilles Deleuze llamó alguna vez "empirismo simple":[1] el pensamiento que se da "ya hechas" las experiencias que analiza, permaneciendo en el elemento de la sensación de una conciencia de hecho. Con esto se esquiva un importante problema: ¿cómo surge, cómo *se hace* la experiencia?

Hacer frente a este problema implicará afirmar que para cada cosa que pueda aislarse en la experiencia o el pensamiento, y para cada relación existente entre esas co-

[1] Deleuze, Gilles, *"L'immanence, une vie…"*, en Deleuze, G., *Deux régimes de fous et autres textes*, París, Les éditions de Minuit, 2003, p. 359.

sas aislables en la experiencia o el pensamiento, existen *relaciones primeras* que producen y sostienen esas cosas y esas relaciones segundas. Aquellas relaciones son de otro estatus que éstas, porque sus términos no son ya cosas aisladas o aislables, sino elementos inseparables de la relación que los comunica, y cuya consideración exige, por eso, una lógica diferente de la que nos inculcan la experiencia y el pensamiento habituales. El desarrollo de esta lógica forma parte de la agenda del *empirismo trascendental* –legado filosófico de Deleuze–, el sistema desde el que criticamos al empirismo simple, y cuyo primer principio es la diferencia. Llamar "diferencia" a un primer principio es tan paradójico como llamar "empirismo trascendental" a un sistema filosófico. ¿Cómo pensar la diferencia en tanto *principio*?, ¿cómo es el ámbito trascendental que ella describe?, ¿cuál la experiencia con la que está esencialmente conectada? Deleuze nos da sobre esto una extraña imagen: "en lugar de una cosa que se distingue de otra cosa, imaginemos una cosa que se distingue –y sin embargo, *aquello* de lo que se distingue no se distingue de ella".[2] *Aquello* de lo que la cosa se distingue sería así un fondo indiferenciado, sobre cuya indiferencia la cosa se recorta y destaca, pero sin que ella subsista como tal desde la perspectiva de ese fondo. Ahora bien ¿cómo se da este recorte?, ¿bajo la guía de qué procesos?, ¿impulsada por cuáles fuerzas?, ¿sostenida por qué tipo de mecanismos?, ¿en virtud de qué clase de *indiferencia*…? Frente a esta imagen, que pretende valer para cada cosa pensable y experimentable,

[2] Deleuze, G., *Différence et répétition*, París, PUF, 1968, p. 43. Todas las traducciones de las referencias a esta obra en este trabajo son nuestras.

es preciso acotar el dominio de la indagación: este libro se centrará en la matemática. Si x es un número "cualquiera" (pasible de ser pensado tanto aisladamente como también en relación con otro número y –del que sin embargo se distingue), ¿qué es dx?

A decir verdad, aquí no proponemos más que elaborar un comentario a unas pocas páginas muy enigmáticas de un libro muy complejo. Se trata de los párrafos 4 a 10 del capítulo IV de *Diferencia y repetición* de Deleuze, "Síntesis ideal de la diferencia".[3] Allí se presenta una propuesta ontológica centrada en una teoría de la Idea, que desarrolla sus momentos a partir de una serie de nociones tomadas de la historia del cálculo diferencial. Dentro del cuantioso y variado conjunto de referencias y fuentes filosóficas, artísticas y científicas de las que Deleuze se sirve en el desarrollo de su obra, el cálculo diferencial goza entonces de una posición textual privilegiada, que basta para afirmar la importancia capital (sin entrar todavía en consideraciones sobre el sentido) que la matemática posee en su filosofía.

Sin querer renunciar a ser exhaustivas y claras, es inevitable que mucha complejidad y cierto enigma perduren aún en estas páginas. Se hace por eso necesario

[3] Más allá de este recorte textual, pretendemos mantener en el horizonte de estas páginas la totalidad de *Diferencia y repetición*. Si bien ésta es nuestra fuente de referencia principal, podrán hallarse también –en distintos puntos del desarrollo– referencias a fragmentos de otras obras de Deleuze (*Mil Mesetas, La filosofía crítica de Kant, El bergsonismo, El pliegue, ¿Qué es la filosofía?*), en la medida en que resultan pertinentes para echar luz sobre problemas o nociones específicas, y bajo la convicción de que existe una continuidad en el tratamiento de estas nociones y problemas a través de dichas obras.

no perder de vista el rumbo propuesto, a saber: presentar una explicación del concepto deleuziano de Idea a partir de su caracterización mediante el cálculo diferencial, reponiendo y aclarando nociones no explicitadas en el curso de *Diferencia y repetición*, pero fundamentales para iluminar un momento tan oscuro como importante de esa obra. Este complejo pero modesto objetivo se funda en una convicción profunda acerca de la relevancia y la potencia de la filosofía deleuziana en nuestra contemporaneidad, y más aún, acerca de la relevancia y la potencia del discurso ontológico, que puede y debe todavía tener mucho que decir a las ciencias y las artes, a la historia y a la praxis, a los estudios culturales, de género, a la psicología, a la pedagogía, al derecho, a la economía política… pues, por su parte, estas disciplinas –y sus problemas específicos– no dejan de tener mucho que decir a la ontología, y mal haría la pura indagación del "ser en tanto ser" si pretendiera desentenderse de ellas.

La tesis principal desarrollada en este libro puede resumirse del siguiente modo: la Idea (que también llamaremos multiplicidad o variedad) es un complejo continuo de coexistencia de múltiples *órdenes de variabilidad*, conectados entre sí mediante relaciones de *determinación recíproca*, y a los que corresponden *determinaciones singulares*; este complejo –definido por *elementos* y *relaciones diferenciales* que lo pueblan, y que engendran y comunican sus determinaciones– constituye una *estructura virtual* que se actualiza en los diversos existentes del mundo efectivo y sus relaciones, es decir, en la *experiencia* (en el más amplio sentido que le quepa a esta palabra). El

mundo actual o efectivo se distingue de la Idea, pero la Idea arrastra consigo al mundo actual en su continuidad indiferenciada –aunque diferentiada. Pretendemos aclarar en el curso de estas páginas todo este despliegue de conceptos y vocabulario técnico, que por ahora no puede decirnos demasiado.

Perspectivas metodológicas

No obstante la mencionada importancia del cálculo en *Diferencia y repetición*, las páginas que se han dedicado a dilucidar el rol de la matemática en esta obra son escasas en relación a lo mucho que se ha escrito y se escribe sobre Deleuze en la actualidad. A esto se añade que algunas de ellas critican la utilización deleuziana de conceptos matemáticos desde una postura que no comprende ni se esfuerza por comprender la filosofía deleuziana y su relación con las ciencias (así lo hacen, por ejemplo, Sokal y Bricmont en su obra *Imposturas intelectuales*,[4] y Vladimir Tasic en *Una lectura matemática del pensamiento posmoderno*).[5] Contra estas posturas, pretendemos mostrar que, en

[4] Sokal, Alan, y Bricmont, Jean, *Imposturas intelectuales*, Barcelona, Paidós, 1999, p. 157 y ss. De acuerdo con estos autores, el uso que Deleuze hace de las nociones científicas a que apela a lo largo de su obra es oscuro, refleja una profunda ignorancia acerca del uso científico o "técnico", habitual de dichas nociones, y es, en definitiva, absolutamente inconducente. Pero su labor crítica consiste en una recopilación de citas de la obra deleuziana: ejercicio en el que agotan su exégesis, sin pretender dar jamás una visión de la filosofía de Deleuze, ni una explicación de las nociones científicas citadas por éste, con lo cual el carácter de sinsentido de esas nociones en esta filosofía es simplemente enunciado, pero nunca argumentado. Aun peor, a causa de la completa falta de esfuerzo interpretativo que manifiestan los autores respecto a las citas que toman, ocurre que ellos pecan del mismo vicio metodológico de que acusan a Deleuze (y a muchos otros autores de lo que llaman, muy a la ligera, "posmodernidad"): hablar fuera de contexto y sin conocimiento de aquello que acusan.

[5] Tasic, Vladimir, *Una lectura matemática del pensamiento posmoderno*, Buenos Aires,

el contexto de las ideas que desarrolla, el uso de la matemática por Deleuze tiene una función filosófica rigurosa, original, coherente y creativa.

Pero no todos los trabajos en el área sostienen esta tesitura, y en los últimos tiempos algunos comentaristas han incursionado en la relación Deleuze-matemáticas desde otras perspectivas. Este libro pretende situarse en esa tradición, todavía naciente, desde un doble punto de vista: histórico y ontológico/trascendental (viendo estas dos últimas nociones estrechamente emparentadas, en tanto la explicación de *qué es aquello que es* se solapa con la de las *condiciones* de que aquello que es sea). Seguimos para eso un procedimiento metodológico que nos parece clave en el tratamiento de los conceptos deleuzianos que apelan a nociones científicas. Dicho procedimiento consta de tres momentos esencialmente interrelacionados. En primer lugar, se consideran etapas en el devenir de la historia de las matemáticas caracterizadas por problemáticas significativas, y en torno a ellas se escinden y analizan "linajes" de pensadores que se han ocupado de dar respuestas a esos problemas, distinguiendo así un linaje canónico y una serie de linajes alternativos, según la relevancia que estos linajes cobran con respecto a la visión que construye retrospectivamente la historia de

Colihue, 2001, pp. 152 a 156. Este matemático yugoslavo pretende dar un análisis de la noción de continuidad en el *Anti-Edipo* a partir de la noción de deseo que se desarrolla en este libro. La conclusión del escueto análisis de Tasic es que la obra de Deleuze y Guattari es "un delirio" (p. 156). A diferencia de Sokal y Bricmont, Tasic ni siquiera manifiesta conocimiento de los fragmentos de la obra de Deleuze a los que dirigirse para elaborar una opinión fundada en los textos. Esto se vuelve una importante carencia en su obra en tanto Deleuze es uno de los autores por él mencionados que más ha echado mano a las matemáticas para elaborar su pensamiento. En particular, la noción de continuidad juega un rol fundamental en *Diferencia y repetición*, que analizaremos en este trabajo.

la disciplina. En segundo lugar, se redespliegan estos linajes extraídos de la historia de las matemáticas en relación con ciertas problemáticas extraídas de la historia de la filosofía, mapeando los linajes canónicos y alternativos de una y otra disciplina, y utilizando los problemas científicos para reconfigurar problemas filosóficos. En tercer lugar, se destacan los conceptos filosóficos "propios" de Deleuze que son producidos a partir de esta puesta en relación de linajes y problemas filosóficos y científicos.[6]

Por un lado, encontramos de hecho este método de exposición manifiestamente desarrollado en la propia obra de Deleuze en diversas ocasiones en relación a sus fuentes científicas. Se adivina ya, desde una perspectiva ontológica, en *Diferencia y repetición*, cuando Deleuze habla de las interpretaciones "bárbaras o pre-científicas" del cálculo, o bien cuando contrapone las interpretaciones infinitesimales y dinámicas a las finitistas y estructurales.[7] Desde una perspectiva epistemológico-política, la división de "linajes" científicos se vincula con la caracterización –desarrollada en *Mil Mesetas*– de dos tipos de ciencias, o dos modos de hacer ciencia: una ciencia

6 Debemos este procedimiento al trabajo de Duffy, Simon, *Deleuze and the history of mathematics. In defense of the new*, Londres, Bloomsbury, 2013, p. 14 y ss. En cuanto al tratamiento que Duffy hace sobre la relación Deleuze–cálculo diferencial (objeto de nuestro trabajo), el autor tiene el mérito de haber recorrido las diversas obras de los autores en que Deleuze se apoya para desarrollar su teoría de las diferenciales. Sin embargo, consideramos que a pesar de la riqueza y relevancia del texto, éste no responde de manera acabada y concisa a nuestras preguntas. Duffy da, en nuestra opinión, un lugar secundario al concepto que merece el rol protagónico en una explicación filosófica sobre lo diferencial en Deleuze: la Idea. La apelación a las diferenciales en *Diferencia y repetición* tiene fundamentalmente el objetivo de describir la estructura de la Idea y su carácter problemático, inmanente y trascendental. Al no colocar a esta noción y a su estructura interna como hilo conductor de la elucidación del rol del cálculo en el texto deleuziano, Duffy no da una visión de conjunto que articule claramente los diferentes elementos en juego en el sistema.

7 *Cf.* por ejemplo, Deleuze, G., *Différence et répétition, op. cit.*, p. 221, o bien pp. 228-31.

menor y una ciencia real, o ciencia nómada y ciencia de Estado, a las que corresponden, respectivamente, dos métodos científicos: problemática y axiomática.[8] Deleuze y Guattari desarrollan allí nociones embrionariamente presentes en *Diferencia y repetición*. En particular, la idea general sobre la historia del cálculo diferencial se mantiene de una obra a la otra, cuando los autores afirman:

> Esto es también cierto para el cálculo diferencial: durante mucho tiempo éste no cuenta sino con un estatuto para-científico, se lo trata de «hipótesis gótica», la ciencia real no le reconoce sino un valor de convención cómoda o de ficción bien fundada; los grandes matemáticos de estado se esfuerzan por darle un estatuto más firme, pero a condición de eliminar de él todas las nociones dinámicas y nómades como las de devenir, heterogeneidad, infinitesimal, pasaje al límite, variación continua, etc., y de imponerle reglas civiles, estáticas y ordinales.[9]

De acuerdo con esto, la historia del cálculo estaría signada por dos grandes linajes, según dos modos de aproxi-

[8] La axiomática refiere a la tradicional concepción de la deducción, según la cual se va de principios generales preestablecidos a los teoremas que de ellos se siguen lógicamente para conformar un sistema discursivo científico determinado. Lo problemático, en cambio, tiene que ver con los "acontecimientos ideales" que conforman las condiciones de un problema y de los cuales emergen sus casos de solución. El método problemático para la ciencia tiene que ver con la dinámica de la construcción de las soluciones por medio de una progresiva determinación de las condiciones de los problemas, antes que con la fundamentación de esas soluciones a partir de un sistema de axiomas predeterminado (en este sentido, la axiomática va en paralelo con una concepción más bien "platónica", según la cual el conocimiento de la esencia legitima el conocimiento de las propiedades que se derivan de ella). En el caso de la matemática, la problemática no trata tanto de derivar propiedades de una figura o una ecuación dada como de operar en la construcción de la figura o de la ecuación, experimentando con las propiedades que emergen *en* la construcción misma. Para un análisis de estos conceptos, *cf.* Smith, Daniel, "Axiomatics and problematics as two modes of formalisation: Deleuze's epistemology of mathematics", en Duffy, S. (comp.), *Virtual Mathematics. The logic of difference*, Manchester, Clinamen, 2006, p. 145 y ss.

[9] Deleuze, G., y Guattari, Félix, *Mille plateaux. Capitalisme et schizophrénie*, París, Les Éditions de Minuit, 1980, p. 449 (traducción nuestra).

mación al objeto: aquél que se autodenominaría propiamente "científico", y que tiene que ver con el desarrollo de un aparato axiomático preocupado por fundamentar las técnicas del cálculo diferencial; y aquél caracterizado como "pre-" o "para-científico", vinculado con la experimentación y exploración de los problemas típicos del cálculo desde una perspectiva ontológica o aún metafísica. Corresponden a estos linajes –vale aclarar, inseparables uno del otro– lo que hemos llamado aquí "historia oficial" e "historia esotérica" del cálculo, división que estructura nuestro recorrido histórico.

Por otro lado, están los linajes filosóficos, en resonancia con los cuales los linajes matemáticos relevados constituyen una fuente insoslayable, y por los cuales podemos afirmar que el uso deleuziano de las matemáticas rebasa la epistemología. Los problemas y conceptos filosóficos que Deleuze enfoca bajo el prisma del cálculo diferencial lo aproximan a la tradición filosófica occidental, tradición contra la que habitualmente –y precipitada o acríticamente– se pone al filósofo francés en radical oposición. En este sentido, pocos comentadores han visto como Daniel Smith que el uso deleuziano de las matemáticas se juega en la elaboración de una teoría filosófica de la Idea que dé cuenta no sólo de la dinámica de las ciencias, sino también de la producción de lo real: "[*Diferencia y repetición*] es un libro que propone *un nuevo concepto de dialéctica*, uno que es deudor pero que a la vez rompe con la obra de los grandes pensadores dialécticos como Platón, Kant y Hegel. De aquí viene el interés deleuziano en la problemática de las matemáticas: [éstas] le proveen un modelo para su nueva concepción de la dialéctica".[10] La dialéctica deleuziana –que analizaremos en nuestro Epílogo– es el modo de funcionamiento de su Idea, que, a grandes rasgos, consiste en el planteo de problemas y su consecuente generación de soluciones. Tanto la constitución de la experiencia como el procedimiento de las ciencias se asocian a este proceso de generación de soluciones. Esta visión va en consonancia con una original tesis de Smith –que compartimos aquí:

> Desde el punto de vista de la teoría de las Ideas, *Diferencia y repetición* puede ser leída como la *Crítica de la razón pura* de Deleuze, así como *El Antiedipo* se puede leer como su *Crítica de la razón práctica* (teoría del deseo). Si la teoría de las Ideas puede verse como el hilo que une el proyecto crítico kantiano, la teoría deleuziana de las Ideas diferenciales e inmanentes (el plano de inmanencia) puede similarmente ser visto como el «rizoma» que reúne (pero no totaliza) las diversas ramas del proyecto filosófico de Deleuze.[11]

De ahí la importancia, para la filosofía de Deleuze en su conjunto, de considerarla desde el punto de vista de su teoría de las Ideas en clave trascendental, y en esta línea, de considerar la lectura deleuziana del cálculo diferencial, como un elemento vertebral de esta teoría. Cabe aclarar, sin embargo, que la dialéctica de la Idea es inseparable, en *Diferencia y repetición*, de una estética de la intensidad. La especificidad de esta última noción, así como su vínculo con la Idea, superan los objetivos de

10 Smith, D., *op. cit.*, p. 147 (traducción nuestra).

11 Smith, D., "Deleuze, Kant, and the theory of immanent Ideas", en Smith, D., *Essays on Deleuze*, Edimburgo, Edimburgh University Press, 2012, p. 107 (traducción nuestra).

este texto. Pero no debe perderse de vista que lo aquí desarrollado no agota la filosofía trascendental deleuziana. En este sentido, el "rizoma que reúne pero no totaliza las ramas del proyecto filosófico de Deleuze" residiría en el entrelazamiento necesario e inmanente de dialéctica y estética, o en el complejo campo trascendental definido por la Idea y la intensidad.

Finalmente, es preciso agregar una consideración acerca de las preguntas metodológicas que han orientado nuestra investigación, vinculadas con el trabajo a partir de las fuentes deleuzianas. Como bien ha expresado Matías Soich en la primera presentación de *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, este trabajo con las fuentes envuelve cuatro preguntas (jugando con las cuatro causas aristotélicas): ¿Qué dice Deleuze sobre el cálculo (en particular, y sobre la matemática en general)? ¿Con qué aspectos de su filosofía asocia Deleuze el cálculo y sus conceptos? ¿Qué hay *en* el cálculo que despierta el interés de Deleuze? Y ¿para qué leer el cálculo con Deleuze?[12] En las páginas precedentes hemos comenzado a delinear algunos aspectos sobre el modo en que abordaremos estas preguntas. Vale aclarar que si bien el cálculo no se reduce a *una* fuente (un autor o un texto en particular), sino que involucra una gran diversidad de ellas (incluso, como dijimos, una serie de "linajes" de fuentes), nuestra propuesta es que esta diversidad debe ser explorada en su conjunto y sistemáticamente articulada. Esperamos

12 Soich, Matías, "Cuatro causas para leer a Deleuze con Saint-Hilaire", en Ferreyra, Julián, y Soich, M., *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, Buenos Aires, La almohada, 2014, p. 13.

que, al final del recorrido, el lector cuente con elementos suficientes para dar respuestas a estas preguntas.

Deleuze y la matemática

De lo dicho hasta aquí se desprende una tesis central de estas páginas: el uso que Deleuze hace del cálculo debe enmarcarse en el seno de su filosofía trascendental. Deleuze no hace filosofía de las matemáticas, ni identifica a éstas con la ontología, ni extrapola –a la cartesiana– cierta metodología de una para aplicarla en la otra. Antes bien, el devenir histórico-conceptual de la matemática manifiesta un potencial productivo que la excede y que encuentra su lugar en la ontología, encerrando aquélla un valor propedéutico para el estudio de ésta. Sin negar la especificidad de ambos discursos –el matemático y el filosófico–, la matemática es una pieza esencial en la argumentación deleuziana que conduce a su caracterización de la Idea dialéctica, proveyendo nociones y problemas que atestiguan su presencia en el dominio de esa ciencia, y permiten pensar el modo en que la Idea opera en otros dominios. *Los motivos matemáticos contribuyen al desarrollo conceptual de la Idea en la medida en que la Idea misma se manifiesta en el contexto de problemas y conceptos matemáticos*. Hay *algo* en el proceder de las matemáticas, algo en su historia y en el modo en que sus problemas surgen y se desarrollan, algo que no puede definirse desde el lenguaje estrictamente matemático, pues éste expresa un elemento de otro orden, que no puede reducirse a ningún lenguaje científico, pero que engendra y sostiene el devenir de toda ciencia, de todo

discurso, de toda representación. Las matemáticas, en su dominio específico, proveen un arsenal conceptual que permite realizar –ontología mediante– una buena descripción del proceder de ese elemento paradójico y sub-representativo que se manifiesta de múltiples maneras en las múltiples esferas de la experiencia y la ciencia, estableciendo entre ese elemento y estas esferas una suerte de “correspondencia sin semejanza”.[13]

En este sentido, Deleuze escribe: “la ciencia participa siempre de una dialéctica que la sobrepasa, es decir, de una potencia meta-matemática y extra-proposicional, aunque esta dialéctica no encarne sus lazos sino en proposiciones de teorías científicas efectivas. Los problemas son siempre dialécticos”.[14] Lo *problemático*, y no la contradicción, es lo que define la dialéctica deleuziana, su teoría de la Idea. Ella intenta asignar a la matemática (como a muchas otras disciplinas científicas) un sentido y lugar específico en el seno de un mundo generado y vivificado por “problemas”. “Por dialéctica entendemos no una circulación cualquiera de las representaciones opuestas que las haría coincidir en la identidad de un concepto, sino el elemento del problema, en tanto se distingue del elemento puramente matemático de las soluciones”.[15] “Matemático” aquí podría reemplazarse también por “físico”, “biológico”, “lingüístico”, “sociológico”, “psíqui-

[13] Deleuze, G., *Différence et répétition, op. cit.*, p. 274; la frase es utilizada por Deleuze para referir al proceso de actualización de un virtual que no se asemeja a lo actualizado, y que tampoco se asemeja a sí mismo. La naturaleza de ese virtual, explorado desde el dominio de las matemáticas, es el objeto del último capítulo de este texto.

[14] *Ibíd.*, p. 213.

[15] *Ibíd.*, p. 231.

co"... La ciencia matemática, como corpus metodológico y conceptual consolidado y socialmente transmitido, es la expresión de soluciones a problemas de una naturaleza muy distinta de los problemas matemáticos que se aprende a resolver en las escuelas. Lo problemático, en el sentido trascendental que Deleuze le asigna, es una instancia sub-representativa, pre-lingüística, "meta-matemática y extra-proposicional", que escapa a toda forma de identidad pero que establece las condiciones para la producción de la misma. Es pues en una zona de indiscernibilidad, territorio paradójico, irrepresentable, que debemos situar a la Idea y su actividad genética.

¿De qué modo el cálculo diferencial deviene elemental para elaborar la descripción ontológica de tan escurridiza instancia? ¿Por qué el cálculo?, ¿qué es lo que éste provee al discurso filosófico? Resumidamente, la estructura de la Idea deleuziana aparece descripta en el siguiente fragmento (con respecto al cual las páginas que siguen pueden definirse como un extenso comentario):

> El símbolo *dx* aparece a la vez como indeterminado, como determinable y como determinación. A estos tres aspectos corresponden tres principios, que forman la razón suficiente: a lo indeterminado como tal (*dx*, *dy*) corresponde un principio de determinabilidad; a lo realmente determinable ($\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación recíproca; a lo efectivamente determinado (valores de $\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación completa. En suma, *dx* es la Idea –la Idea platónica, leibniziana o kantiana, el «problema» y su ser.[16]

[16] *Ibíd.*, p. 222.

El cálculo es entonces una herramienta de modulación para esa zona de indiscernibilidad, un medio de exploración para el territorio paradójico. Provee un campo discursivo cuyos elementos permiten mapear en la Idea una estructura tripartita, según los aspectos *lógicos* de lo indeterminado, lo determinable y la determinación, y los principios *ontológicos* de la reformulación deleuziana de la razón suficiente: la determinabilidad, la determinación recíproca, la determinación completa –a esta doble triplicidad se añadirá, como veremos, el aspecto *trascendental*, según su correspondencia con los tres elementos "puros": el de la cuantitabilidad, el de la cualitabilidad, el de la potencialidad.[17] Toda cosa (objeto, individuo, cualidad o evento) que podamos aislar en la experiencia o el pensamiento está engendrada y sostenida por una estructura virtual descripta por esta serie de conceptos.

Con la Idea dialéctica o problemática llegamos al corazón de la filosofía trascendental deleuziana. La Idea es trascendental porque constituye la experiencia, y antes que la experiencia posible, la experiencia *real*. Por haber subordinado ésta a aquélla, Kant, a quien corresponde la magnífica invención de lo trascendental en filosofía, acaba traicionando el potencial filosófico de este concep-

[17] Esta última correspondencia aparece explicitada por Deleuze en *Diferencia y repetición* (*Ibíd.*, p. 356), aunque la caracterización de los elementos puros como "trascendentales" es una propuesta hermenéutica de este libro. Como veremos en nuestro último capítulo, los elementos puros de la cuantitabilidad y de la cualitabilidad pueden pensarse como condiciones de la génesis de las cantidades y cualidades actuales. Con todo, la distinción entre estas tres instancias –lógica, ontología, filosofía trascendental– se vuelve una distinción meramente analítica en el movimiento de la Idea, que interioriza la génesis de lo ente, de las condiciones de su experimentación y de su pensabilidad.

to.[18] Desde luego, esta acusación implica una cierta comprensión de lo que sea la filosofía, y de lo que sea la experiencia: se hace necesario concebir a la filosofía como una disciplina creativa, que produce y configura la experiencia, antes que explicarla o justificarla. El problema de Kant en su explicación de la posibilidad de los juicios sintéticos *a priori*, estaría justamente en su apelación a intuiciones y conceptos "puros", como instancias originarias inengendradas, separables o independientemente descriptibles, que predeterminan el camino de la ciencia y la experiencia posible.

¿Por qué entonces *trascendental*? Porque a través de este concepto puede lograrse en filosofía la concepción de condiciones de producción de la experiencia inmanentes a su producto.[19] ¿Por qué entender lo trascendental a partir de lo *diferencial*? Porque sólo entonces lo trascendental se vuelve auténticamente genético, sin copiar la existencia de un modelo presupuesto, sin considerar condiciones originarias a las cuales debe amoldarse toda experiencia subsiguiente para ser considerada como tal, sin privilegiar una clase de representaciones por sobre otras, sino rompiendo con la lógica de la representación en torno a la estructuración del discurso trascendental. A la vez, porque sólo así lo trascendental se vuelve potencia de cambio, y convierte a la teoría en práctica transformadora, mostrando que ninguna configuración de mundo es definitiva y que todas encierran en sí el germen de su propia superación.

[18] Sobre este doble carácter del proyecto kantiano, *cf.*, por ejemplo, *ibíd.*, pp. 177-178.

[19] "Una crítica inmanente, la razón como jueza de la razón, tal es el principio esencial del método llamado trascendental" (Deleuze, G., *La philosophie critique de Kant,* París, PUF, 1963, pp. 7-8; traducción nuestra). Esta valorización del método kantiano es sin embargo matizada por las críticas de Deleuze. Según una interpretación tradicional podemos decir que, en el contexto de la obra kantiana, un argumento trascendental es un "argumento de la forma: «Hay experiencia; P es una condición de posibilidad de la experiencia; por lo tanto P» (...). En todas las versiones, «condiciones de posibilidad» (la frase usual de Kant) debe significar «condiciones necesarias», y éstas deben comprenderse no como condiciones empíricas (como la necesidad de oxígeno), sino como condiciones para las que puede mostrarse que son requeridas *a priori*" (Walker, Ralph, "Kant and transcendental arguments", en Guyer, Paul (ed.), *The Cambridge companion to Kant and modern philosophy*, Nueva York, Cambridge University Press, 2006, pp. 238-9; traducción nuestra). Deleuze lee en el campo trascendental kantiano a la vez el principio de una crítica inmanente y el modo de demostración según el cual nuestras representaciones empíricas deben subsumirse a representaciones *a priori*. Según Deleuze, esta subordinación es aquello que traiciona el descubrimiento kantiano, que por más que lo intente, está condenado a legitimar *una* imagen de la experiencia que define *la* "experiencia posible", impugnando la posibilidad de plantear algo así como una multiplicidad de "experiencias posibles", conflictivas o incluso incompatibles entre sí –que es el objetivo deleuziano. En la siguiente sección nos referiremos sucintamente a cómo este segundo aspecto de la filosofía trascendental opera en la concepción kantiana de las matemáticas.

Matemática y filosofía trascendental

La vinculación de la matemática con la filosofía trascendental no es un invento deleuziano, y el recorte propuesto por este trabajo no puede hacer justicia al vasto y complejo universo encerrado en la relación entre estas disciplinas –por no hablar del tanto más vasto y más complejo que encierra la relación general "filosofía-matemática".[20] Sin embargo es pertinente dedicar unas palabras a la relación "filosofía trascendental-matemática" con el fin de encuadrar el problema general. Desde la recepción

[20] La matemática ha tomado un rol fundamental en la historia de la filosofía de diversos modos, estructurando o contribuyendo a estructurar sistemas filosóficos de muy distinta naturaleza, desde Pitágoras hasta Badiou, pasando por el rol propedéutico que tiene en Platón, por la extrapolación del método geométrico en la filosofía moderna, por la presencia en la filosofía alemana trascendental e idealista, por la fundación de la filosofía analítica con los *Principia mathematica* de Russell y Whitehead, por el positivismo lógico y toda la tradición analítica subsiguiente. Me limito solamente a señalar estos antecedentes, sin entrar en detalle, pero sin dejar de señalar que el original uso deleuziano de la matemática no se alinea con ninguna de estas tradiciones.

que Deleuze hace de Kant podemos dar un ejemplo matemático de las dificultades que le presenta a aquél la perspectiva trascendental kantiana, y para enmarcar el problema general en que se inserta este libro.

Es indiscutible el papel vital que la matemática juega en el nacimiento de la filosofía trascendental. Esta ciencia, capaz de brindar en sus demostraciones una profunda intuición de su universalidad y necesidad, es fundamental en el desarrollo kantiano de los juicios sintéticos *a priori*, otorgando infinitos ejemplos de éstos. Para pensar las insuficiencias que Deleuze encuentra en la concepción trascendental de Kant, veamos cómo se plantea la operatoria kantiana en torno al concepto de la línea recta (al cual volveremos aun numerosas veces). En éste se encierra una paradoja que va al corazón de la invención del cálculo diferencial: la infinita divisibilidad de la línea, que la hace una y múltiple a la vez. Euclides daba la siguiente definición: "Una línea recta es aquella que yace por igual respecto de los puntos que están en ella".[21] Esta definición decanta inmediatamente en la noción de una sucesión infinita de puntos. Dado que la recta se compone exclusivamente de puntos, y dado que "un punto es lo que no tiene partes",[22] las consecuencias para la imaginación que construye una recta son paradójicas. La cantidad de puntos presente en un fragmento cualquiera de una línea es infinito, como también lo es en un fragmento de esa línea infinitamente más largo que el primero, o infinitamente más corto

[21] Euclides, *Elementos*, Libros I-IV, trad. cast. de María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1991, p. 190.

[22] *Ibíd.*, p. 189.

que él. ¿Cómo considerar la composición de una línea a la vez divisible infinitas veces en infinitas partes? ¿Cómo construir en la imaginación una línea concibiéndola como una sucesión infinita de puntos? Aún más, ¿cómo considerar los puntos, esas partes últimas carentes de partes (intuición = 0); y cómo su multiplicación y alineación infinita puede producir algo con infinitas partes (intuible como unidad)? Estos problemas, originados al pensar la recta cuantitativamente, a partir de la cantidad de sus elementos constitutivos, intentan superarse mediante la definición cualitativa –arquimédica– de la recta como "el camino más corto entre dos puntos". Aquí interviene la concepción kantiana de la geometría –y de la matemática en general– como ciencia basada en principios sintéticos *a priori* (la definición euclidiana sería analítica en tanto no presenta un criterio de construcción sino una propiedad de una línea ya construida). "Que la línea recta es la más corta entre dos puntos, es una proposición sintética. Pues mi concepto de *recta* no contiene nada de cantidad, sino sólo de cualidad (...). Aquí debe recurrirse al auxilio de la intuición, sólo por medio de la cual es posible la síntesis".[23] Dado que no hay intuición del infinito, la definición del "camino más corto" es la única forma de sintetizar *a priori* una línea recta. Que la síntesis es *a priori* significa que es una construcción que goza de validez y necesidad universales:

> [E]l matemático [es el conocimiento] por *construcción* de los conceptos. *Construir* un concepto significa: exhibir *a*

[23] Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, trad. cast. de Mario Caimi, Buenos Aires, Colihue, 2009, pp. 72-73 (B16).

> *priori* la intuición que le corresponde. Para la construcción de un concepto se requiere pues una intuición *no empírica*, que por consiguiente, como intuición, es un objeto *singular*, pero que sin embargo, como construcción de un concepto (…) debe expresar, en la representación, validez universal con respecto a todas las intuiciones posibles que hayan de estar bajo ese concepto.[24]

El campo trascendental kantiano es entonces productivo: en él los conceptos de una ciencia como la matemática se construyen mediante la actividad del sujeto que los produce en la intuición. Y sin embargo, esta producción se da según la guía de cierta regla que, basada en su propia identidad, oficia de representación conceptual universal que subsume representaciones empíricas particulares. Este procedimiento es, en líneas generales, la forma en la que Kant comprende la filosofía trascendental: representaciones (*a priori*) que subsumen representaciones (empíricas). Los conceptos son representaciones, por lo que deben buscarse entre ellos los que permitan subsumir a todos los posibles (las categorías). Las intuiciones son representaciones, por lo que hay que buscar entre ellas a las que permitan subsumir a todas las posibles (espacio y tiempo puros). La construcción de un concepto en la intuición pura se da mediante el esquematismo, y este es el campo de producción de las matemáticas. Que la suma de los ángulos internos de un triángulo es = 180° es una propiedad alcanzable por la intuición *a priori* que no está dada en ningún triángulo empírico en particular, pero que vale para todos ellos.

[24] *Ibíd.*, p. 744 (A713-B741).

Las representaciones *a priori* legislan sobre las representaciones empíricas, las subordinan según su regla bajo la guía del interés cognoscitivo o especulativo de la razón.

La definición kantiana de la recta satisface entonces plenamente las exigencias cognoscitivas de una imaginación que, ante la divisibilidad infinita, se hunde en la profundidad de su propio abismo. Es por eso que la relación del espíritu con lo infinito es separada del terreno científico, y recibe una función estético-moral en la "Analítica de lo sublime" de la *Crítica de la facultad de juzgar.* Allí, Kant encuentra un lugar dentro del sistema crítico para las paradojas del infinito, bajo un interés de la razón diferente al cognoscitivo:

> Fácilmente se ve aquí que nada puede ser dado en la naturaleza, por muy grande que lo juzguemos, que, considerado bajo otra relación, no pueda ser degradado hasta lo infinitamente pequeño; y que a la inversa, no haya nada tan pequeño que no pueda ser ampliado hasta el grandor de un mundo por nuestra imaginación en comparación con medidas aún más pequeñas (…), esa misma inadecuación de nuestra facultad de estimación de magnitudes de las cosas del mundo sensorial para esta idea [la idea racional de la totalidad] es lo que despierta el sentimiento de una facultad suprasensible en nosotros.[25]

Así, la infinitud, con la inquietud intuitiva que nos despierta, es trasladada al terreno de lo suprasensible, donde la ciencia no tiene posibilidad de acción. Ésta, al contrario, será limitada al mundo fenoménico.

[25] Kant, I., *Crítica de la facultad de juzgar*, trad. de Pablo Oyarzún, Caracas, Monte Ávila Editores, 1991, p. 164.

En *La filosofía crítica de Kant*, Deleuze señala que la empresa crítica kantiana se caracteriza principalmente por marcar límites: delimitar y asignar jurisdicciones y roles legítimos e ilegítimos a nuestras facultades cognoscitivas en base a la selección de ciertas representaciones *a priori* a las que todas las restantes se subordinan, regulando sus relaciones y proporciones específicas en la estructura del sujeto trascendental de acuerdo a los diferentes intereses de la razón. Estos límites, motivados por la expulsión de la metafísica dogmática del espíritu, acaban cercando también el potencial creador del campo trascendental. Según el interés especulativo, el conocimiento (la ciencia) se realiza *en* los objetos de la experiencia. Por eso, las representaciones *a priori* son independientes de los objetos de la experiencia, pero se aplican necesariamente a éstos. Dice Deleuze:

> Se advierte, pues, que el interés especulativo de la razón se dirige naturalmente a los fenómenos y sólo a ellos. No ha de creerse que Kant necesite largas demostraciones para llegar a este resultado: es el punto de partida de la Crítica; el verdadero problema de la *Crítica de la razón pura* comienza más allá. Si no hubiera más que interés especulativo, sería muy dudoso que la razón se comprometiera en consideraciones sobre las cosas en sí.[26]

Si el auténtico problema de la Crítica –fijar límites *a priori* para el uso de la razón– comienza por este punto de partida (la naturaleza del fenómeno como *datum* inmodificable), cuestionando este punto el problema entero

[26] Deleuze, G., *La philosophie critique de Kant, op. cit.*, p. 11 (traducción nuestra).

se transforma. ¿Puede que la razón careciera de límites *a priori*, pero fuera capaz *a priori* de darse límites? ¿Podría nuestra actividad cognoscitiva generar nuevos límites en virtud del encuentro con "objetos" (por llamarlos de algún modo) que escaparan a toda forma sumisión a nuestras representaciones, y que por lo tanto desafiaran sus supuestos límites *a priori*? En otras palabras, ¿cómo la razón produciría los límites que se pone a sí misma sin "copiar" estos límites de aquéllos que ya posee de antemano en virtud de las formas de experiencia y conocimiento vigentes y dominantes en un corte geo-socio-histórico determinado? Esto no implica preguntarse cómo sería un estado de la razón independientemente de todos estos límites que la emplazan en la existencia concreta, sino más bien cómo la razón puede producir nuevos límites a partir de ese emplazamiento. El máximo problema de la filosofía trascendental sería entonces el de presentar las condiciones genéticas de un mundo posible sin repetir sus condiciones de partida (el mundo "dado"). Si la característica última de lo dado es la identidad, estas condiciones genéticas han de pensarse desde la diferencia.

De hecho, las apelaciones kantianas a la matemática no están exentas de parcialidad, seleccionadas en base a un criterio que excluye lidiar con los problemas que se presentaban, por ejemplo, en torno a la –por entonces, en plena polémica– técnica del cálculo diferencial. La impugnación del infinito examinada más arriba no es más que un ejemplo de ello. Como lo indica Léon Brunschvicg:

> Kant no se dirige a los métodos originales de la matemática moderna porque ellos le sugieren una visión

> más profunda de la inteligencia humana. Su meditación se concentra sobre las partes elementales, cuya verdad se encuentra desde hace siglos unánimemente reconocida y que retienen al pensamiento en un horizonte bien delimitado (...) Por otra parte, no parece que Kant haya considerado al análisis infinitesimal como disciplina autónoma (...) Kant insiste en seguida sobre el carácter propiamente metafísico de la noción.[27]

Esta concepción de la matemática, limitada a los procedimientos que Kant puede hacer coincidir sin problemas con su teoría de las intuiciones puras, está de este modo hecha a la medida de su concepción del campo trascendental. La matemática kantiana, como disciplina asentada en la intuición, no permite pensar nociones fundamentales del análisis matemático como la de número irracional o imaginario, el diferencial, etc. (nociones contra-intuitivas, o que interpelan problemáticamente a la intuición). Esta concepción de la matemática corre en paralelo con el cercenamiento del potencial filosófico que Deleuze denuncia en la concepción trascendental de Kant. Si, como sostiene Smith, Deleuze realiza una reescritura de la *Crítica de la razón pura*, es fundamental darle al cálculo y a su estructura problemática su lugar en esta reescritura (así como a las distintas innovaciones que en matemática han surgido

[27] Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, París, PUF, 1947, p. 257 y p. 259 (traducción nuestra). A pesar de no haber referencias explícitas de Deleuze a esta obra en *Diferencia y repetición* –aunque sí en *Mil mesetas* (*cf.* Deleuze, G. y Guattari, Félix, *Mille Plateaux*, *op. cit.*, p. 449)–, la obra de Brunschvicg es un clásico en la tradición francesa de filosofía matemática; y dado que muchas de sus tesis resuenan fuertemente con las deleuzianas, cabe suponer que al momento de la escritura de *Diferencia y repetición* Deleuze estaba familiarizado con esta obra, a la que haremos todavía varias referencias.

desde fines del siglo XVIII y que desafían la visión intuicionista de Kant), y eso mismo exige una estética y una lógica trascendentales radicalmente distintas de las del sistema kantiano: una estética basada en lo intensivo, una dialéctica basada en lo problemático. Este texto explora esta última disciplina.

El capítulo principal de este libro es el tercero (y último): en él desarrollamos nuestra caracterización de la Idea deleuziana a partir de los conceptos matemáticos y filosóficos en torno al cálculo diferencial. Pero para un desarrollo completo de este objetivo, hemos debido comenzar por una reconstrucción histórica de esta herramienta matemática, y de algunas teorías filosóficas en torno a la misma. De acuerdo al criterio expuesto unas páginas más arriba (relativo a la utilización filosófica de nociones matemáticas en Deleuze) interesa recorrer los problemas y los linajes de pensadores que han explorado distintas aristas en torno al cálculo. Dado que muchos de ellos son las fuentes de las que Deleuze se sirve para desarrollar sus conceptos filosóficos, el recorrido de estos problemas y estos linajes es fundamental para establecer las coordenadas en las que se sitúa nuestra interpretación de la Idea. Los dos primeros capítulos desarrollan dos grandes linajes de la historia del cálculo.

El primer capítulo se dedica a lo que llamamos "la historia oficial" del cálculo. Con esto referimos a una exposición de los problemas técnicos y científicos que signaron el desarrollo de esta invención matemática a partir de las principales personalidades de la historia de la ciencia que contribuyeron a este desarrollo, de acuerdo a algunas obras clásicas en el área. Esta reconstrucción histórica toma por punto de llegada de dicho desarrollo la axiomatización del cálculo en base a la aritmética y la teoría de conjuntos, y construye su mirada retrospectiva y reconstructiva en torno a esta meta. Intentamos exponer esta historia considerando los problemas que condujeron a esta axiomatización.

El segundo capítulo explora la obra de algunos autores que se ubican en una serie de linajes "alternativos" a la historia oficial del cálculo, en lo que aquí llamamos su "historia esotérica". Nos referiremos específicamente a tres de ellos, que son los elegidos por Deleuze en su descripción de la Idea. Se trata de las obras de Jean Baptiste Bordas-Demoulin, Salomon Maimon, y Józef Maria Hoene Wronski. Cada uno de ellos contribuye a la elaboración deleuziana a partir de los conceptos y las perspectivas que construyen en torno al cálculo. Interesa, en particular, la noción de "continuidad" de Bordas, y las lecturas en clave trascendental que Maimon y Wronski hacen de las diferenciales. La valoración deleuziana de estos dos autores no pasa sólo por su interesante emplazamiento en la historia del cálculo sino también en la historia de la filosofía trascendental, presentando visiones alternativas a la kantiana.

El tercer y último capítulo se desarrolla siguiendo el texto del ya mencionado fragmento del cuarto capítulo de *Diferencia y repetición*, y esboza un comentario al mismo enriquecido con el bagaje conceptual explorado

en los capítulos precedentes, presentando una interpretación sobre el sentido global de la estructura tripartita de la Idea deleuziana.

CAPITULO 1
EL CÁLCULO DIFERENCIAL: LA HISTORIA OFICIAL

Justamente después de la adopción del concepto de función vino el cálculo, el cual, junto con la geometría euclídea, es la mayor creación de todas las matemáticas.

Morris Kline

El cálculo infinitesimal es una herramienta matemática perteneciente a la rama de esta ciencia denominada "análisis matemático". En una aproximación preliminar, podemos decir que abarca todas aquellas ecuaciones que involucran magnitudes infinitamente pequeñas, o infinitesimales (según veremos, todo el problema filosófico y matemático en torno a esta cuestión es la interpretación que ha de hacerse de esas magnitudes). El cálculo posee dos ramas principales: cálculo diferencial y cálculo integral, o derivación e integración. Expresar el cálculo en términos precisos, en sus fundamentos estrictamente matemáticos, supone un cierto conocimiento de varios conceptos específicos del análisis; pero aquello que condujo al problema de intentar expresar intelectualmente estos fundamentos puede sernos más accesible: una cierta noción experiencial –vaga, en el sentido de pre-científica– de lo *continuo*, es decir, el hecho de que toda porción concebible de espacio o de tiempo" es pasible de ser dividida, al menos idealmente, en forma indefinida; o bien, para cada número concebible es posible pensar siempre uno mayor, o uno menor (sin importar qué tan grande o tan pequeño sea). Más allá de que estemos condicionados por ciertos umbrales de percepción, y de que no experimentemos efectivamente la extensión más allá de un cierto mínimo, aceptamos que la mera acción de dividir un número puede repetirse indefinidamente, y también la acción de imaginar esta división como correspondiente a una magnitud de extensión posible. Sin embargo, la repetición indefinida de esta operación, y su traducción en el decrecimiento progresivo de una magnitud espacial, choca con nuestra intuición efectiva del mundo (o del propio sistema numérico), que se nos revela habitualmente como una yuxtaposición de objetos discretos y acabados, que se desplazan de un lugar a otro, y que no se dividen sino en porciones bien delimitadas. Es como si esa vaga intuición de la continuidad fuera en sí misma ilusoria, y se disolviera en la variación infinita en la que nos sumerge, inconcebible por fuera de ciertos *límites* exigidos por esa misma variación. De hecho, al tomar un número cualquiera (o una extensión cualquiera) y dividirlo repetidamente por la misma cifra, obtendremos siempre una cantidad menor a la anterior, pero sin embargo, nunca inferior a una cierta cantidad. Por ejemplo, el número 1 dividido por 2, luego $1/2$ dividido por 2, luego $1/4$ dividido por 2, y así sucesivamente, se aproxima cada vez más a 0, sin llegar nunca a él; el 1 y el 0 serían así los límites dentro de los cuales se define el decrecimiento continuo de la magnitud en cuestión. Y si nunca alcanzamos el límite, ¿podemos afirmar que la magnitud deviene

de hecho infinitamente pequeña? ¿Y cuándo?, ¿en la décima división, en la milésima, en la billonésima…? Extraña mezcla entre intuición y concepto, entre movimiento y reposo, el infinitesimal parece no caer bajo ninguno, o ser a la vez ambas cosas.

Continuo, límite, aproximación infinita, son algunas de las principales nociones que, aún desde cierta vaguedad, condujeron a la invención de métodos matemáticos originales cuyo inmenso potencial emerge en toda su amplitud en la modernidad, con la sistematización newtoniana y leibniziana del cálculo. Sin embargo, su estatuto triplemente paradójico respecto a la intuición empírica, a los conceptos matemáticos, y a la relación entre estos dos ámbitos, conduce a dificultades que han hecho de las magnitudes infinitesimales elementos sospechosos e indeseables para aquellos que bregaron por la transparencia en la expresión y la claridad lógica de los principios. En las páginas siguientes nos proponemos explorar sumariamente el desarrollo histórico que culmina en la expresión formal del teorema fundamental del cálculo, exponiendo los conceptos principales que ésta requiere y los problemas que les dieron origen. Se trata del camino desde la vaga y lógicamente problemática intuición del continuo hasta la formulación axiomática exacta, en términos de la noción de límite.

Antecedentes en la antigüedad

Más allá de los avances en cálculo numérico y geometría que las matemáticas de las antiguas civilizaciones babilonia y egipcia habían alcanzado, las consideraciones en torno a los infinitesimales datan de la antigua Grecia. También proceden de esta civilización problemas que han conducido, por un lado, a aislar la aritmética de la geometría, y por el otro, a desechar las aproximaciones no deductivas a esas ciencias. El divorcio del número y la línea –o de la cantidad y la magnitud– pueden vincularse con dos encuentros paradójicos entre los mismos: el descubrimiento de la inconmensurabilidad de la diagonal del cuadrado de lado = 1 por parte de los pitagóricos, y las paradojas de Zenón de Elea respecto al movimiento. La imposición del carácter deductivo de las matemáticas, por su parte, será el resultado de la geometría euclídea.

Pitágoras y sus discípulos habían dado al número una significación radical. Las relaciones numéricas y sus asociaciones poseían para ellos una claridad y evidencia tal que les sirvieron como base para una concepción general del universo: "todas las cosas tienen un número, porque el número es la condición misma del conocimiento", y más aún, "no sólo todas las cosas *poseen* un número, sino que todas las cosas *son* los números".[1] La unidad era la base de este sistema, pues todo número es o bien la unidad, o bien una colección de unidades, ya como una progresión a partir de ella (suma), ya como una regresión, como retorno a ella (resta). El número así entendido era también el elemento último de las abstracciones geométricas y, en definitiva, de todos los cuerpos, del mismo

[1] Corresponde a una frase del pitagórico Filolao (470 a 380 a. C.), citado por Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, *op. cit.*, pp. 33-34 (fuente: Diels, H., *Die Fragmente der Vorsokratiker*, Vol. 1, Berlín, ed. de 1906, p. 240)

modo que una cantidad y relación determinada de estrellas adecuadamente distribuidas produce una constelación que se asemeja a figuras mundanas. Cada cosa era expresable en términos de una cantidad finita y discreta determinada.

Pero esta veneración del número encontraría un quiebre con la irrupción monstruosa de las cantidades irracionales. El teorema de Pitágoras indica que la suma del cuadrado de los catetos de un triángulo rectángulo equivale al cuadrado de la hipotenusa: $a^2+b^2=c^2$. Cuando el triángulo considerado es el más simple y "perfecto" posible, aquel en que ambos catetos son = 1, el resultado de la ecuación es $\sqrt{2}$, número incalculable para la época, perteneciente a los llamados "números irracionales" (inexpresables en una división entre dos números enteros cualesquiera). Para el pensamiento matemático griego, este hecho motivó una separación entre el reino del número (cantidades discretas) de aquél de las magnitudes espaciales (cantidades continuas), o el divorcio entre la aritmética y la geometría, el número y la línea.

Un segundo golpe a la relación entre el espacio y el número se da en la escuela eleática. Brunschvicg[2] considera a Zenón de Elea como el auténtico precursor de los métodos infinitesimales, con su conocida paradoja de Aquiles y la tortuga, según la cual un móvil debe recorrer siempre la mitad de la trayectoria que pretende cubrir antes de llegar a destino, y dado que toda trayectoria puede siempre dividirse en dos mitades, es impo-

[2] *Cf.* Bruschvicg, L., *op. cit.*, p. 153.

sible cubrirla totalmente. Esta paradoja tuvo un efecto amedrentador sobre todo aquél que pretendiera estudiar el movimiento bajo relaciones numéricas, advirtiendo las dificultades inherentes a concebir una cantidad total por la medida de sus partes, en tanto estas partes pueden ser a su vez consideradas como nuevas totalidades. Dos consecuencias contrapuestas se extraen de aquí: o bien el movimiento no existe, o bien la existencia del movimiento refuta la hipótesis de una pluralidad discontinua de elementos; esto lleva, según Brunschvicg, a "la separación radical de dos formas de intuición que parecen inseparablemente unidas en la noción del espacio: por un lado la representación de la línea total, por el otro, la representación de las partes elementales"[3], o bien, la continuidad y la discontinuidad. La respuesta a esta dicotomía –y a las paradojas que conlleva en la intelección de los fenómenos físicos– fue la renuncia de los matemáticos griegos a intentar cuantitabilizar el movimiento y la variabilidad, y a dirigir sus investigaciones hacia problemas –a sus ojos– estáticos, como los de la astronomía o la óptica. Como en el caso de los pitagóricos, este hecho contribuyó a separar tajantemente los mundos de la línea y el número, de la sensibilidad y la razón, de la intuición y la lógica.

A pesar de esta separación, o quizás motivada por ella, la antigüedad griega fue también testigo de la obra de dos hombres de ciencia cuya labor en matemáticas se orientó, por un lado, a superar las dificultades planteadas por sus antecesores, y por otro, a plantear novedades metodológicas que condujeron a invenciones revolucionarias (entre ellas el cálculo, que aún deberá esperar unos veinte siglos para que estas primeras semillas rindan frutos). Estos dos hombres fueron Eudoxo de Cnido y Arquímedes de Siracusa.

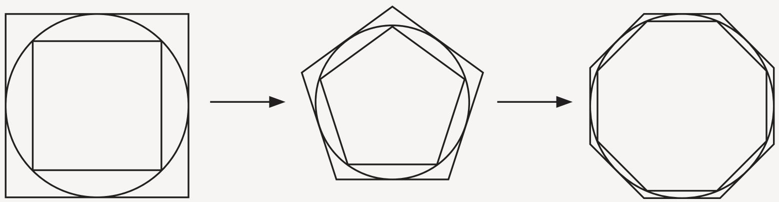
Con el fin de no caer en las paradojas arriba expuestas, Eudoxo propone un criterio relacional no numérico, sino geométrico, entre las líneas, áreas y volúmenes considerados en sus problemas. Desde esta perspectiva no tiene sentido, por ejemplo, la pregunta: "¿cuál es el área del círculo?"; lo que ha de preguntarse es: "¿cuál es la razón entre las áreas de dos círculos?". Es este tipo de consideraciones puramente geométricas la que puede revelar las verdaderas relaciones universales entre las figuras y los cuerpos, y la que condujo a Eudoxo a formular una de las más completas teorías de la proporción en la antigüedad. En particular, la respuesta a la pregunta acerca de la razón entre las áreas de dos círculos posee una respuesta precisa: ésta será la misma que aquella existente entre los cuadrados construidos a partir de los diámetros de esos círculos. "El hecho de que cuadrados y círculos son inconmensurables entre sí no causa ninguna incongruencia en la idea de que entren en la misma proporción bajo la definición general de Eudoxo; pero la prueba de la corrección de esta proporción requiere en este caso la comparación de cuadrados con cuadrados y círculos con círculos".[4]

[3] Bruschvicg, L., *op. cit.*, p. 155, traducción nuestra.

[4] Boyer, Carl Benjamin, *The history of calculus and its conceptual development*, Nueva York, Dover, 1959, p. 32. Deleuze cita esta obra en *Lógica del sentido*, como "el mejor estudio

Las indagaciones de Eudoxo condujeron a mudar de sitio las paradojas antedichas cuando, para averiguar las áreas de círculos particulares, este geómetra comenzó a comparar cuadrados con círculos y círculos con cuadrados. Eudoxo recurrió al procedimiento de inscribir o circunscribir en un círculo un polígono regular, y luego multiplicar los lados de este polígono tantas veces como se quisiera, aproximándolo al círculo, para así "agotar" su área. Para él no había nada de paradójico ni contradictorio, pero sí mucho de operacional, al hablar de "la cuadratura del círculo". *El círculo es el límite de las sucesivas adiciones de lados al polígono.* Se inauguraba así el método de las *cuadraturas*: "cuadrar" una curva para poder calcularla. Este procedimiento se conoce como método exhaustivo o método por agotamiento, a pesar de que, por supuesto, nunca se llega a agotar realmente el área del círculo de este modo, dado que lo que efectivamente se calcula es el área de un polígono.

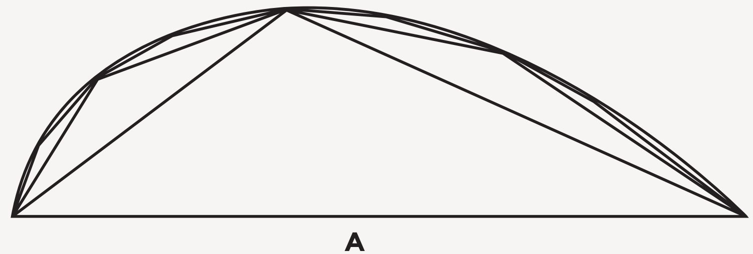
FIGURA 1: REPRESENTACIÓN DEL MÉTODO EXHAUSTIVO.



sobre la historia del cálculo diferencial y su interpretación estructural moderna" (Deleuze, Gilles, *Logique du Sens*, París, Les Éditions de Minuit, 1969, p. 65). Todas las traducciones de las citas de esta obra en este trabajo son nuestras.

Los desarrollos que vincularían el método exhaustivo con el cálculo del infinito vienen de Arquímedes. En sus aplicaciones de este método, Arquímedes interpretaba la sucesión de áreas inscriptas en una curva con una serie matemática, es decir, una sucesión –potencialmente– infinita de números sumados que tienen por resultado un número determinado. Así, por ejemplo, en su tratado *La cuadratura de la parábola*, inscribe en esta curva una serie de triángulos superpuestos como muestra la figura 2, y demuestra que el área encerrada por el polígono formado está representada por la serie $A\,(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\dots+\frac{1}{4^n})=\frac{4}{3}A$, donde A representa la base del triángulo que coincide con la base de la curva a calcular. En términos contemporáneos $\frac{4}{3}A$ es el límite de la sucesión sumada en la serie, y equivale al área de la parábola a calcular.

FIGURA 2: EL CÁLCULO DE LA SUPERFICIE DE LA PARÁBOLA POR ARQUÍMEDES.[5]



Multiplicando el valor de A por 4/3, se obtiene el valor del área encerrada entre la parábola y la base A. Arquímedes llega a esta conclusión "sumando" triángulos.

[5] Ejemplo tomado de Boyer, C.B., *op. cit.*, p. 52.

Arquímedes es sin duda el más claro precursor del cálculo en la antigua Grecia, no sólo por la variedad de problemas que abordó a partir de las cuadraturas, sino por su utilización de series para averiguar las áreas expresadas a través del método exhaustivo. La relevancia de los trabajos de Eudoxo y Arquímedes en la historia del cálculo reside en que ellos encierran incipientemente el concepto de "límite" de una secuencia infinita, el cual juega un papel central en la demostración rigurosa del análisis infinitesimal. La antigüedad clásica, sin embargo, no resultó suelo fértil para esa semilla, sino que tomó la dirección señalada por los *Elementos* de Euclides para investigar las figuras y relaciones espaciales, evitando las paradojas pitagóricas y eleáticas que parecían subyacer a la aplicación del método exhaustivo.

Euclides presentaba una fundamentación del principio del que depende este método en la primera proposición del libro X de sus *Elementos*, que dice: "Dadas dos magnitudes desiguales, si se quita de la mayor una (magnitud) mayor que su mitad y, de la que queda, una (magnitud) mayor que su mitad y *así sucesivamente*, quedará una magnitud que será menor que la magnitud menor dada".[6] No importa qué tan pequeña sea una magnitud, siempre podemos concebir una menor por divisiones sucesivas. Sin embargo, la geometría de Euclides no ahonda en los métodos sugeridos por esta proposición, ni persigue las consecuencias extraíbles de esta peculiar idea. Sus axiomas, postulados y definiciones "son sugeridos

6 Euclides, *Elementos. Libros X-XIII*, trad. cast. de María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1996, p. 12, cursivas nuestras.

por el sentido común, y su geometría nunca pierde el contacto con la intuición espacial. Sus premisas son dictadas por la experiencia sensible, así como la ciencia de Aristóteles puede caracterizarse como una glorificación del sentido común".[7] El carácter deductivo, riguroso y a la vez accesible a la intuición común, que Euclides seguía en cada paso del razonamiento, resultó en un verdadero (según la expresión del epistemólogo José Babini) "imperialismo euclídeo":

> [A] partir de entonces la matemática griega se refugia en la geometría, que pronto impondrá su imperio no sólo sobre toda la matemática, sino sobre regiones vecinas. Los *Elementos* de Euclides [serán] la Biblia del saber matemático griego (…). Es claro que los griegos no advirtieron que este imperialismo de la geometría, con todos sus éxitos, comportaba un sacrificio y una mutilación de la matemática: al limitar la aritmética a las propiedades de los números racionales y abandonar su estudio ulterior, se impidió toda posibilidad de desarrollo de tipo algebraico y con él el progreso de los métodos infinitesimales.[8]

El imperialismo del que aquí se habla puede vincularse con esa imposición del "sentido común" que caracteriza por igual la lógica aristotélica y la geometría euclídea. Fue en su facilidad para crear una opinión común y en su capacidad para sostenerse en el elemento de esa opinión comúnmente aceptada (satisfaciendo las exigencias de una intuición que se reclama "autoevidente") que estas

7 Boyer, C. B., *op. cit.*, p 47.

8 Babini, José, "Newton, Leibniz, y el cálculo infinitesimal", en Newton, I., y Leibniz, G. W., *El cálculo infinitesimal*, Buenos Aires, Eudeba, 1977, pp. 7-8.

ciencias prevalecieron. El progreso de los métodos infinitesimales, por su apelación a formas de intuición que desafían la claridad de la experiencia clásica y de su racionalización, deberá esperar hasta la modernidad para empezar a brindar frutos.

Antecedentes en la modernidad

Un siglo antes del nacimiento del cálculo propiamente dicho, la ciencia moderna y sus problemas ya rebosaban de concepciones y métodos tendientes a su creación. Lentamente el concepto de *función* va tomando protagonismo en la escena científica moderna. Resumidamente, podemos definir este concepto como una determinada *relación* entre cantidades *variables* (es decir, cantidades indeterminadas a las que se pueden asignar diferentes valores numéricos, obteniendo diferentes resultados de la relación para cada valor asignado). En términos de la matemática contemporánea, esto se define mediante la teoría de conjuntos, según la cual una función es una relación entre dos conjuntos, que hace corresponder elementos de uno de ellos con elementos del otro.[9] Según las historiadoras

9 En *¿Qué es la filosofía?*, Deleuze y Guattari definen "función" de un modo más general e independientemente de la teoría de conjuntos, intentando abarcar el uso matemático y biológico del término. Definen a las funciones como: "proposiciones en unos sistemas discursivos"; y más adelante: "Este es el nuevo sentido de la referencia como proposición, la relación de un estado de cosas al sistema. El estado de cosas es una función: es una variable compleja que depende de una relación entre al menos dos variables independientes" (Deleuze, G., y Guattari, F., *Qu'est-ce que la philosophie?*, París, Les éditions de Minuit, 1991, p. 111 y p. 115; traducción nuestra). En el caso de la función matemática tradicional de la ciencia moderna, el "sistema discursivo" en cuestión involucra un eje de abscisas (x), o extensivo, y uno de ordenadas, o intensivo (y). Una función describe un "estado de cosas", o una línea cuyo trazado obedece las variaciones en la relación entre las variables representadas en los ejes. En esta definición, lo que los autores llaman "variable compleja" va en paralelo con lo que en *Diferencia y repetición* es la "variabilidad", que desarrollaremos en el último capítulo de este trabajo. Entendemos que la descripción en términos de "relación entre variables" debe primar en este contexto por sobre la de "correspondencia entre elementos de conjuntos", en la medida en que en ésta última la función pierde sus características genéticas. Sin embargo, la consideración "estática" respecto a los fundamentos de las matemáticas –a la que nos referiremos más adelante en este capítulo a propósito de la escuela de Weierstrass y Dedekind– tendrá también su importancia para la definición deleuziana de la "continuidad".

de la matemática Dahan-Dalmedico y Peiffer, existen dos factores que conducen a la centralidad de la función en la modernidad: por un lado, la creación del álgebra literal simbólica de la mano de François Viète, la cual mejoró sustancialmente la notación algebraica, permitiendo expresar fórmulas cada vez más complejas reemplazando magnitudes con letras; por otro lado, la matematización de la naturaleza con Galileo a la cabeza, especialmente en el estudio del movimiento.[10] La expresión matemática de razones entre longitudes, áreas y volúmenes, o de espacios recorridos en función del tiempo, condujo a una amplia difusión del álgebra, y ésta a grandes esfuerzos teóricos y experimentales por alcanzar nociones y notaciones cada vez más precisas de los fenómenos estudiados.

Según el historiador Morris Kline,[11] existían cuatro problemas fundamentales para la ciencia del siglo XVII que condujeron directamente a la invención del cálculo. Uno de ellos viene del estudio del movimiento: dada la distancia recorrida por un móvil en función del tiempo, calcular la velocidad o la aceleración instantáneas, o bien, dada la aceleración del móvil en función del tiempo, calcular la velocidad y la distancia recorridas en un instante determinado. El segundo problema, más propiamente

10 *Cf.* Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, París, Éditions du seuil, 1986, pp. 211-212.

11 *Cf.* Kline, Morris, *Historia del pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, Madrid, Alianza, 1992, p. 452 y ss.

geométrico (pero fundamental para la óptica y el estudio de los movimientos curvilíneos), era obtener la tangente a una curva. Dado un punto de una curva cualquiera, se denomina tangente a la curva en ese punto a la línea recta que toca a la curva sólo en ese punto. El problema de las tangentes fue caracterizado por Descartes en *La Geométrie* como "el problema más útil y general que conozco, y aquél que desde siempre he deseado resolver en geometría".[12] El tercer problema (también propiamente geométrico pero con múltiples aplicaciones a trayectorias de móviles en el espacio, particularmente en el cálculo de órbitas planetarias) era obtener los valores máximos y mínimos de una función. Dada una función describiendo una curva o la trayectoria de un móvil, aquélla puede poseer alturas máximas alcanzadas por éste (por ejemplo, si es un proyectil disparado con cierta inclinación), o mínimas (por ejemplo, el radio menor de una elipse describiendo una órbita). El cuarto problema estaba relacionado con la obtención de longitudes o áreas encerradas por curvas o fragmentos de curvas. Este tipo de problemas solía ser abordado por el método exhaustivo de Eudoxo y Arquímedes.

Los nombres de la ciencia moderna que estudiaron estos problemas y que, al hacerlo, contribuyeron silenciosamente a la invención del cálculo, forman una extensa lista: Galileo, Cavalieri, Torricelli, Kepler, Roberval, Descartes, Fermat, Pascal, Barrow, Wallis, entre muchos otros. La mayoría de ellos hablaron explícitamente de magnitudes

[12] Descartes, René, *Oeuvres publiées. La dioptrique. Les météores. La géométrie. Traité de la méchanique. Abrégé de la musique*, París, ed. por F. G. Levrault, 1824, p. 358-359; citado por Boyer, C. B., *op. cit.*, p.166.

infinitesimales, y a menudo las utilizaron en sus procedimientos. Así, el infinito, rechazado y reprimido por los griegos, en el s. XVII "es manejado desembozadamente y comienza una orgía de «infinitamente pequeños», de «incrementos evanescentes», de «cantidades que se desprecian», de «sucesiones infinitas» sin análisis de convergencia… y si los matemáticos de la época no cayeron en los precipicios de la contradicción y el absurdo, fue porque su fino olfato matemático les permitió orillarlos".[13] En breve veremos algunos ejemplos de estos procedimientos.

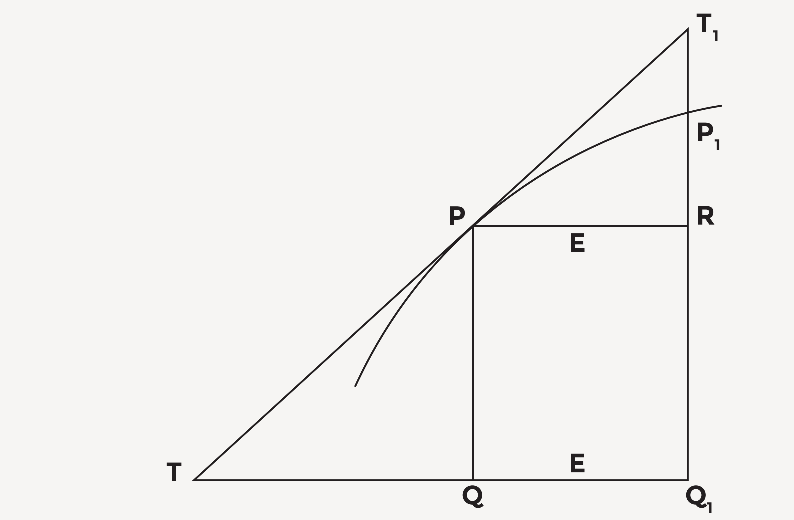
Una de las creaciones fundamentales para el desarrollo del cálculo fue la geometría de coordenadas o *geometría analítica*, basada en la aplicación del álgebra a la geometría, y cuya invención se atribuye a Descartes y Fermat. Este instrumento es una especie de "diccionario" que permite expresar curvas en ecuaciones, y viceversa. Descartes inventa el sistema de coordenadas que todavía hoy utilizamos y llamamos con su nombre, que consta de dos ejes perpendiculares, el de las abscisas y el de las ordenadas (x, y). Al considerar una función de una variable, si atribuimos el comportamiento de la misma al eje de las abscisas, y consideramos que los cambios de la variable tienen su representación puntual como estados sucesivos en los puntos del plano localizables según este sistema de ejes, se hace posible trazar y estudiar las curvas definidas por diferentes tipos de relaciones algebraicas. El método de Fermat, por su parte, supone dada la curva, y traza el sistema de coordenadas a partir de ella para obtener

[13] Babini, J., *op. cit.*, p. 9.

la relación algebraica que ella expresa. En cuanto al uso de infinitesimales, ambos matemáticos tenían visiones opuestas. Descartes las rechaza sistemáticamente a raíz de su falta de una clara (y distinta) fundamentación intuitiva y teórica, mientras que Fermat veía en ellas sólo las ventajas prácticas de los métodos que las involucraban.[14]

Entre 1629 y 1637, Fermat desarrolla un método para el cálculo de tangentes a parábolas y elipses, fundado en su método para el cálculo de máximos y mínimos, en la proporcionalidad de los triángulos, y en algunas propiedades de las curvas descubiertas por el geómetra griego Apolonio.

FIGURA 3: EL MÉTODO DE LAS TANGENTES DE FERMAT.[15]



[14] *Cf.* Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 168.

[15] Ejemplo tomado de Kline, M., *op. cit.*, p. 456.

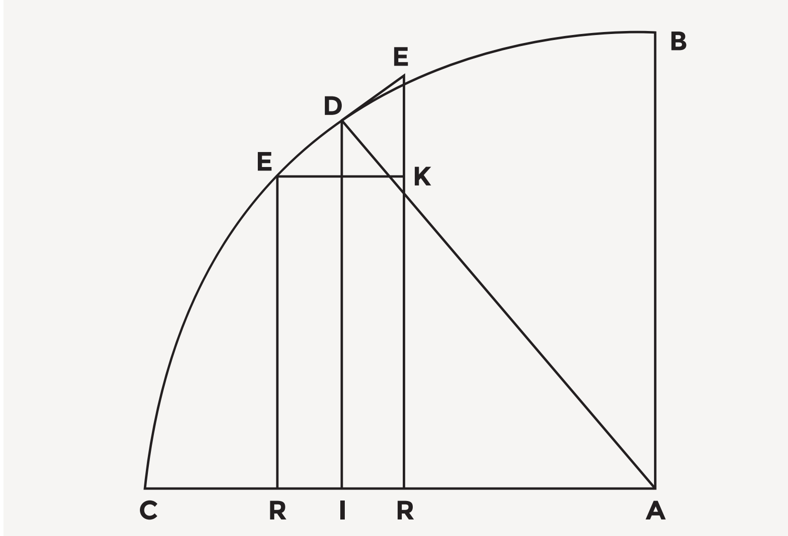
Dada la curva de la figura (que une los puntos P y P_1), el problema es obtener el valor de la inclinación de la recta tangente a la curva en el punto P (cuya posición conocemos). Podemos considerar esa tangente como la hipotenusa del triángulo rectángulo TQP, que se construye respecto a la horizontal de modo tal que el valor del cateto menor PQ sea conocido. La estrategia de Fermat es calcular el valor de la subtangente TQ (la línea horizontal que es a la vez el eje de la curva y el cateto mayor del triángulo, y que corta a la tangente en el punto T). Este valor permitiría trazar la tangente, uniendo T con P. Sabemos que el triángulo TQP es semejante –es decir, *proporcional*– a cualquier otro hipotético triángulo rectángulo que se construya a partir de la tangente, por ejemplo PRT_1. Como las dimensiones de este último son arbitrarias (pues dependen de nuestra conveniencia en vistas a resolver el problema), se construye de modo tal que el lado T_1R pueda considerarse *casi* idéntico a P_1R (es decir, cuando la base E toma un valor muy pequeño, y en consecuencia, también lo hacen todas las dimensiones del triángulo PRT_1). Dada la semejanza, TQ es a PQ como E es a la diferencia entre P_1Q_1 y PQ (= P_1R). De hecho, $P_1Q_1 > PQ$, pero si el valor de E es muy pequeño, esa diferencia puede considerarse ínfima y –según la expresión que Fermat toma del matemático alejandrino Diofanto– "adigualar" los segmentos, o considerarlos prácticamente iguales ($P_1Q_1 \approx PQ$). Se aplica la propiedad característica de la parábola a las relaciones de proporcionalidad de los triángulos, se realizan algunas operaciones de despeje y, como vimos, se considera a E lo suficientemente pequeña como para que su valor pueda *despreciarse* (considerarse = 0). Con esto, Fermat llega a calcular el valor de TQ, y de ahí, la inclinación de la tangente en P.[16]

La importancia del método de Fermat (desde nuestro punto de vista actual, que busca aquí un antecedente al cálculo diferencial), está en su originalidad a la hora de utilizar las cualidades de una relación (proporcionalidad de triángulos) despreciando su aspecto cuantitativo. En términos más contemporáneos, diríamos que Fermat se basa en el límite de la relación cuando E tiende a cero. Pero Fermat no es el único matemático pre-leibniziano que utiliza este tipo de procedimientos. Otro método para el cálculo de las tangentes era el desarrollado por Pascal (en un tratado de 1659 titulado *Traité des sinus du quart de cercle*),[17] que consideraba también a la recta tangente como la hipotenusa de un triángulo construido sobre la curva, como muestra la siguiente figura:

[16] Una explicación detallada, que comprende la noción de "adigualdad", la relación del método de tangentes con el de los máximos y mínimos, y con el cálculo de derivadas actual, puede encontrarse en Alarcón, Sergio Alberto, de la Torre, Andrés, y Suescún, Carlos Mario, "El método de las tangentes de Fermat", en *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, XIII, diciembre de 2005, pp. 101-123. Disponible en línea en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46800208 (última consulta: 7/02/2017).

[17] Pascal, Blaise, *Traité des sinus du quarte de cercle*, en *Oeuvres de Blaise Pascal. Ouvrages de mathématiques*, T. V, París, Lefévre, 1819, p. 312 y ss.

FIGURA 4: EL TRIÁNGULO *CARACTERÍSTICO* SEGÚN PASCAL.[18]



Dada la semejanza entre el triángulo EKE y el IDA, puede afirmarse que AD es a DI como EE es a EK. Para intervalos muy pequeños, el arco puede ser reemplazado por una pequeña porción de la tangente, y tomando a ésta en puntos sucesivos, puede calcularse el área por debajo de él. El área de la curva estaría representada por una serie de áreas idénticamente obtenidas en sucesivos fragmentos infinitesimales de la curva. (Leibniz dirá haber obtenido la idea del cálculo en una iluminación súbita mientras leía este tratado de Pascal, de quien dijo

[18] Ejemplo tomado de Boyer, *op. cit.*, p. 153. La denominación "triángulo característico" se utiliza para todos estos triángulos infinitesimales que se trazan sobre la curva para calcular sus propiedades.

que debía tener los ojos vendados para no darse cuenta de lo que tenía delante.)[19]

Los métodos de Fermat, Pascal, y muchos otros, fueron retomados y perfeccionados por Isaac Barrow, quien sería maestro de Newton. Él se valió del *triángulo característico* (del cual venimos de exponer dos aplicaciones diferentes: una para el cálculo de la tangente, otro para el cálculo del área) en numerosos problemas y demostraciones, pero desconfió del álgebra para determinar estos procedimientos. Su visión de las magnitudes infinitesimales era más bien realista, considerando que toda línea está hecha de líneas infinitesimales, como también todo tiempo está hecho de pequeños tiempos. En torno a este tipo de concepciones, sin embargo, las opiniones estaban divididas.

Como dijimos, Descartes rechazaba la operación con infinitesimales por su falta de claridad lógica e intuitiva, a pesar de conservar la idea de infinito como una idea innata del *cogito*, en las consideraciones que lo conducen a afirmar la existencia de Dios. Pascal, por su parte, consideraba a lo infinito –tanto grande como pequeño– como misterios, algo que la naturaleza ha dado al hombre no para comprender, sino para admirar. Mediante esta declaración, que resuena con su postulación de "verdades del corazón" diferentes de las verdades de razón, Pascal evade la necesidad de elucidar la naturaleza de las magnitudes infinitamente pequeñas, pero a la vez se permite

19 Citado por Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 153 (fuente: Leibniz, G. W., *The early mathematical writings*, Chicago, The open court publishing company, 1920, pp. 15-16).

utilizarlas en sus razonamientos.[20] Bonaventura Cavalieri, un discípulo de Galileo, era un verdadero entusiasta de los infinitesimales, que consideraba como indivisibles, o "átomos matemáticos". Cavalieri "considera un área como constituida por un número indefinido de rectas paralelas y equidistantes, y un volumen como compuesto de un número indefinido de áreas paralelas; a estos elementos los llama los indivisibles de área y volumen, respectivamente".[21] John Wallis, matemático inglés, introdujo el símbolo ∞ para referirse al infinito, definiendo lo infinitamente pequeño como $\frac{1}{\infty}$, y utilizándolo en diversas y poco ortodoxas aplicaciones aritméticas.[22] También Thomas Hobbes participó en esta toma de posiciones, condenando los infinitesimales desde una postura crítica respecto a la aplicación del álgebra a la geometría,[23] pero recuperándolos desde su teoría del *conatus*, al que consideraba como el principio del movimiento, así como el punto es el principio de la geometría.[24] Habló de este principio como movimiento puntual, o movimiento considerado en un

20 Sobre este carácter del infinito para Pascal, *cf.* Pascal, B., *Pensées*, en *Oeuvres de Blaise Pascal*, París, Lefévre, 1819, T. II, p. 42 y ss. ("Todas estas verdades [relativas a la infinitud] no pueden demostrarse, y sin embargo son los principios de la geometría"; *ibíd.*, p. 47; traducción nuestra).

21 Kline, M., *op. cit.*, p. 461.

22 *Cf.* Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 170.

23 Citado por Boyer, *op. cit.*, p. 176; fuente: *The English works of Thomas Hobbes*, Vol. VII, Londres, ed. por W. Malesworth, 1845, p. 283 (donde Hobbes dirige una serie de críticas a la *Arithmetica infinitorum* de Wallis).

24 Citado por Boyer, *op. cit.*, p. 178; fuente: *The English works of Thomas Hobbes*, Vol. I, Londres, ed. por W. Malesworth, 1839, p. 217: "y por lo tanto, todo esfuerzo [*endeavor*], ya sea en el espacio lleno o vacío, procede siempre en cualquier distancia, tan grande como sea, pero también en cualquier tiempo, por pequeño que sea, esto es, el instante. Tampoco importa que el esfuerzo, procediendo, se debilite progresivamente, hasta no poder ser percibido por los sentidos; pues el sentimiento puede ser insensible; y aquí no examino las cosas por sentido y experiencia, sino por razón" (traducción nuestra).

intervalo infinitamente pequeño, alejándose aquí de su empirismo característico. Su uso de los infinitesimales, sin embargo, se vincula con una tradición que encuentra su origen en los escasos aportes medievales a este tipo de magnitudes (asociados a la noción escolástica de *impetus*). Desde esta perspectiva, los infinitesimales se asocian a las magnitudes llamadas *intensivas*, o en devenir, en contraposición con las magnitudes extensivas, fijas y estáticas.[25] Las consideraciones de los infinitesimales como cantidades "evanescentes" (en proceso de desaparición o de igualación a cero) se fundan en esta concepción.

Es en este contexto de abundantes opiniones y procedimientos en torno a los infinitesimales que debe contextualizarse la creación del cálculo. A tal punto la ciencia de la época estaba grávida de cálculo infinitesimal, que no debe atribuírsele la invención propiamente hablando sólo a Newton y Leibniz, pues "éstos se apoyaron en la labor de numerosos precursores antiguos y contemporáneos, sino que se les debe el extraordinario mérito de haber unificado una serie de procesos y métodos hasta entonces inconexos".[26] Nos avocaremos ahora a mostrar cómo se da esta unificación, obviando el capítulo de esta historia que refiere a la polémica que se trenzó entre estos pensadores y sus seguidores en torno a la prioridad del descubrimiento, la cual, a la luz de lo dicho, bien puede catalogarse como una pérdida de tiempo y energía intelectuales.

[25] *Cf.* Boyer, *op. cit.*, p. 177.
[26] Babini, J., *op. cit.*, p. 9.

Newton y Leibniz

Hemos visto que el pulular de los métodos infinitesimales que caracterizó las matemáticas y la física del s. XVII se basaba en la indagación sobre cuatro tipos de problemas, a los cuales estos métodos daban respuestas en distintos casos particulares. Las contribuciones de Newton y Leibniz consistieron básicamente en reconocer que los problemas de cálculo de tangentes y los de áreas o cuadraturas pertenecían a una misma rama del análisis, uno como la recíproca del otro. De ahí a la aplicación física de sus procedimientos había una mínima distancia. Newton, desde una perspectiva más bien física, y Leibniz, desde una más matemática, elaboraron, respectivamente, el método de las fluxiones y el cálculo diferencial e integral.

Newton desarrolla su método de las fluxiones considerando las magnitudes matemáticas no formadas por indivisibles o infinitesimales, sino engendradas por el movimiento continuo. "Las líneas no se engendran mediante suma de partes, sino por el movimiento continuo de puntos; las superficies por el movimiento de líneas; los sólidos, por el movimiento de superficies",[27] etcétera. Es evidente la consideración dinámica de las expresiones algebraicas así definidas, como magnitudes en permanente variación a través del tiempo, similar a la manera en que se experimenta la variación espacial de los cuerpos físicos. En este contexto, llama a las cantidades variables "fluyentes", y define las

[27] Newton, Isaac, "Tratado sobre la cuadratura de las curvas", en Newton, I. y Leibniz, G. W., *El cálculo infinitesimal*, Buenos Aires, Eudeba, 1977, p. 69.

fluxiones como el cambio relativo de una fluyente respecto a otra. Expresaba con esto una noción fundamental: la *tasa de variación* de una función, es decir, la relación entre las variaciones de las variables, o el "ritmo" con el cual una función varía en cada instante de su recorrido. Newton simbolizó "$\dot{x}$" las fluxiones, y "$\acute{x}$" las fluyentes, y formuló el problema del cálculo como sigue: dada una relación entre fluyentes (es decir, una función) obtener la relación entre las fluxiones (es decir, entre las variaciones relativas de las variables). Suponiendo la relación entre fluyentes –o función– $y=x^n$, Newton considera un incremento infinitesimal que designa con la letra *o*, como una variación entre los valores (fluxión) en una duración tendiente a cero. Esta fluxión producida por el incremento *o* se expresa $y+\dot{y}o=(x+\dot{x}o)^n$ (es decir, se aplica un aumento infinitamente pequeño en el miembro izquierdo de la ecuación, y su concomitante aumento en el miembro derecho). Desarrollando el binomio (la expresión contenida entre paréntesis), cancelando los términos que a raíz de ello se restan mutuamente, y *despreciando los términos que contienen el incremento* "o" *en virtud de su valor infinitesimal*, Newton alcanza la expresión $\dot{y}=nx^{n-1}\dot{x}$, sin llegar todavía a la expresión de aquello que, más adelante, será llamado la "derivada"[28] de la función de partida: $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}=nx^{n-1}$ (expresión en la cual $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ es el equivalente de lo que en el cálculo leibniziano será la relación diferencial $\frac{dy}{dx}$).

En ulteriores desarrollos de su cálculo, Newton pretende desligarlo de consideraciones infinitesimales, "bajo la idea de que en matemáticas no se debe despreciar ni

[28] Sobre las nociones de "primitiva" y "derivada" según Lagrange, véase la próxima sección.

los errores más diminutos".[29] Se refiere con ello a su desprecio de los términos conteniendo el incremento infinitesimal *o*. La novedad aquí es la introducción de la noción de *relación primera y última*, considerando la relación última como la razón entre infinitesimales. En este caso Newton considera que la fluxión y es a la fluxión x^n como 1 es a nx^{n-1}. Haciendo tender a cero los incrementos en las fluxiones, la relación entre éstas será como la existente entre 1 y nx^{n-1}, y tras una inversión de los términos, obtenemos finalmente la derivada de $y=x^n$, es decir, $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}=nx^{n-1}$, donde, ahora sí, la relación entre fluxiones representa la razón última de la función (la relación diferencial leibniziana). En las tesis acerca del cálculo de fluxiones incluidas en sus célebres *Principios matemáticos de filosofía natural*, Newton afirma que por "razón última de cantidades evanescentes debe entenderse la razón de cantidades, no antes de que se anulen, no después, sino aquélla con la que se anulan".[30] Esta expresión, oscura desde el punto de vista del rigor deductivo, no es objeto de mayor explicación. Lo será más adelante, como veremos, en tanto la razón primera y última anticipa la noción de *límite*. $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}$ es la razón última de la relación $\frac{y}{x}$ ya que es el límite más allá del cual ésta no puede variar, a causa de la anulación de sus términos. Newton aplica con éxito estos resultados al cálculo de tangentes, áreas y longitudes, máximos y mínimos.

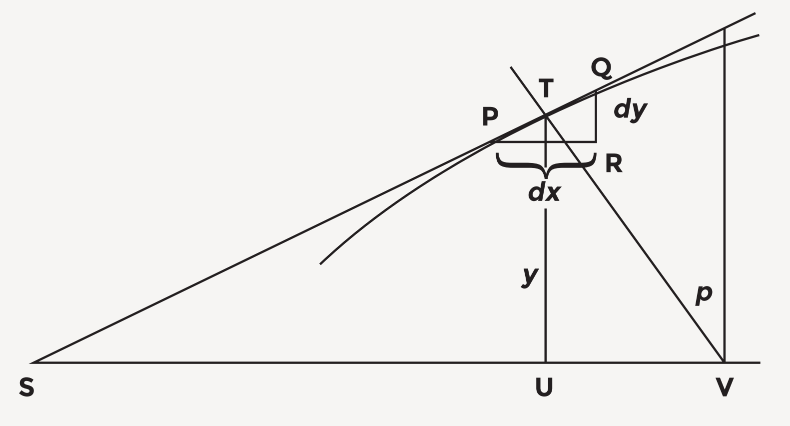
[29] Kline, M., *op. cit.*, p. 480.

[30] Newton, I., *The mathematical principles of natural philosophy*, Londres, ed. de Benjamin Motte, 1729, p. 55. (citado por Kline, M, *op. cit.*, p. 482.)

Por su parte, los primeros trabajos de Leibniz sobre el cálculo datan de sus notas personales de la década del setenta. Newton se encontraba desarrollando la forma más primordial de su método por lo menos unos cinco años antes, también en notas personales que tardarían mucho en mostrarse al ojo público (de hecho, la primera publicación científica del cálculo es un artículo de Leibniz, publicado en la revista *Acta eruditorum* del año 1684). Según el propio Leibniz, la idea fundamental del cálculo se le presentó súbitamente estudiando el problema de Pascal desarrollado más arriba, basado en las propiedades del triángulo característico. Al interpretar la cuadratura del área descompuesta en una multitud de pequeños triángulos *sumados* entre sí, Leibniz se dio cuenta de que la determinación de la tangente a una curva dependía de la razón entre *diferencias* (restas) de las ordenadas con las abscisas. Así como la resta es la inversa de la suma, Leibniz intuyó que los problemas de cálculo de tangentes y de cuadraturas se encontraban en una relación análoga. Estas consideraciones, además de aquéllas relativas a sus investigaciones sobre series infinitas, conforman el contexto de maduración de las reflexiones que derivarían en su cálculo infinitesimal. Además de la resolución de problemas, se dice que Leibniz dedicaba largos períodos de trabajo a desarrollar la notación de sus expresiones. Este esfuerzo no fue infructuoso, pues su $\frac{dy}{dx}$ (relación diferencial entre dy y dx, siendo cada uno un valor que representa la diferencia entre valores infinitamente próximos) y su $\int$ (símbolo de sumatoria o integral, que consiste en una "s" estilizada) se utilizan aún hoy, además de sus denominaciones *calculus diferentialis* y *calculus integralis*, que continúan nombrando las dos ramas del cálculo.

Consideramos a continuación (figura 5) un ejemplo: un problema extraído de un manuscrito temprano de Leibniz, que muestra su concepción del triángulo característico.[31] Se representa aquí una curva cortada en el punto T por la línea SQ, tangente a la curva en T. Partiendo del punto S de la tangente SQ se traza una línea horizontal SU (la *subtangente* de la curva en el punto T) y, desde T, una perpendicular a ésta: UT. Se forma así el triángulo SUT. El ángulo de SQ respecto a SU es el ángulo de la tangente a la curva respecto a la horizontal (eje de las abscisas).

FIGURA 5: EL TRIÁNGULO CARACTERÍSTICO SEGÚN LEIBNIZ.



[31] Corresponde a un manuscrito de Leibniz de 1675, titulado "Ejemplos del método inverso de las tangentes", citado por Kline, *op. cit.*, p. 495-6 (fuente: Leibniz, G. W., *The early mathematical writings*, *op. cit.*, p. 93 y ss.)

Si imaginamos que la recta SQ se desplaza de abajo hacia arriba manteniendo fijo el punto S, ella es una recta secante a la curva –es decir, la corta en dos puntos, P y Q– hasta llegar al punto T (donde el segmento PQ se anula). Antes de llegar a ese punto, tenemos un triángulo PRQ (semejante o proporcional a SUT), del cual PQ es la hipotenusa. A medida, entonces, que SQ se eleva, la distancia PQ se vuelve más pequeña, tendiendo ambos puntos a encontrarse en el punto T, y allí la recta secante se vuelve tangente. En esta progresiva disminución, los catetos PR y QR (nótese su expresión en términos de diferenciales: *dx*, *dy*, respectivamente), se hacen cada vez más pequeños, al infinito. Dada la proporcionalidad fundada en la semejanza de los triángulos, sabemos que se da la relación $\frac{dy}{dx} = \frac{TU}{SU}$ así como también $\frac{dy}{dx} = \frac{p}{y}$. Al ser *dy* y *dx* cantidades evanescentes, menores que cualquier cantidad dada o dable, pueden, de ser necesario, despreciarse en diferentes puntos del desarrollo de "despeje" de alguna variable de las ecuaciones que pueden plantearse a partir de este gráfico, o pueden también *integrarse* (considerando una pluralidad de *dx*s o *dy*s sumables), lo cual, dependiendo de los datos, y aplicando cierta geometría y trigonometría básicas, permite calcular una gran cantidad de propiedades de la curva.

Hemos visto que el triángulo característico o infinitesimal no es propiamente un invento leibniziano. En particular, Fermat y Pascal (entre otros muchos) lo utilizaban, respectivamente, para el cálculo de tangentes y de áreas. En ambos casos, el triángulo característico no es sino un momento provisorio y pasajero de la demostración, un "préstamo de la geometría de los indivisibles a la geometría ordinaria"[32] que no sobrevive concluido el razonamiento. Leibniz, al contrario, considera al triángulo PRQ por sí mismo, subsistiendo en sus relaciones con su semejante SUT; "los costados del triángulo pueden devenir tan pequeños como se quiera, pero mientras que devienen *inasignables*, permanecen perfectamente determinados por la similitud del triángulo *inasignable* [PRQ] al triángulo *asignable* [SUT]".[33] Es así como, de la mano de Leibniz, "se introduce en el dominio de lo infinitamente pequeño la noción de relación [*rapport*]".[34] Dado que todas las relaciones de las magnitudes permanecen determinadas y subsisten más allá de que sus términos existan bajo la forma de números determinados, las diferenciales se vuelven objeto de múltiples operaciones. En su publicación del *Acta eruditorum* de 1684 Leibniz da una serie de definiciones relativas al uso de las operaciones algebraicas con las diferenciales. Algunas de estas son reglas que se utilizan aún hoy, otras son solo oscuras postulaciones nunca demostradas.

En cuanto la significación de "infinitamente pequeño", lo cierto es que ni Leibniz ni Newton definieron rigurosamente estos conceptos fundamentales. Su trabajo se guía más por la fecundidad de los resultados que por la elucidación de los fundamentos. Leibniz nunca da una de-

32 Brunschvicg, L., *op. cit.*, p. 173.
33 *Ibídem*.
34 *Ibíd.*, p. 174.

finición definitiva de *dy* y *dx*, pero sus cambiantes caracterizaciones nunca abandonan la referencia a intuiciones espaciales: segmentos infinitamente pequeños o puntos infinitamente próximos, o magnitudes que son como el diámetro de la tierra es a la cabeza de un alfiler.[35] Estas nociones resultaban insatisfactorias aún para el propio autor, que sentía la necesidad de reformular el significado de las diferenciales a menudo, a lo largo de un trabajo ya de por sí incompleto y fragmentario. Leibniz se refirió a las diferenciales como cantidades variables, que podrían adquirir un valor tan pequeño como se deseara (lo cual apelaría a un infinito en potencia, fundado en la posibilidad de ir siempre más allá de cualquier valor dado), pero también como cantidades "últimas" (como cantidades infinitamente pequeñas efectivamente existentes). Se refirió a ellas también como cantidades "anfibias" entre la existencia y la no existencia.[36] Es común su recurso a la ley de continuidad, que definía como la propiedad de un conjunto en el que siempre existe un elemento entre dos cualesquiera de ese conjunto, como los puntos en una línea. Permanece oscuramente implícito en sus trabajos el concepto de "límite", que resultó ser el fundamento de la noción de continuidad en la matemática posterior, así como de todo el aparato del cálculo. Más cercano a la noción de límite está el concepto newtoniano de "razón última", mediante el cual se pretendía eliminar el error que puede acarrear en el cálculo el desprecio de la magnitud

[35] *Ibíd.*, p. 508 y ss.

[36] Sobre las consideraciones leibnizianas acerca del estatus ontológico de las diferenciales, *cf.* Boyer, *op. cit.*, p. 214 y ss.

o; pero esta razón dependía de la noción de "cantidad evanescente", que resultaba paradójica a la intuición y era directamente contraria a la lógica (tal como, según veremos a continuación, señaló por primera vez Berkeley). Lo cierto es que el sentimiento de esta imprecisión constante en las bases del cálculo conduciría a años de indagaciones matemáticas y metafísicas.

Polémica y evolución de los infinitesimales

La incapacidad de dar una caracterización acabada que explicara satisfactoriamente el estatus de las infinitesimales causaba un profundo desasosiego en muchas mentes científicas de la época, que sentían imperiosa la necesidad de determinar con precisión esas escurridizas nociones. Uno de los principales ataques filosóficos a la noción de infinitesimal provino del filósofo británico Georg Berkeley. En un tratado publicado en 1734, titulado *El analista (The analyst)*,[37] Berkeley inaugura lo que se conoce como "la polémica del *Analista*", criticando a los matemáticos defensores de los métodos infinitesimales por utilizar un procedimiento basado en la inducción a partir de los resultados obtenidos, y no de la deducción de principios exactos, como la matemática exige. Berkeley denuncia que los matemáticos desafían la ley de no contradicción apelando a nociones de las que no puede

[37] Y subtitluado: "Discurso dirigido a un matemático infiel, donde se examina si el objeto, principios e inferencias del moderno análisis son más distintamente concebidos, o más evidentemente deducidos, que los misterios religiosos y artículos de la fe". Hay trad. cast. por José Antonio Robles, en *Los escritos matemáticos de Georg Berkeley y la polémica sobre* El Analista, México DF, UNAM, 2006.

decirse ni que existen ni que no existen, y critica tanto a los británicos (que siguieron la vía del método de las fluxiones newtoniano) como a los continentales (que utilizaban las diferenciales leibnizianas) por dar lugar a errores en el cálculo matemático. Finalmente, sugiere una idea que será retomada con un valor positivo más adelante: los éxitos del cálculo se basan simplemente en la *compensación de errores*. Al introducir un incremento infinitesimal en una variable de una función, se produce una variación infinitesimal en la misma; estas variaciones son completamente indeterminadas desde el punto de vista del número, y por tanto erróneas, pero son mutuamente cancelables. Es por esa fortuita propiedad que el concepto "místico" de infinitesimal se aplica con éxito.[38]

Este escrito de Berkeley desató un sinnúmero de respuestas de matemáticos partidarios de las cantidades infinitesimales pretendiendo justificar los principios de su operación (los más involucrados en la polémica fueron James Jurin, Benjamin Robins y Collin McLaurin). Ninguno de ellos, sin embargo, fue más allá de las varias formulaciones y reformulaciones que Leibniz y Newton –o alguno de sus precursores– habían hecho sobre la materia. Unos se dieron por vencidos, otros llegaron a admitir que el cálculo infinitesimal efectivamente era una colección de falacias ingeniosas. Lo cierto es que, a pesar de ello, su uso seguía ampliándose y difundiéndose, revelando cada vez más propiedades de funciones cada vez más complejas y fundando nuevas ramas del análisis.

[38] Sobre la concepción de Berkeley de la compensación de errores, *cf.* Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 224 y ss; y también Kline, M., *op. cit.*, p. 568 y ss.

Las dos figuras claves en la matemática del siglo XVIII fueron Leonard Euler y Joseph Louis Lagrange. El primero organizó, formalizó y sistematizó el análisis matemático como nadie antes que él. Puso todo el acento en el concepto de función como clave del análisis, y realizó extensas y detalladas clasificaciones de funciones. A pesar de servirse a lo largo de toda su obra del cálculo infinitesimal, Euler pretendió desterrar las diferenciales rechazando que el concepto de cantidad evanescente pudiera ser algo distinto de cero. Sin embargo, a pesar de afirmar que $dx = 0$ y $dy = 0$, Euler sostenía que $\frac{dy}{dx}$ era perfectamente determinada. $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0} = n$, donde n es un número cualquiera. Justificaba esto diciendo que $0n = 0$, y de aquí podía despejarse $n = \frac{0}{0}$.[39] A pesar de que estos experimentos aritméticos no llevaron demasiado lejos la elucidación de los principios del cálculo, el trabajo de Euler contribuyó a independizar al mismo de la intuición geométrica y asociarlo al álgebra.

Lagrange, por su parte, fue un cultor del pensamiento claro y riguroso en la demostración matemática, y consideraba la noción de infinitesimal como un elemento indeseable a ser eliminado. Como Berkeley, suponía que el éxito del cálculo se debía a la compensación de errores, pero afirmaba a su vez que era posible alcanzar una formulación matemáticamente rigurosa del cálculo sin necesidad de infinitesimales. Entre 1772 y 1797 trabaja en el intento más ambicioso hasta entonces por reconstruir los fundamentos del cálculo sin apelar a fluxiones,

[39] *Cf.* Kline, M., *op. cit*, pp. 570-1.

diferenciales, ceros, límites o cantidades evanescentes, sino al álgebra de cantidades finitas. La herramienta que utiliza Lagrange es la serie de potencias conocida como serie de Taylor, que consiste en una sumatoria de funciones conectadas por relaciones de derivación.[40] Este procedimiento viene acompañado de un valioso aporte a la historia del cálculo: el concepto de función "primitiva" y "derivada". Como dicen Dalmedico y Peiffer: "El desarrollo en serie de funciones le permitirá [a Lagrange] construir de un modo puramente algebraico y formal, a partir de una función dada (llamada *primitiva*), otras funciones (llamadas *derivadas*). El término «*derivada*» se ha mantenido en la literatura matemática, así como la notación f', f'', etc., las funciones derivadas sucesivas de la función *f [primitiva]*."[41]

La serie de Taylor es una serie infinita de la forma $f(x+i)=f(x)+pi+qi^2+ri^3+\ldots$. Donde i es un incremento cualquiera a la variable x, y las letras $p, q, r\ldots$ (los *coeficientes* de la sumatoria) representan funciones de x independientes de i. Estos coeficientes son las funciones derivadas sucesivas de la primitiva $f(x)$, las cuales pueden reemplazarse en la formulación de la serie para obtener la siguiente expresión de la función: $f(x+i)=f(x)+if'(x)+\frac{i^2}{2!}f''(x)+\frac{i^3}{3!}f'''(x)+\ldots$, donde i, i^2, i^3 representan las sucesivas potencias del incremento i, y los coeficientes f', f'', f''', son las derivadas sucesivas de $f(x)$, derivadas de derivadas, las cuales pueden obtenerse siguiendo operaciones exclusivamente algebraicas. Para calcular la primera derivada $f'(x)$, Lagrange plantea la relación: $f'(x+i)–f(x)=pi$ (siendo $p = f'(x)$), de donde extrae que $p = \frac{f(x+i)-f(x)}{i}$. Cuando i tiende a cero, esta fórmula se denomina "cociente incremental", y es el método mediante el cual se introduce actualmente en análisis matemático la operación de derivación de funciones. Sin embargo, la demostración de Lagrange pretende obtener la derivada primera sin apelar a cantidades infinitesimales, pues i puede tener un valor cualquiera. Al considerar aisladamente una función, esta fórmula vale para extraer la derivada sólo en la medida en que i sea una cantidad infinitesimal o tendiente a cero, pero en el contexto de una serie de Taylor, al considerar los infinitos términos de la misma el valor efectivo de i deja de tener importancia (puede ser cualquiera). Mediante la serie de Taylor se calcula lo que se llama *aproximación* de la función en torno a un punto: al asignar un valor a x y comenzar a sumar, cada nuevo término de la misma –cada nueva derivada– aporta una nueva determinación a la vecindad del punto considerado –el valor de x. Teóricamente, si se calcularan los infinitos términos de la serie, obtendríamos una determinación completa de la curva. La serie de potencias, como veremos, es una herramienta muy útil para la determinación del comportamiento y el cálculo de los puntos singulares de una curva.

La derivada, hasta entonces, no era un concepto técnico del análisis, y se expresaba más bien accidental-

---

40 La formulación de Lagrange en términos de serie de potencias es fundamental en la lectura deleuziana del cálculo, en la medida en que a partir de ella se expresa el "elemento puro de la potencialidad": la instancia trascendental en virtud de la cual la Idea es capaz de producir y enlazar nuevos regímenes de variabilidad. Desarrollaremos esto en el tercer capítulo.

41 Dahan-Dalmedico, A., y Peiffer, J., *op. cit.*, p. 200; traducción nuestra.

mente como el resultado de la operación de *diferenciación* de la función, es decir, de la introducción del incremento infinitesimal *dx* en la misma, y su despeje hasta llegar a la expresión $\frac{dy}{dx}$. La relación entre variables expresada por la función primitiva se transforma en una nueva relación, como hemos visto en el ejemplo newtoniano de la relación última, donde pasábamos de $y=x^n$ a $\frac{\dot{y}}{\dot{x}}=nx^{n-1}$. La función derivada así obtenida expresa, para cada punto de la función primitiva, la pendiente de la recta tangente a la curva expresada por esta última función (la tangente a la curva en un punto es la expresión gráfica de la tasa de variación instantánea de la función en un valor). Esta derivada es, a su vez, una nueva función pasible de diferenciación, por lo que una nueva aplicación del incremento infinitesimal a ésta, nos da una segunda derivada, algo que, según la notación introducida por Leibniz, se expresa en términos diferenciales de un orden superior al anterior: $\frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$; el siguiente orden de diferenciales nos da la derivada tercera: $\frac{d^3y}{dx^3} = f'''(x)$, y así sucesivamente, según la expresión general $\frac{d^ny}{dx^n} = f^{(n)}(x)$. Es preciso entonces introducir un nuevo *dx* por cada nueva derivación, con lo cual *dx* aumenta de grado (dx^2, dx^3,…, dx^n) en la misma medida que y –o $f(x)$– es sucesivamente diferenciada (d^2y, d^3y, …, d^ny). Cada derivada es una nueva función de un orden menor al de su primitiva (la derivada anterior) pero expresada en diferenciales de orden superior (es decir, cada aumento del grado de diferenciales implica una reducción del grado *n* de la función derivada, según la expresión: $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$).

El objetivo de Lagrange es entonces eliminar las problemáticas magnitudes infinitesimales mediante la derivación sucesiva en los términos de la serie de Taylor. Sin embargo, este planteo es insatisfactorio por varios motivos. En primer lugar, como señala Kline,[42] es circular, dado que para extraer los términos sucesivos de la serie es preciso conocer la primera derivada, y para ello, como vimos, se necesita suponer las nociones infinitesimales que Lagrange pretendía desterrar. Para obtener la primera derivada en términos de la serie de Taylor del modo en que hemos indicado, Lagrange debe despreciar todos los términos de la serie a partir del tercero, cosa que sólo puede justificarse teóricamente si el incremento *i* es infinitesimal y el error de esta anulación tiende a cero.[43] De este modo, las magnitudes infinitesimales son eliminadas con una mano y reintroducidas subrepticiamente con la otra. Por otra parte, hoy se sabe que no toda función es pasible de ser expresada según la serie de Taylor, sino sólo las que cumplen con las propiedades de ser continuas e infinitamente derivables. Lagrange no se plantea adecuadamente el problema relativo a la posibilidad de llevar a cabo efectivamente su procedimiento, apresurándose a concluir que éste vale para todas las funciones. Pero a pesar de estas falencias, el esquema de Lagrange gozó de amplia aceptación durante un tiempo, y sus trabajos contribuyeron también, igual que los de Euler, a considerar al cálculo desde una perspectiva puramente algebraica, autónoma respecto a la intuición geométrica.

---

42 *Cf.* Kline, M., *op. cit.*, p. 574.

43 Veremos en nuestro siguiente capítulo que este vicio lógico será el núcleo de la refutación de Wronski a Lagrange, y de su afirmación de la necesaria inclusión de las diferenciales como principio supremo de las matemáticas.

En 1797, mismo año en que se da a conocer la versión más acabada del trabajo de Lagrange, sale a la luz otro trabajo muy celebrado en la época: las *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, de Lazare Carnot. Motivado por el intento de dar al cálculo sus fundamentos lógicos definitivos, Carnot recorre varias hipótesis, concluyendo en la ya mencionada teoría de la compensación de errores. Las diferenciales serían simples "ficciones útiles", o errores necesarios, a diferencia de las cantidades "efectivamente reales" y verdaderas del desarrollo matemático; estas ficciones pueden ser eliminadas sin pérdida alguna en las soluciones. Más allá de esta conclusión ya conocida, las reflexiones de Carnot son importantes para Deleuze pues este autor acuña el término "condiciones del problema" para referirse a las diferenciales. Las diferenciales son meras auxiliares para el cálculo, pero necesarias por expresar las condiciones bajo las cuales el problema (la ecuación) se vuelve resoluble. En sus palabras: "hemos, en verdad, cometido errores en la expresión de las condiciones del problema, pero estos errores se destruyeron a sí mismos por compensación, y el resultado buscado no ha sido alterado en nada".[44]

Por su parte, Jean le Rond d'Alembert, el enciclopedista francés, matemático y filósofo de formación, decía por entonces que la metafísica del cálculo debía buscarse en la noción de límite, remitiendo a la noción de "razón última" de Newton. Vista en retrospectiva, esta afirmación va en la dirección correcta en relación a la formalización rigurosa. Sin embargo, d'Alembert no se acerca a enunciar una teoría del límite satisfactoria para esta formulación. Los intentos de los matemáticos del s. XVIII resultaron infructuosos para fundar el cálculo, pero sus crecientes aplicaciones exitosas mantenían viva esta preocupación. Todavía habría que esperar a la segunda mitad del s. XIX para alcanzar una expresión relativamente satisfactoria para la comunidad matemática.

[44] Carnot, Lazare, *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, París, Malet-Bachelier, 1797, p. 100; traducción nuestra.

La interpretación estática

Una de las figuras centrales de la matemática del s. XIX es Agustin Louis Cauchy. Sus contribuciones al cálculo lo encauzarán a su formulación más reconocida. Cauchy retoma la valorización que d'Alembert hacía de la idea de límite, y busca darle un carácter más preciso, fundado en la aritmética. Gracias al legado de obras como las de Euler y Lagrange, Cauchy dirige sus investigaciones puramente a través del álgebra, intentando no recurrir a la física o la geometría. Esto lo lleva a plantearse la cuestión acerca de las condiciones algebraicas de resolubilidad de las ecuaciones diferenciales (pregunta que no surgió mientras el cálculo era dependiente de aquellas ciencias, en las cuales era intuitivamente evidente que existían soluciones a sus problemas). Este acercamiento le permitió ver las falencias de sus antecesores inmediatos y la posibilidad de superarlas.

Cauchy comenzó definiendo la noción fundamental de *límite* –apelando a la aritmética antes que a la geometría– como un *valor* fijo y determinado, de modo que "cuando los valores sucesivos atribuidos a una variable se aproximan indefinidamente a un valor fijo hasta diferir de él tan poco como uno desee, este valor es el límite de todos los otros".[45] En este contexto, los infinitesimales son definidos como *variables* cuyo valor tiende al límite cero, y el infinito es también considerado como una variable, cuyo valor se incrementa indefinidamente más allá de cualquiera dado. A partir de la clarificación de estas nociones, Cauchy expresa la derivada a partir de la fórmula (ya utilizada por Lagrange) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+i)-f(x)}{i}$, donde i es un incremento cualquiera a la variable y Δy y Δx son variaciones asignables o determinadas de las abscisas y ordenadas. Cuando este incremento es infinitesimal –o tiende a cero, lo cual se expresa $\lim_{i \to 0}$–, las variaciones de x e y dejan de ser asignables y devienen diferenciales, con lo que obtenemos la derivada: $f'(x)= \frac{dy}{dx} = \lim_{i \to 0} \frac{f(x+i)-f(x)}{i}$.[46] Para una función de una variable independiente (x, y), la relación diferencial $(\frac{dy}{dx})$ equivale a la derivada de esa función.

A partir de la noción de límite, Cauchy define también la *continuidad*, propiedad que es siempre relativa a un intervalo de valores de una función; una función será continua entre dos límites si, en el intervalo definido por éstos, todo incremento en las abscisas, por pequeño que sea, produce un incremento en las ordenadas. De aquí extrae que una función puede ser discontinua en un punto (cuando no hay un valor definido de $f(x)$ para una x definida), y que en esos puntos es imposible la derivación

[45] Cauchy, A. L., *Course d'analyse*, citado por Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 272.

[46] *Cf.* Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 279.

(de aquí el problema de la pretensión de Lagrange de aplicar la serie de Taylor a cualquier función, sin averiguar antes si ésta es continua).

El siguiente paso de Cauchy es definir la integración, cosa que hace independientemente de la noción de derivada (a pesar de la tradición que, desde Leibniz, definía la integral como la antiderivada). La integral para él será definida en términos de una serie del tipo $S=(x_1-x_0)f(x_0)+(x_2-x_1)f(x_1)+...+(X-x_{n-1})f(x_{n-1})$.[47] Cuando los valores de las diferencias entre las x tienden al límite cero, el límite de la sumatoria de esas diferencias (S) es la integral de $f(x)$ definida en el intervalo (x_0, X), expresada en este caso como $F(x) =\int_{x_0}^{X} f(x)dx$.

La expresión del cálculo alcanzada por Cauchy es similar a la que se sigue utilizando hoy en manuales introductorios al análisis. Sin embargo, sus nociones todavía contenían algunos puntos conflictivos para la visión formalista pura que comenzó a imperar en la segunda mitad del s. XIX y principios del XX en el ámbito sajón. La definición cauchiana de límite contiene la referencia a una *aproximación*, entendida como un *pasaje* de la variable a través de todos los valores de un intervalo. Esta referencia continúa conservando en la definición de elementos matemáticos caracteres dinámicos extrapolados de la intuición del movimiento. Lo que –con Boyer– hemos llamado formulación "rigurosa" es fruto de un proceso que la historia de la matemática conoce como "aritmetización del cálculo" y "aritmetización del infinito", cuya

[47] Boyer, C. B., y Merzbach, U. C., *A history of Mathemathics*, Nueva York, John Wiley & Sons, 2011, p. 456.

sede es Alemania, y sus principales promotores, Karl Weierstrass, Julius W. R. Dedekind y Georg Cantor. Este proceso alcanza su máximo esplendor en 1872, año en que distintas publicaciones de estos matemáticos permitieron dar una definición de límite, de continuidad, y de número irracional con absoluta prescindencia de la intuición, basándose íntegramente en la noción de número y en las operaciones básicas entre ellos, siguiendo el modelo lógico de la aritmética como el lenguaje fundamental de las matemáticas.

Weierstrass[48] elimina la idea que la variable *tiende* a un límite, en el sentido de que se *aproxima* a él; hace esto *identificando al límite con la secuencia* de la cual es el límite. Es decir, el límite al cual tiende una secuencia infinita de términos sumados *es* la secuencia misma, y viceversa. "[D]e un modo simplificado, podemos decir que el número $\frac{1}{3}$ no es el *límite* de la serie $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \ldots + \frac{3}{10^n}$; él *es* la secuencia asociada a esa serie".[49] Según esta teoría, los números irracionales son agregados (en el sentido de límites de series infinitas) de números racionales. Definir acabadamente un número irracional consiste en encontrar la serie que lo expresa en función de sumas o restas de números racionales. Dar una definición de los irracionales era un problema que se vinculaba direc-

48 Deleuze no refiere directamente a Weierstrass en *Diferencia y repetición*, sino en una nota de la *Lógica del sentido* (*op. cit.*, p. 65), y, mucho después, en sus cursos sobre la relación diferencial capitalista del 22 de febrero de 1972 (*cf. Derrames. Entre el capitalismo y la esquizofrenia*, Buenos Aires, Cactus, 2005, p. 111 y ss.) y sobre Leibniz del 29 de abril de 1980 (*cf. Exasperación de la Filosofía. El Leibniz de Deleuze*, Buenos Aires, Cactus, 2009, p. 72). En estos casos, el matemático alemán es mencionado para referirse su interpretación "estática" o "estructural" del cálculo, en una expresión axiomática que elimina su carácter "fronómico" o dinámico, o sea, la noción de aproximación o tendencia a un límite.

49 Boyer, C. B., y Merzbach, U. C., *op. cit.*, p. 536.

tamente con el cálculo, dado el desafío que esta clase de números presentaba a la noción de continuidad. Los números irracionales se presentaban como un "corte" en el conjunto "continuo" de los racionales, y es justamente mediante el concepto de corte que se llega a una definición rigurosa de los irracionales. Quien se destacó en esta definición fue Dedekind.[50]

En 1872, Dedekind publica un libro (*Continuidad y números irracionales*) bajo una motivación semejante a la de Weierstrass, aunque desde una perspectiva diferente. Su objetivo era elucidar la noción de continuidad, esa curiosa propiedad característica de la intuición de las líneas geométricas de transcurrir sin saltos ni fisuras a lo largo de toda su infinita extensión, y propia también del conjunto de los números reales, carente de saltos entre un número y otro, por cercanos que sean.[51] Este conjunto, que permite transpolar la intuición de la continuidad a la noción de número, contenía sin embargo una serie de oscuridades: precisamente, los números irracionales, cuya misteriosa irrupción había resultado en el quiebre del armónico mundo pitagórico. Dando una clara definición de número irracional se avanza en los misterios de la continuidad y el infinito. Era para eso necesario dar al conjunto de los reales la densidad propia de la línea –en la cual siempre existe un punto entre dos cualesquiera–

50 Junto con la concepción de Bordas-Demoulin sobre la continuidad –que desarrollamos en el siguiente capítulo– la de Dedekind es retomada y resignificada por Deleuze en el ámbito de su teoría de la continuidad, que analizamos en el tercer capítulo.

51 Hoy en día la noción de continuidad es reservada para referirse a funciones, y se denomina "densidad" a esta propiedad que relaciona los racionales con los irracionales, diciendo que el conjunto de los irracionales es "denso" en los reales.

desde un criterio exclusivamente numérico, para poder desligar definitivamente la conceptualización aritmética de la intuición geométrica, pudiendo a la vez establecer una traducción precisa entre estos ámbitos.

Para ello, Dedekind plantea que la esencia de la continuidad de un segmento (lineal o numérico) no reside en la consistencia o subsistencia conjunta de sus elementos, sino que se manifiesta en la posibilidad de su divisibilidad.[52] Todo segmento continuo es divisible, de modo tal que al dividirlo obtenemos dos segmentos continuos y un punto en el que se produce el *corte*. Para cada división de una línea, obtenemos dos clases, A y B, y el punto que las divide. Aritméticamente A y B –intuitivamente derecha e izquierda–, pasan a significarse como mayor y menor respecto al punto de corte. La lógica del razonamiento de Dedekind es compleja y supone una exposición especializada, pero podemos decir que se basa en la propiedad de los segmentos A y B de poseer o no, respectivamente, un máximo y un mínimo, o una cota superior y una inferior. Si los poseen, el punto de corte define un número racional, si no los poseen, el corte es un irracional. Por ejemplo, el número $\sqrt{2}$ es definido como el corte en el conjunto de los reales tal que $m < \sqrt{2} < n$, donde el subconjunto m carece de máximo y el n de mínimo. El conjunto de los números reales se convierte en una sucesión de segmentos continuos cortados por una serie de puntos dispersos (irracionales), que son definibles gracias a los puntos que constituyen esos segmentos continuos (racionales). Cada uno de los números irracionales puede determinarse como un corte

[52] *Cf.* Boyer, C. B., y Merzbach, U. C., *op. cit.*, p. 536.

(en la línea de los reales) y llevarse a una expresión en función de los números racionales, lo que volvería al conjunto de los primeros reductible al de los segundos.

Todos estos movimientos expresan una tendencia a interpretar las nociones últimas de la matemática desde las concepciones básicas de la aritmética y los números naturales, considerados lógicamente más claros y exactos que otros campos de la matemática. La continuidad se define en términos de los cortes en el conjunto de los reales, a la vez que el cálculo infinitesimal se define a partir de la noción aritmética de límite, y el infinito, a partir de la postulación axiomática formal de la teoría de conjuntos. La tendencia de la matemática a reducirse progresivamente a la lógica proposicional, acaba privilegiando el concepto de finitud, definiendo las matemáticas a partir de él, como su idea primitiva, según la lógica de las operaciones entre números finitos. Weierstrass y Dedekind demuestran que a partir de sus principios pueden derivarse todos los teoremas relativos al cálculo sin recurrir a la geometría. La intuición empírica del espacio, que había signado la noción de continuidad y con ella las fecundas herramientas matemáticas que expusimos, resultó así finalmente excluida del análisis.

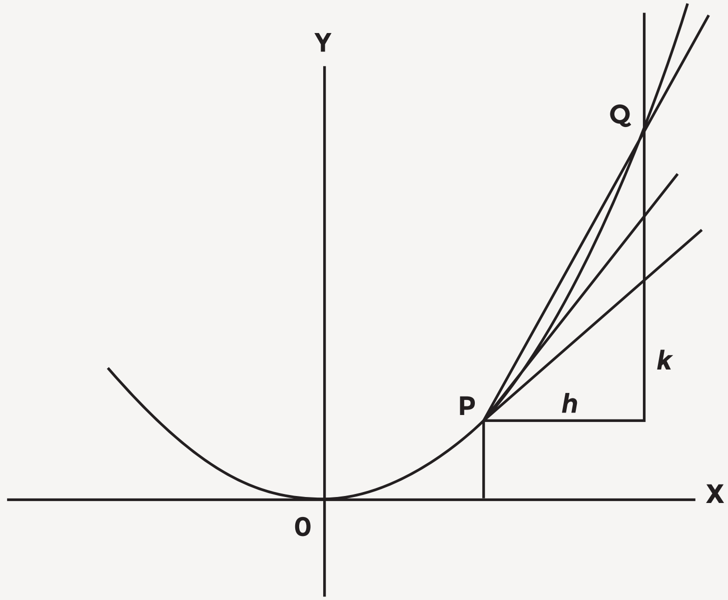
Actualmente, los cálculos diferencial e integral se utilizan en el análisis matemático principalmente para desarrollar distintas propiedades de funciones. El cálculo diferencial es un instrumento que permite representar propiedades *puntuales* de una función o de la curva que la expresa. Estas propiedades están vinculadas con lo que se llama *tasa de variación* de una función, es decir, la razón entre las variaciones de las variables de la función, respondiendo a la pregunta "¿cómo varían los valores de una función (y) en relación a las variaciones de su variable (x)?" Es aquí donde interviene la derivada, que permite calcular la inclinación de la recta tangente en cada punto de la curva descripta por la función primitiva. Para calcular la derivada de una función, debe tomarse una diferencia que tienda a cero entre dos valores asignados a sus variables independientes, según la definición estática y estructural de "límite". En este contexto, se llama límite L de una secuencia infinita de términos a aquella magnitud que, para un número real positivo ε (tan pequeño como se quiera), existe un entero positivo N tal que para todo $n>N$ (siendo n los términos sucesivamente crecientes de una sucesión) se da que la diferencia entre L y n es menor que ε.[53] Mediante este concepto se determina dx como el valor de la variable x cuando la variación de ésta tiende al límite cero. Si pensamos a la tangente a la curva en sus puntos sucesivos como las variaciones de dirección en el trayecto de un punto que va modelando a la curva, podemos pensar a la derivada como *expresión de la génesis de la curva descripta por la primitiva*, pues aquélla indica para cada punto de ésta la dirección que sigue el trazado de la curva, así como los puntos donde la curva cambia cualitativamente o "puntos singulares" (concepto que será explicado en la siguiente sección). Las sucesivas tangentes funcionan así como un "campo de vectores", una sucesión de líneas que indican la inclinación y dirección en la sucesión de los puntos que conforman el trazado de la curva. Utilizada de este modo,

[53] *Cf.* Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 8.

la derivada permite calcular una aproximación al dibujo global de la curva sin tener que calcular los valores de la primitiva punto por punto.

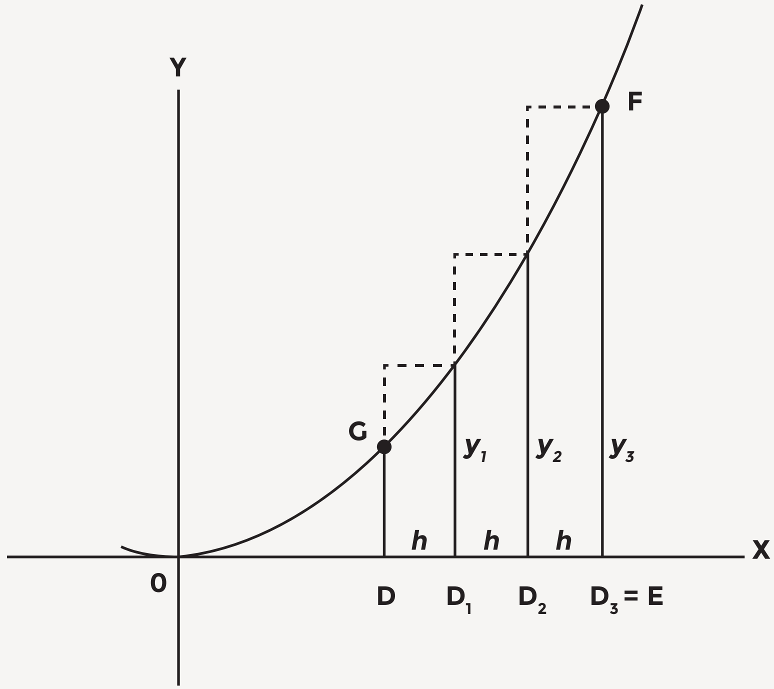
La otra rama del cálculo infinitesimal es la integración, que se vincula con un cálculo de longitudes y áreas. Definiendo a la integración como la operación inversa a la derivación, su problema fundamental sería: dada la función que describe la tasa de variación instantánea (derivada) del trayecto de una curva, encontrar la función a la cual corresponde esa tasa de variación (primitiva). El procedimiento es entonces el opuesto: se parte de la función descripta por la relación de magnitudes diferenciales para alcanzar la relación entre las variables de otra función. Expresado más generalmente, no se trata ya de diferenciar, sino de integrar (sumar) diferencias en una sumatoria. Cuando se trata de términos finitos, una sumatoria se expresa $F(x)=\Sigma_{i=1}^{n} f(x)\Delta x_i$. Según esto, la suma de los distintos valores arrojados por una función $f(x)$, comprendidos entre 1 y un número cualquiera n (lo que arroja una serie de valores Δx_i para cada diferencia entre dos valores sucesivos de x), nos da otra función $F(x)$. Cuando las diferencias Δx en juego son infinitamente pequeñas, esto se expresa $F(x)=\int_a^b f(x)\,dx$, lo que equivale a una suma de una infinidad de infinitesimales comprendidos en un segmento ab del trayecto, lo que da como resultado una función determinada $F(x)$, límite de la sumatoria. Esta función $F(x)$ es la primitiva de la derivada $f(x)$. Intuitivamente, esta operación considera la curva definida por la función como dividida en un número infinito de rectángulos infinitesimales.

FIGURA 6: DERIVADA DE LA CURVA EN EL PUNTO P, COMO REDUCCIÓN PROGRESIVA DEL TRIÁNGULO DE BASE *h* Y ALTURA *k*, RESULTANDO EN LA TANGENTE A LA CURVA (LA LÍNEA PQ, HIPOTENUSA DEL TRIÁNGULO) EN ESE PUNTO. ESTA REDUCCIÓN PROGRESIVA EQUIVALE A LA APROXIMACIÓN CONTINUA DEL PUNTO Q AL PUNTO P, TOMANDO COMO LÍMITE P = Q, LO CUAL EXPRESA LA TANGENTE.[54]



[54] Extraído de Kline, Morris, *Mathemathics for the nonmatematician*, Nueva York, Dover publications, 1967, p. 380

FIGURA 7: INTEGRAL DE LA CURVA DEFINIDA ENTRE LOS PUNTOS G Y F, COMO SUMA DE LOS RECTÁNGULOS DE BASE INFINITAMENTE DELGADA *h* Y ALTURAS VARIABLES *y*.[55]



[55] *Cf. Ibíd.*, p. 404.

El descubrimiento de la relación inversa entre derivación e integración, y su unificación en un único método general a partir de una multiplicidad de operaciones particulares diversas, es el legado de Leibniz y Newton, del espíritu experimental de sus precursores, y de los esfuerzos interpretativos de sus sucesores, a través de cuyas investigaciones se alcanzó la formulación actual del *teorema fundamental del cálculo*. Este teorema afirma que "la integral definida $F(x)=\int_a^x f(x)dx$ de la función continua $f(x)$ tiene una derivada que es esta misma función, $F'(x)=f(x)$. Esto es, el valor de la integral definida de $f(x)$ de a hasta b puede en general encontrarse desde los valores, para $x=a$ y $x=b$, de la función $F(x)$, de la cual $f(x)$ es la derivada".[56]

El hecho de que para llegar a estas complejas formulaciones matemáticas abstractas hayamos tenido que apelar recurrentemente a la intuición física y geométrica del espacio –cosa prácticamente inevitable en cualquier aproximación introductoria al cálculo– es muestra de la problemática relación entre las facultades cognoscitivas que signa su devenir histórico.

La teoría de las singularidades

Hemos desarrollado una buena parte de la historia del cálculo teniendo en cuenta los problemas y conceptos relevantes de la misma para los propósitos que nos esperan

[56] Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 10. Esta definición de Boyer puede adolecer de ciertas falencias formales desde el punto de vista del análisis estricto (por ejemplo, es necesario aclarar que la función $F(x)$ es derivable, y que el valor de $F(a) = 0$), pero sirve a los efectos prácticos de nuestra exposición donde sólo interesa recalcar la relación inversa entre derivación e integración.

en los siguientes capítulos. Es en función de estos propósitos que añadimos aquí una explicación relativa a la noción de singularidad, concepto matemático vinculado directamente con los problemas hasta aquí expuestos. Caracterizamos la derivación como una operación que permite extraer información sobre propiedades puntuales de la curva descripta por una función. La relación diferencial puede tomar diferentes puntos, que determinan la tasa de variación de los diferentes valores que determina la función, o –gráficamente– las diferentes pendientes de las rectas tangentes a la curva.

Existen determinados puntos críticos de una curva, o valores críticos en una función, en torno a los cuales la curva o los valores sufren un cambio respecto a una tendencia regular que su modo de variar venía manifestando en sus resultados anteriores. Muchas curvas presentan puntos máximos y/o mínimos (los puntos más altos y/o más bajos alcanzados en el trazado de la curva correspondiente a una función elíptica, cuadrática u oscilante), o puntos de inflexión (donde se modifica la relación de concavidad/convexidad de la curva, como en el caso de la función cúbica), o puntos asintóticos a los que la curva se acerca indefinidamente sin tocar jamás (como las ramas de la función cuártica). Se trata de lo que llamaremos los *puntos singulares* de una función, los puntos en torno a los cuales la curva cambia su comportamiento o presenta comportamientos extraños en el contexto de su desarrollo global. Cada singularidad se da tras una serie de puntos regulares u ordinarios, y luego de ella comienza una nueva serie diferente a la anterior, que continuará su camino regular hasta la próxima singularidad. El cálculo diferencial es una herramienta privilegiada para calcular la naturaleza, la cantidad y la distribución de los puntos singulares de una función, dado que generalmente estos puntos se obtienen a partir de la igualación a cero o la tendencia al infinito de la relación diferencial asociada a esa curva. Por ejemplo, cuando $\frac{dy}{dx} = 0$, o $f'(x)=0$, la pendiente de la recta tangente a la curva es cero, lo que describe una recta horizontal, paralela al eje de las abscisas, indicando un máximo o un mínimo alcanzado por la curva, o un punto de inflexión.

A raíz de los avances en el análisis matemático que sucedieron a las intervenciones de Weierstrass, se han dado descubrimientos más interesantes en torno a la noción de "singularidad". En análisis complejo, existen funciones cuyos valores incluyen puntos singulares llamados *polos*, donde la continuidad de la curva se corta, y el valor de $f(x)$ tiende al infinito, o más precisamente, los puntos regulares en la vecindad de esa singularidad tienden al infinito del eje de las ordenadas a medida que el valor de x tiende al punto singular. Un ejemplo[57] simple de este comportamiento es el que sobreviene a los valores de la función $f(x)=\frac{1}{x}$ cuando x tiende a 0. En estos casos, los valores de la división tienden al infinito, y esto provoca que las ramas de la ecuación en torno a $x = 0$ (valor indeterminado por la imposibilidad de dividir por 0), o los puntos que se hallan en la "vecindad" de éste, se dirijan hacia $y \rightarrow \infty$ o hacia $y \rightarrow -\infty$. Estos polos son análogos a las cantidades irracionales en el conjunto de los reales definido por Dedekind: puntos que cortan la continuidad de la curva, pero que pueden definirse a partir de los puntos que se hallan en su vecindad. La presencia de singularidades de esta especie (o de tipos de singularidades más complejas), impide la diferenciación o derivación de la función en esos puntos (desde luego, no hay recta tangente en el punto en que la curva tiende a infinito, pues no hay propiamente curva en ese punto), así como también imposibilita la aproximación de la función según la serie de Taylor.

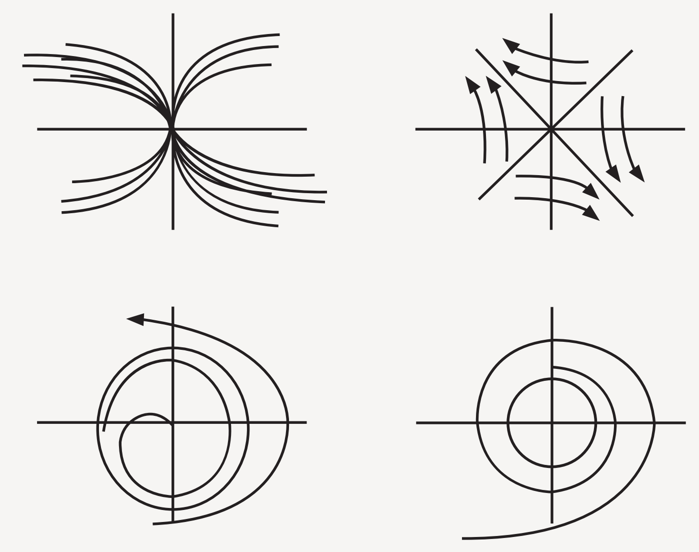
Siguiendo las expresiones acuñadas por Henri Poincaré, el estudio de las ecuaciones diferenciales tiene dos aspectos, uno cuantitativo, relacionado con el cálculo numérico de los valores de la ecuación, y uno cualitativo, relacionado con el estudio geométrico de la curva definida por la ecuación.[58] El estudio cualitativo, orientado a la *construcción* de la curva, se dirige a la búsqueda de la existencia y distribución de los puntos singulares. En estudios que anticipaban el advenimiento de la topología, Poincaré realizó interesantes descubrimientos acerca de los puntos singulares. Su problema era la estabilidad de las órbitas planetarias desde las ecuaciones diferenciales que describen sus trayectorias: ecuaciones del tipo $\frac{dy}{dx} = \frac{P(x)}{Q(y)}$, donde $P(x)$ y $Q(y)$ son polinomios enteros en x e y (y cuya puesta en relación da por resultado una función con dos variables independientes, a diferencia de los casos que, por motivos de simplicidad, venimos estudiando, que cuentan con una sola). Siguiendo el comportamiento de estas funciones en un plano esférico, en el campo del análisis

[57] Retomaremos este ejemplo más adelante, con una representación gráfica de esta función, en el apartado de nuestro tercer capítulo dedicado al elemento puro de la potencialidad (p. 202-3).

[58] Poincaré, Henri, "Mémoire sur les courbes définies par une équation differentielle", en *Journal de mathématiques pures et apliquées*, 3° serie, tomo 7, París, Elsevier, 1881, p. 375-422.

complejo, Poincaré descubrió singularidades verdaderamente extrañas cuando *P(x)* y Q(*y*) tendían a cero. Las clasificó en cuatro grupos según el tipo de comportamiento que los puntos regulares presentaban en la vecindad o proximidad de esas singularidades: nudos (*noeuds:* cuando los puntos regulares próximos se comportan como describiendo una infinidad de parábolas que se cortan en el punto singular), cuellos (*cols:* cuando las trayectorias de los puntos próximos se acercan a la singularidad y luego se alejan de ella), focos (*foyers:* cuando producen una especie de espiral en torno a la singularidad), y centros (*centres:* similar al anterior, pero sin tocar el centro de la espiral).

FIGURA 8: LOS PUNTOS SINGULARES DE POINCARÉ: NUDO, CUELLO, FOCO, CENTRO.



Las singularidades son entonces puntos que se definen por su contraste con los puntos regulares u ordinarios. Los puntos regulares se organizan en series regulares (son siempre una pluralidad de elementos en sucesión ordenada, a menudo infinita), cada serie de puntos regulares parte de una singularidad y se dirige a otra, siendo las singularidades los puntos que marcan la tendencia de los regulares. A mayor complejidad de las funciones consideradas, más extraño es el comportamiento de los puntos singulares y de los regulares en la vecindad de éstos. La relación entre singular y regular será importante para la redefinición deleuziana de una lógica de la existencia liberada de la oposición abstracta universal-particular. Pero todavía nos espera un interesante sendero subterráneo a recorrer antes de llegar a la Idea deleuziana y su redistribución de los múltiples elementos hasta aquí relevados.

CRONOLOGÍA

~1800 a.C.	Egipto y Mesopotamia: primeros desarrollos sistemáticos de geometría, numeración sexagesimal y decimal, y aritmética
~530 a.C.	Fundación de escuela pitagórica – Descubrimiento de números irracionales
~450 a.C.	Zenón y sus paradojas
~360 a.C.	Método exhaustivo de Eudoxo
~300 a.C.	*Elementos* de Euclides
~287-212 a.C.	Vida de Arquímedes
1540	François Viète: primera sistematización de la notación algebraica.
1629	*Método para la investigación de máximos y mínimos*, de Fermat
1637	*Discourse de la méthode* de Descartes, seguido de tres apéndices: *La Dioptrique*, *Les Météores*, *La Géométrie*
1642	Muerte de Galileo – Nacimiento de Newton
1655	*Arithmetica infinitorum* de Wallis
1659	*Traité des sinus du quart de cercle* de Pascal
1684	Leibniz presenta su cálculo diferencial en *Acta Eruditorum*
1687	Newton publica sus *Principia*
1734	Berkeley publica *The Analist*
1748	*Introductio in analysin infinitorum* de Euler
1797	*Fonctions Analitiques* de Lagrange y *Réfléxions* de Carnot
1821	*Cours d'analyse* de Cauchy
1872	Publicaciones de Dedekind y Weierstrass sobre series y números irracionales: interpretación estática del cálculo
1874	Teoría de conjuntos de Cantor
1881	*Mémoire* de Poincaré

CAPITULO 2
EL CÁLCULO DIFERENCIAL: LA HISTORIA ESOTÉRICA

Luego de esta metafísica podrá decirse, a modo de comparación, que el Dios de Spinoza es la diferencial del universo, y el universo, la integral del Dios de Spinoza.

BORDAS-DEMOULIN.

Dejamos atrás un recorrido a lo largo de la historia de los métodos y teorías en torno al cálculo infinitesimal. Este recorrido estuvo condicionado por la sucesión de nombres, fechas y eventos que siguen tradicionalmente los escritos de divulgación de historia de la matemática, cuya perspectiva se sitúa en una mirada retrospectiva selectiva en cuanto a la construcción de esta historia, determinada por el punto de llegada de la misma: el proceso de aritmetización del cálculo y su expresión lógica formal. Pero la historia de la ciencia, no menos que toda otra reconstrucción histórica, deja a menudo de lado un conjunto de voces que acaban por ser consideradas prescindibles ante la perspectiva canónica, a pesar de haber tomado parte en el devenir de la configuración de dicha perspectiva. Este capítulo se dedicará a recuperar algunas de esas voces.

La polémica en torno a los fundamentos del cálculo y la naturaleza de las magnitudes infinitesimales está en el centro de la escena científica y filosófica en los años posteriores a la sistematización newtoniana-leibniziana; muchas de las principales opiniones en torno a la cuestión han sido relevadas en las páginas anteriores, pero hay también en ellas grandes omisiones. Llamamos aquí "historia esotérica" a aquellas concepciones en torno a los infinitesimales que la técnica científica contemporánea del cálculo descarta por considerar irrelevantes respecto a los fundamentos formales de esta técnica, los únicos admitidos por ella como formulación rigurosa, exacta y completa de los conceptos necesarios para aplicar el cálculo. Según hemos visto, estos conceptos se basan en la expresión aritmética –relativa a las operaciones básicas entre cantidades finitas– de las nociones antes "oscuramente" expresadas en términos intuicionistas (aproximación, pequeñez, etc.). Hemos visto que la principal motivación del proceso que culmina con la aritmetización del cálculo es liberarse de la postulación de la existencia efectiva de cantidades infinitesimales, dadas las paradojas en que éstas sumergen a la intuición y al entendimiento. Pero es gracias a esas mismas paradojas, así como a ciertas propiedades del cálculo, que muchos pensadores se han servido de los infinitesimales o de la relación diferencial para elaborar concepciones filosóficas complejas y profundas, y no menos rigurosas que las defendidas por el afán formalista de los pensadores de la axiomática. En este sentido, la noción de *rigor* expresada en el capítulo precedente se amplía, y recoge nuevas perspectivas.

Hegel presenta en su *Ciencia de la lógica* tres extensas notas relativas al cálculo en el contexto de la "Lógica de la cantidad", al describir la naturaleza del infinito matemático. Para Hegel, la definición del infinito basada en la posibilidad de pensar siempre un número mayor –o menor– a otro dado es una figura parcial y pobre, que refiere a la progresión que caracteriza a la mala infinitud. Al contrario, la relación diferencial, donde los términos de la relación aparecen sólo como "momentos" evanescentes que se funden en la relación misma en un sentido puramente cualitativo, es la expresión en matemática del auténtico concepto del infinito.[1] Otro vínculo importante entre la filosofía y el cálculo se da en la obra de Hermann Cohen, quien reconcilia el kantismo con el cálculo infinitesimal en su teoría de la crítica del conocimiento, en su obra *El principio del cálculo infinitesimal y su historia*.[2] Retomando la concepción de Cohen y aplicándola a sus consideraciones acerca del estatuto metafísico de nuestro conocimiento, Franz Rosenzweig –en *La estrella de la redención*– encuentra en el cálculo el camino mediante el cual la matemática "nos instruye acerca de cómo encontrar en la nada el origen del algo".[3] Estas y muchas otras referencias al cálculo son ejemplos de un camino

1 *Cf.* Hegel, G. W. F., *Ciencia de la lógica*, trad. cast. de R. Mondolfo, Buenos Aires, Las cuarenta, 2013, pp. 305-93. Las tres notas comprendidas en éstas páginas corresponden al tercer momento ("La infinitud cuantitativa") del segundo capítulo ("El cuanto") de la segunda sección de "La doctrina del ser". Estas notas están entre las secciones más trabajadas y aumentadas entre la primera y la segunda edición de "La doctrina del ser". Dichas secciones son de gran importancia tanto al interior de pensamiento hegeliano como en su comparación con el deleuziano, pero el contexto de este trabajo nos impide entrar en estas consideraciones, que podrán ser objeto de futuras investigaciones. Para profundizar este vínculo, *cf.* Ferreyra, Julián, "Deleuze y el Estado", en *Deus Mortalis*, nº 10, 2011-2012, pp. 265-86 (en particular pp. 277-80); y Sommers-Hall, Henry, *Hegel, Deleuze, and the critique of representation*, Nueva York, State University of New York Press, 2012.

2 Cohen, Hermann, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Gechichte*, Berlín, Dümmler, 1883.

3 Rosenzweig, Franz, *Der Stern der Erlösung*, versión digital de la Universitätsbibliothek de Freiburg, 2002, p. 23 (http://www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/310/pdf/derstern.pdf, último acceso: 10/2/2017); traducción nuestra.

subterráneo respecto a su historia oficial: una multiplicidad de linajes alternativos a aquél que se configura en la constitución aritmética del mismo. No es el objetivo de este trabajo recorrer en profundidad todos estos caminos –cosa que correspondería a una extensa historia filosófica del cálculo–, sino sólo en la medida en que Deleuze se adentra en ellos para extraer nociones relevantes para la construcción de su ontología.

Los fundamentos del cálculo han sido entonces depurados por la axiomática, no sólo de toda apelación a la intuición geométrica, sino también de toda noción metafísica para alcanzar su expresión actual. Por mucha validez que se quiera reconocer a esta perspectiva, no estaremos autorizados para, en nombre de ella, despreciar el trabajo de otras perspectivas que hicieron con el cálculo reflexiones valiosas. Respecto a esto, dice Deleuze:

> [E]s un error ligar el valor del símbolo *dx* a la existencia de los infinitesimales; pero también es un error negarle todo valor ontológico o gnoseológico en nombre de una recusación de éstos. De manera que en las interpretaciones antiguas del cálculo diferencial, llamadas bárbaras o precientíficas, hay un tesoro que debe desprenderse de su ganga infinitesimal. Hay que tener mucha ingenuidad verdaderamente filosófica, y mucho ímpetu, para tomar en serio el símbolo *dx*: Kant, e incluso Leibniz, renunciaron a ello por propia cuenta. Pero en la historia esotérica de la filosofía diferencial, tres nombres brillan con un vivo resplandor: Salomon Maimon, paradójicamente, funda el poskantismo por una reinterpretación leibniziana de cálculo (1790); Hoene Wronski, matemático profundo, elabora un sistema a la vez positivista, mesiánico y místico implicando una interpretación kantiana del cálculo (1814); Bordas-Demoulin, en ocasión de una reflexión sobre Descartes, da del cálculo una interpretación platónica. Muchas riquezas filosóficas no deben ser aquí sacrificadas a la técnica científica moderna: un Leibniz, un Kant, un Platón del cálculo.[4]

Según Deleuze, *dx*, símbolo de la filosofía de la diferencia,[5] excede su significación técnica en la notación matemática del cálculo, como así también escapa a su interpretación mística o bárbara como magnitud infinitamente pequeña. La elaboración filosófica de la noción deleuziana de Idea implica un recorrido complejo entre estos linajes en pugna. Una extracción quirúrgica de conceptos de uno y otro, y un ensamblaje original y riguroso de los mismos, culminan en una reformulación de la dialéctica a partir de las diferenciales, que pretende a la vez superar las insuficiencias del planteo trascendental kantiano como de la dialéctica hegeliana.[6] Dedicaremos el presente capítulo a indagar en estas

---

4 Deleuze, G., *Différence et répétition, op. cit.*, p. 221.

5 *Ibídem*.

6 Hemos visto en nuestra Introducción algunas características de la crítica deleuziana al método trascendental de Kant y la necesidad de su superación en términos de una lógica basada en lo diferencial. En vistas de una reformulación de la filosofía trascendental vinculada a una reformulación de la dialéctica, deben sumarse a esto las críticas deleuzianas a la filosofía hegeliana, principalmente dirigidas a su concepción de una dialéctica que procede por contradicción. Como mencionamos en una nota anterior, la naturaleza de este trabajo impide profundizar en la compleja pero fundamental relación Deleuze-Hegel; nos limitamos a señalar que el principal punto conflictivo en las críticas deleuzianas se centra en la conducción hegeliana de la diferencia a la contradicción para alcanzar la realidad por encima de lo contingente, multiforme, y accidental; Deleuze ve en el pasaje a la contradicción la conducción a un "fundamento", deudor de la lógica de la identidad. Esto se ve en la crítica a la noción hegeliana de la negatividad: la contradicción hegeliana consiste en "inscribir en la existencia los dos No de la *no*-contradicción, de tal manera que la identidad bajo esta condición, en esta fundación, baste para pensar el existente como tal. Las fórmulas según las cuales «la cosa niega lo que ella no es» o «se distingue de todo lo que ella no es» son monstruos lógicos (el Todo de lo que no es la cosa) al servicio de la identidad" (Deleuze G., *op. cit.*, p. 70). Es por esta concepción

tres referencias, buscando elucidar las riquezas filosóficas encerradas en las concepciones que los pensadores aquí mencionados construyeron en torno a sus respectivas interpretaciones –leibniziana, kantiana y platónica– del símbolo y la relación diferencial. Haremos esto en vistas de su relevancia para la estructuración de la Idea deleuziana.

Bordas-Demoulin, Platón del cálculo

Huérfano desde muy joven, Jean Baptiste Bordas-Demoulin (nacido en Labertinie, en 1798; muerto en París, 1859) intentó sin éxito ingresar en la Escuela Politécnica, dedicándose luego a seguir su pasión por las lenguas clásicas y el estudio de la filosofía y la ciencia modernas. Ferviente adepto de los ideales revolucionarios y devoto cristiano, Bordas intenta realizar una conciliación de ambas corrientes. Su obra filosófica principal (citada por Deleuze) es un voluminoso estudio titulado *El Cartesianismo o la verdadera renovación de las ciencias (Le Cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences)*, publicado en dos tomos en 1843, con dos apéndices: *Teoría de la sustancia* y *Teoría del infinito (Théorie de la substance* y *Théorie de l'infini)*. Esta obra, que considera al cartesianismo como "la mayor y más fecunda revolución filosófica que ha visto el espíritu humano",[7] consiste en una extensa exposición de la filosofía

de lo "infinitamente grande" en Hegel que su pensamiento no es susceptible de un tratamiento matemático sino, antes bien, teológico (*ibíd.*, p. 65).

7 Bordas-Demoulin, Jean Baptiste, *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences*, T. II, París, J. Hetzel libraire-éditeur, 1843, p. 257. Todas las traducciones de las citas a esta obra en este trabajo son nuestras. Vale la pena recalcar la importancia de esta fuente deleuziana no sólo por el lugar fundamental que ocupa en *Diferencia y*

y la ciencia de Descartes, y de su impacto en el pensamiento de su época. Por ello, el análisis no se detiene en la obra cartesiana, sino que se extiende a diversas producciones científico-filosóficas inspiradas en ella, ya por partir de sus principios fundamentales, ya por orbitar su campo discursivo, ya por profundizar en descubrimientos científicos más marginales o más centrales en ella. Por las páginas de Bordas-Demoulin desfilan referencias a Huygens, Newton, Pascal, Spinoza, Leibniz, Fermat, entre muchos otros, y sus relaciones más o menos directas con la revolución científica cartesiana.

Uno de los capítulos fundamentales de esta revolución es la invención del cálculo diferencial, que Bordas atribuye a Leibniz,[8] pero cuya posibilidad está dada por el descubrimiento cartesiano de la geometría analítica. La relevancia de la geometría cartesiana para la invención del cálculo se basa en que gracias a ella el pensamiento se sumerge en la consideración del *continuo*, concepto central en la obra de Bordas, del cual se extraen consecuencias de extrema importancia. Para explorar la concepción de Bordas sobre la continuidad, es preciso presentar su teoría del infinito.

¿Cómo debe concebirse el infinito?, se pregunta Bordas[9] ¿Como unidad, con los filósofos –por ejemplo, en la

repetición, sino también para cuestionar el prejuicio de anti-cartesianismo con que suele abordarse la obra de Deleuze. Es preciso tener en cuenta el valor de este tipo de referencias para no perder de vista el complejo y esencial papel que la filosofía moderna juega en el pensamiento deleuziano.

8 Newton no habría producido una notación tan perfecta como la de éste, y a causa de ello su versión del cálculo es incompleta: *cf.* Bordas-Demoulin, *J.*, *op. cit.*, p. 141-42.

9 *Cf.* el segundo apéndice a *Le Cartésianisme*: "*Théorie de l'infini*", en Bordas-Demoulin, *J.*, *op. cit.*, p. 425 y ss.

concepción de Dios como infinita perfección y simplicidad–, o bien como número (o pluralidad), con los matemáticos? Ni una cosa ni la otra, se responde, sino ambas a la vez: el infinito es unidad y número. Así ocurre, por ejemplo, con la serie $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$, donde ambos miembros de la igualdad equivalen no por la suma efectiva de los términos del segundo miembro (suma imposible de realizar de hecho) sino por la ley de generación que hace depender a éste del primero. La unidad del primer miembro es el principio de indivisibilidad del conjunto de los términos sucesivos del segundo, y éste enriquece a la vez que agota completamente la unidad de aquél, de modo que ambos se sostienen mutuamente.[10] Lo mismo ocurre con la sustancia: toda sustancia es unidad indivisible, pero se diversifica necesariamente en la pluralidad indefinida de sus accidentes.[11] También las ideas presentan esta unidad de la unidad y la pluralidad, en tanto todas contienen algo de general y algo de particular. Todo esto hace que "todo lo que es inteligible, lo sea en virtud del infinito, que lo que no fuera inteligible o determinado no sería nada, de lo que resulta que el infinito está por todas partes, y lo finito en ninguna".[12] Por esta preeminencia de lo infinito sobre lo finito –o, como veremos, de lo continuo sobre lo discontinuo–, se interpreta el

[10] Si de trazar vínculos entre linajes se trata, los hay, y muchos. Esta identificación de una secuencia infinita con su límite era el mismo movimiento que, según vimos en el capítulo precedente, Weierstrass realiza en un marco de pensamiento radicalmente diferente del de Bordas. Este tipo de asociaciones permite mostrar que la relación entre linajes es más rica y más compleja que la de una simple oposición. Veremos, en el próximo capítulo, cómo Deleuze asocia las nociones de Bordas con las de Dedekind, analizadas en el capítulo precedente.

[11] Sobre ambos ejemplos, *cf. ibíd.*, pp. 429-30.

[12] *Ibíd.*, p. 432.

mundo como *una multiplicidad de órdenes de infinito, infinitos que envuelven infinitos sin término*, contenidos todos en el supremo infinito divino. En esta cosmovisión, el cálculo diferencial "no es sino el cálculo de los infinitos órdenes de infinito y de todas sus combinaciones posibles";[13] es decir, la herramienta matemática de lo Absoluto.

De lo dicho se desprende que el infinito es el fundamento del cálculo, pues es el fundamento de todo. Sin embargo, Bordas niega la realidad de las magnitudes infinitamente pequeñas. Según él, los partidarios de los infinitesimales concluyen su existencia a partir de la ley de continuidad, entendida desde la intuición geométrica de la densidad de la línea, como la existencia de infinitos puntos entre dos puntos cualesquiera de la misma: si entre dos puntos, por cercanos que sean, existen otros infinitos puntos, cuando aquellos dos puntos estén infinitamente próximos, estarán separados por una distancia inasignable, o infinitesimal. Bordas cree que debe concluirse lo contrario: "Si de un punto a otro no puede asignarse distancia alguna, por pequeña que sea, es claro que estos dos puntos se tocan, o que no están separados por distancia alguna, ya no por una infinitamente pequeña".[14] Si "se tocan", cabe pensar que los puntos son objetos discretos e independientes que entran en contacto según el modelo de los cuerpos físicos. Sin embargo, Bordas también rechaza el atomismo al que esto conduciría, argumentando que al pensar en términos de puntos y de contacto entre puntos perdemos de vista aquello que subyace: la continuidad. Dada la continuidad,

[13] *Ibíd.*, p. 434.

[14] *Ibíd.*, p. 452.

la transición entre elementos discontinuos es inmediata, al punto que éstos se anulan como tales y se funden en un medio que los supera. La continuidad implica la consideración de la variación por sí misma, abstraída del efectivo pasaje de un punto determinado a otro, o de una cantidad finita a otra, pues pensando así el pasaje se concibe desde la perspectiva de la discontinuidad o la finitud. Es desde esta perspectiva que se engendra la ilusión de la existencia actual de los infinitesimales. "Los partidarios de los infinitamente pequeños tienen razón al sostener que las diferenciales no son ceros; pero se equivocan al suponer que su realidad está en lo individual, con el cual confunden lo universal".[15] Si lo infinito está en todas partes y lo finito en ninguna, es porque las cantidades finitas son lo que son en la medida en que envuelven una infinitud, y son a su vez envueltas en infinitos órdenes de infinitos íntimamente imbricados entre sí. Lo infinito queda así atado a una perpetua variación, y ésta es pensada a partir de la continuidad. Lo individual es el modo de ser de lo discontinuo, el continuo es el punto de vista de lo universal.

La continuidad, auténtico fundamento del cálculo, implica no el pasaje de una cantidad determinada a otra, sino *el pasaje de lo individual a lo universal*. En la representación de curvas geométricas, los matemáticos antiguos habían dado con la formulación algebraica del círculo, la parábola y la hipérbola, clasificándolas bajo el término "curvas geométricas", y llamando "mecánicas" a todo otro tipo de curva, de las que carecían de una

[15] *Ibíd.*, p. 460.

expresión algebraica general. Esta limitación comienza a diluirse con la geometría analítica cartesiana, la cual permite traducir al álgebra una cantidad de curvas mayor (el propio Descartes incluye entre las curvas "geométricas" representaciones más complejas, como la cisoide y la concoide). Según Bordas, el máximo logro de esta geometría es comenzar a introducir en el pensamiento la consideración de la continuidad a través de la consideración del "pasaje" que se da en los valores de una función. Toda función es la expresión algebraica de una curva que toma sucesivamente diversos valores en los ejes de coordenadas. Bordas pone como ejemplo la ecuación algebraica del círculo: $x^2+y^2-R^2=0$. En ella "puedo atribuir a x, y, R, una infinidad de valores, sin embargo, estoy obligado a atribuirles siempre uno, es decir un valor determinado, expresando en consecuencia una cierta circunferencia y no *la* circunferencia misma (…). Es lo individual de la curva o función lo que es así representado, y no lo universal".[16] En toda función la variable puede adquirir una cantidad infinita de valores; x e y se traducen como posibilidad de variación infinita, pasaje de distintos valores determinados, o individuales, cada uno determinando un valor específico de la función. De este modo, la expresión algebraica de las distintas figuras o curvas geométricas traduce en cálculo matemático el trazado intuitivo de estas figuras. Cada punto en la línea de un círculo sería calculable como un valor numérico de la función. Tanto la fórmula algebraica o general de

[16] *Ibíd.*, p. 133 (cursivas nuestras). Es por esta razón que Deleuze concluye: "por «individual», Bordas entiende a la vez lo particular y lo general" (Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 223).

una curva (una función con sus respectivas cantidades variables posibles), como sus distintas instanciaciones particulares (cuando se asigna una serie de valores a las variables), constituyen entonces lo individual de una función. Los antiguos alcanzaron la expresión general de una infinitud de círculos, parábolas e hipérbolas particulares. Descartes amplía el conjunto de expresiones generales para distintos tipos de curvas particulares. Pero ambos se mueven aún en el terreno de lo individual, sin alcanzar el universal, el orden de infinito que subsume lo general y lo individual.

Corresponde a Leibniz, no ya a Descartes, dar con la expresión matemática del universal. Hasta aquí, la continuidad, si bien intuida, era entendida como posibilidad de variación de una cantidad discontinua a otra. Lo así expresado es siempre un Δx, una diferencia entre dos valores individuales de la variable x (es decir, $x_1 - x_2$), y su concomitante Δy, variación entre los valores individuales de la función correspondientes a esa diferencia en la variable. La continuidad, en el estricto sentido en que Bordas la describe, no se considera ya como multiplicidad de valores individuales discontinuos y aislados, sino como *expresión universal de la sucesión de infinitos estados que se confunden unos con otros*. Este es el punto esencial de la teoría de Bordas. Establecida la continuidad, se establece la unidad en los infinitos estados discontinuos, la fundición de unos en otros; en la continuidad, todos los puntos "se tocan", se pasa inmediatamente de valor en valor o de punto en punto sin posibilidad de detenerse en ninguno, con lo que éstos cesan de existir en su individualidad

como puntos y valores. Así, la continuidad *impide la distinción cuantitativa*. Al disminuir continuamente el valor de Δx y Δy, éstas se desvanecen como cantidades individuales, pero en ese desvanecimiento de la cantidad subsisten como índices de las variaciones que expresan. Lo individual Δx y Δy, deviene lo universal *dx* y *dy* en virtud de la continuidad. Como hemos visto, para que esta confusión propia de la continuidad cese y emerja la cantidad es necesario un *límite*. El límite *corta* la continuidad, estableciendo la cantidad finita; pero lo que interesa es ese estado paradójico en que la continuidad alcanza el límite sin llegar a producir la discontinuidad. Entre la continuidad y el límite, entre la infinita confusión y un corte a la misma, se da la génesis de la cantidad determinada y finita, la instanciación de lo universal en lo individual. Es ese estado, ese *entre*, el que es designado por $\frac{dy}{dx}$.

Lo mismo que ocurre con las variaciones de Δx y Δy, en el cálculo, se da con el pasaje del polígono al círculo en el método exhaustivo.[17] Considerando al círculo como el límite de la variación en el número de lados de un polígono inscripto en él, y a éstos en variación continua, ¿cómo se da el salto en el que la figura cambia de naturaleza? La relación del radio con la circunferencia se revela bajo la relación del contorno del polígono con la perpendicular a la base que pasa por el centro de la figura. El círculo es el polígono de infinitos lados, como si la circunferencia descubriera lo universal del polígono: la relación de la circunferencia y el radio es la unidad del infinito, la del

[17] Sobre el método exhaustivo de Eudoxo, ver el Capítulo I.

contorno y la perpendicular, la unidad del número (unidad de un conjunto finito de segmentos discontinuos). "El pasaje del contorno a la circunferencia en el que los costados del polígono se desvanecen, no es sino la eliminación del número y la manifestación de la unidad (…). Hay un *fondo común* que no cesa de llevarnos".[18] Este fondo común al número y la unidad es la continuidad. Cuantos más lados se agregan al polígono, más nos acercamos hasta el punto límite en que el número de lados se anula y emerge la circunferencia; "la continuidad forma el lugar del pasaje de una a otra [de la parte cambiante a la inmutable]. Ella no es el límite de la función, sino el límite de lo cambiante y lo no cambiante. En ella se anula lo que cambia, y anulándose deja ver aquello que no cambia".[19] Cuando llegamos al círculo, la cantidad de lados del polígono cesa de variar, o mejor: se entra en otro régimen de variación *cualitativamente distinto* al del polígono. No pasamos del uno al otro agregando sucesivamente lados al polígono, sino reconociendo que el límite de esta adición potencialmente infinita *es* la circunferencia. Es en este punto de *pasaje* donde emerge lo universal, que tiene en la diferencial su expresión matemática. Las diferenciales expresan para toda función continua este momento crítico donde –gracias al fondo común que une indisolublemente unidad e infinitud– llega a vislumbrarse lo universal de sus modificaciones. Diferenciando la ecuación algebraica del círculo, $x^2+y^2-R^2=0$,[20] se obtiene

[18] Bordas-Demoulin, J., *op. cit.*, p. 462; cursivas nuestras.

[19] *Ibíd.*, p. 463.

[20] *Cf. Ibíd.*, p. 134 (el ejemplo de esta fórmula será retomado por Deleuze; *cf.* Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 224, y *Le pli. Leibniz et le barroque*, París, Les éditions

$xdx + ydy = 0$. A diferencia de la anterior, esta función ya no expresa ninguna circunferencia particular, sino la circunferencia *en sí*, el límite de todas las variaciones posibles de $x^2+y^2-R^2=0$, siendo dy y dx independientes de toda magnitud determinada. La diferenciación vuelve explícito el universal en la función, previamente encubierto por lo individual en ella.

Operando sobre la fórmula derivada de la ecuación del círculo ($xdx + ydy = 0$), se obtiene $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, magnitud determinada que expresa la tangente a la circunferencia en un punto dado al asignar un valor a x. $\frac{dy}{dx}$ ya no expresa entonces una circunferencia. Siguiendo a Lagrange, para quien $\frac{0}{0}$ era siempre el síntoma de un cambio de función,[21] Bordas interpreta $\frac{dy}{dx}$ como el surgimiento de nuevas relaciones o de una nueva función a partir de la función considerada: se refiere a la propiedad de la relación diferencial de expresar la tasa de variación instantánea de la función diferenciada, o la relación entre los cambios de la variable con los cambios de la función. La variación de la función primitiva reposa en la circulación de valores variados a través de su variable. La función derivada nos permite llegar a la ley de la variación de la primitiva sin necesidad de realizar su cálculo efectivo en todos los valores posibles de x, y expresar esta ley en una función diferente de la primitiva. Esto implica para Bordas considerar lo permanente o invariable de la función (ley de la variación) y no lo accidental en la misma (valo-

de minuit, 1988, p. 117).

[21] Lagrange, J. L., *Leçons sur le calcul des fonctions*, citado por Bordas-Demoulin, *op. cit.*, p. 170.

res individuales sucesivos de las variables). Pero lo invariable de una función es otra función: la diferenciación de la función primitiva provee una función derivada, con su variable y su correspondiente individualidad. La relación diferencial, o $\frac{0}{0}$, símbolo de la indeterminación, es indeterminada sólo en apariencia, en tanto indica, a la vez, la incapacidad de la función para continuar individualizándose, y la huella del pasaje de lo individual a lo universal, pero un universal que no está separado de lo individual, sino que implica el pasaje a un nuevo orden de individualidad. Lo universal es siempre relativo a un individuo, y configura un nuevo individuo que abarca al anterior en la totalidad de sus variaciones posibles. "Si en $xdx + ydy = 0$ se encuentran aún las magnitudes finitas y, x, es porque en la cantidad, así como en la sustancia, lo universal no puede aislarse totalmente y formar un ser aparte. Siempre lleva con él por alguna parte lo individual consigo, así como lo individual conlleva lo universal, que comprende implícitamente".[22] No hay universal sino en relación a un individual.

Es por esto que, si Bordas es el Platón del cálculo –en tanto considera las diferenciales como la emergencia de lo universal o de lo que es *en sí*, lo inmutable en lo cambiante–, lo es en un sentido superador al del platonismo clásico, pues su concepción del universal escapa al problema de la participación. Inversión del platonismo: las Ideas de Bordas se trenzan unas con otras: lo universal de una es lo individual de la siguiente, pues el universo

[22] *Ibíd.*, p. 134.

se compone de órdenes de infinitud envueltos los unos por los otros. (La derivada primera, $\frac{dy}{dx}$, expresa lo universal de la primitiva, la derivada segunda, $\frac{d^2y}{dx^2}$, lo universal de la derivada primera, la tercera, $\frac{d^3y}{dx^3}$ lo universal de la segunda...). Los diferenciales expresan la unidad del infinito en sus sucesivas transformaciones, y constituyen así el cálculo de todos los órdenes de infinito y de todas sus combinaciones posibles. "A cada instante de su eternidad Dios lanza a la existencia miríadas de universo, sin que disminuya el intervalo que lo separa del menor de los átomos".[23] La continuidad subtiende el devenir del universo asegurando su unidad así como su pluralidad, y su inmanencia, así como su heterogeneidad.

Maimon, Leibniz del cálculo

Salomon Maimon (nacido bajo el nombre de Shlomon ben Joshua, en Lituania, Reino de Polonia, en 1753; muerto en Berlín en 1800) es un pensador signado por una existencia inestable y miserable. Sus padres, sumergidos en la pobreza pero con esperanzas de que su hijo los saque de ella, envían con gran esfuerzo al joven Maimon a estudiar para convertirse en un rabino. Estudia la Torah y el Talmud hasta que, a los once años, un matrimonio arreglado le es impuesto como una vía más rápida para salir de la pobreza. Esto lo lleva a convertirse en padre a los catorce años, pero esa situación ya no basta para alejarlo de la pasión tempranamente despertada por el saber. Estudia la Kabbalah, lee a Maimonides (en honor a

[23] *Ibíd.*, p. 475.

quien inventará su seudónimo, años después, en Berlín), y distintos libros de ciencias naturales. A los veinticuatro abandona para siempre a su familia, deseando dedicarse enteramente al estudio de las ciencias, y se va a Berlín, donde vive en el vagabundeo y la miseria, y mendiga hasta que un rabino le consigue un cargo como tutor privado. Esto le permite estudiar y establecer ciertos contactos que finalmente lo conducen a entrar en el círculo de ilustrados berlineses liderado por Mosses Mendelssohn. Hacia 1786, familiarizado ya con el pensamiento de Spinoza, Leibniz y Wolff, Locke y Hume, lee por primera vez la *Crítica de la razón pura*, y es fuertemente impactado por el pensamiento kantiano. En 1789 escribe su *Ensayo de filosofía trascendental* (*Versuch über die Transzendentalphilosophie*), obra enigmática y profunda, por la que Kant reconoce a Maimon como un gran intérprete de su pensamiento. Sin embargo, sus intentos por mantener contacto con el filósofo de Königsberg son sistemáticamente ignorados por éste. Maimon vive sus últimos años como un *outsider*, orbitando en torno a las grandes figuras del pensamiento de la época (no sólo Kant, también Reinhold y Fichte, sobre quien tuvo una importante influencia), publicando trabajos que no le darán nunca una definitiva consagración, para morir en la pobreza a los 47 años.[24]

Es el sentido de su *Transzendentalphilosophie* lo que nos interesa en este apartado, principalmente en lo que concierne al uso que ella hace del concepto de "diferencial",

[24] *Cf.* la apasionante autobiografía de Maimon, (*Lebensgeschichte*, Frankfurt, Insel Verlag, 1984), o también, para un resumen en inglés, Midgley, Nick, "Introduction to the translation", en Salomon Maimon, *Essay on transcendental philosophy*, Londres, Continuum, 2010, pp. ix a xiv.

dentro de su singular reformulación de la filosofía kantiana. En ese marco, la principal preocupación de Maimon es salvar al planteo trascendental de ciertas dificultades en las que, según él, Kant lo sumerge: la doctrina de la estética transcendental y su necesidad de incluir una cosa en sí absolutamente ajena a las facultades del sujeto, así como el acuerdo meramente externo que se da entre éstas. Intenta también imponer a la exposición trascendental una marcada exigencia genética respecto a la producción de la experiencia efectiva y del pensamiento *real*, y cuestiona la noción kantiana de "experiencia posible". Las dificultades que Maimon señala en la *Crítica* de Kant serán puntos ineludibles en la agenda filosófica del incipiente Idealismo Alemán (así como de la lectura deleuziana), aunque su modo de darles respuesta se configura desde sistemas filosóficos de distintos antecesores del kantismo. En palabras de Beth Lord: "Simultáneamente prekantiano y poskantiano, Maimon mira a la vez hacia atrás a Spinoza y hacia adelante a Fichte (…). Maimon es más trascendental y más idealista que el idealismo trascendental; para él, determinar las condiciones de la experiencia posible es irrelevante si no se han determinado las condiciones de la real".[25] Además de Spinoza, hay que considerar en la mirada retrospectiva de Maimon, quizá con mayor protagonismo, a Hume (pues, como veremos, su interpretación de las categorías como constitutivas de la experiencia no salva la filosofía trascendental de la duda escéptica), y principalmente a

[25] Lord, Beth, *Kant and Spinozism. Transcendental idealism and immanence from Jacobi to Deleuze*, Londres, Pallgrave McMillan, 2011, p. 128; traducción nuestra.

Leibniz. Las diferenciales de Maimon exceden el significado exclusivamente matemático que su inventor les había dado, aunque están estrechamente vinculadas con su teoría de las "pequeñas percepciones".

El punto de partida –y de llegada– de Maimon es el pensamiento. Toda la realidad podrá ser reducida en su sistema al entendimiento. Así como todo ser intenta permanecer en la existencia que le es propia, el ser pensante intenta pensar: se impulsa a sí mismo a un continuo avanzar en el pensamiento, tendiendo siempre hacia un *máximum* que no puede rebasar. El pensamiento expresa su potencia en las ciencias, y principalmente en la matemática y la filosofía, únicas ciencias auténticas por estar basadas en principios *a priori*. La filosofía, en ese sentido, sólo es posible como disciplina trascendental, relacionándose con objetos determinados a través de condiciones *a priori*, es decir, ni indeterminados (objetos de la lógica), ni determinados por experiencia (objetos de la ciencia natural). Los principios de la filosofía determinan *a priori* la forma de la experiencia efectiva; es el caso, por ejemplo, de la proposición: "lo antecedente precede a lo siguiente en el tiempo". La matemática, a su vez, determina sus objetos *a priori* en la construcción, donde el pensamiento produce la materia y la forma. La diferencia entre ambas ciencias, así como entre las construcciones de ellas y la de la realidad, se basará en una diferencia de grado en el pensamiento, así como en la escuela Leibniz-Wolff las facultades del espíritu no son compartimentos separados, sino un único pensamiento capaz de alcanzar diversos grados de aprehensión intelectual de lo real.

El sentido de la reformulación de Maimon está dado por la distinción fundamental entre la perspectiva de nuestro entendimiento limitado y de un entendimiento infinito, que produce en sí mismo tanto la forma como la materia de los objetos, fundiendo en una única actividad aquello que para el entendimiento finito se desdobla en intuición y concepto. Esta consideración –formulada pero rechazada por Kant como un elemento completamente ajeno a los límites de la experiencia–[26] es la que, para Maimon, puede resolver el extrinsequismo kantiano, así como las antinomias que Kant encuentra en las Ideas de la razón. Se plantea así un idealismo inmanentista en el que nuestro entendimiento es un "modo" limitado del entendimiento infinito. Este idealismo debe mostrar, por un lado, cómo la actividad del pensamiento infinito es productora de la realidad; por otro lado, cómo se inserta en esta dinámica la perspectiva del entendimiento finito

---

[26] En su reescritura de la "Deducción trascendental de las categorías" Kant introduce esta noción de un entendimiento en el que "por medio de la conciencia de sí, fuese dado a la vez todo el múltiple", el cual no pensaría (como el nuestro), sino que "*intuiría*" (*Crítica de la razón pura*, *op. cit.*, p. 204 [B 135]). Dicha hipótesis, sin embargo, es descartada a vuelta de página: el entendimiento humano "no puede hacerse ni siquiera el más mínimo concepto de otro entendimiento posible, ya sea de uno que intuya *él mismo*, ya sea [de uno] que aunque tenga como fundamento una intuición sensible, [la tenga], empero, de otra especie que la [intuición] en el espacio y en el tiempo" (*ibíd.*, p. 207 [B 139]). La historia de esta hipótesis en la empresa crítica no acaba aquí, sino que es retomada en la *Crítica de la facultad de juzgar* (publicada el mismo año en que Maimon da a conocer su *Ensayo de filosofía trascendental*). Allí, ya no desde la perspectiva de la constitución de la experiencia mediante las categorías, sino de la posibilidad de la construcción de ciencia empírica basada en la actividad del juicio reflexionante, Kant afirma que "podemos pensar un entendimiento que, por no ser discursivo como el nuestro, sino intuitivo, vaya de lo *universal-sintético* (...) hacia lo particular, esto es, del todo a las partes" (*Crítica de la facultad de juzgar*, *op. cit.*, p. 336), en la medida en que esta idea "no encierra contradicción" (*ibíd.*, p. 337) y a la vez posibilita los juicios acerca de objetos producidos según la idea de la conformidad a fines de la naturaleza. En ninguna de estas obras la posibilidad del entendimiento intuitivo tendrá la importancia que el entendimiento infinito tiene en la articulación del pensamiento maimoniano. Sobre esto cabe aclarar que tampoco Maimon se compromete con la afirmación de la existencia efectiva del mismo, sino como una presuposición necesaria de la filosofía trascendental.

y su correlativa facultad sensitiva, elemento pasivo necesario en su interacción con el mundo.

En la introducción a su *Ensayo*, Maimon plantea cuatro temáticas a desarrollar a lo largo del mismo:

> Primero, la distinción entre la cognición meramente *a priori* y puramente *a priori*, y la dificultad que esta última plantea. Segundo, mi derivación del origen de las proposiciones sintéticas de la incompletud de nuestra cognición. Tercero, dudas respecto a la pregunta *quid facti?*, a la cual la objeción de Hume parece irrefutable. Cuarto, la clave que doy a la pregunta *quid juris?*, y la explicación de la posibilidad de una metafísica en general, a través de la reducción de las intuiciones a sus elementos, elementos que llamo ideas del entendimiento.[27]

Son estos *elementos de la intuición* o *ideas del entendimiento* lo que nos llevará al corazón de la significación de las *diferenciales* en este complejo sistema, por lo que será nuestro hilo conductor para presentar los puntos principales del mismo.

Los elementos de la intuición son lo que Maimon llama "diferenciales". Son "elementos" pues la intuición está hecha de ellos, producida a partir de ellos. A su entender, la introducción de la noción de "diferenciales" tiene completa validez pues éstos son un hallazgo primordialmente filosófico: "Leibniz descubrió el cálculo diferencial a través de su sistema de la monadología. Una magnitud (*quantum*) se

[27] Maimon, Salomon, *Versuch über die Transzendentalphilosophie*, Hamburgo, Felix Meiner Verlag, 2004, p. 11. Todas las traducciones de las citas a esta obra en este trabajo son nuestras.

trata no como una cantidad, sino como una cualidad abstraída de la cantidad. Sin embargo, en matemática como en filosofía son meras ideas que no representan objetos sino el modo en que éstos surgen".[28] Aquí tenemos presentado el doble aspecto de las diferenciales: su carácter de *cualidades "puras"*, abstraídas de toda cantidad o extensión espaciotemporal,[29] y su carácter *genético* de los objetos extensos y cualificados. Así como el triángulo característico de Pascal[30] conservaba intactas las relaciones entre sus lados y sus ángulos aún cuando su magnitud fuera = 0 –permitiendo pensarlo y aún operar con él para determinar otra figura–, las diferenciales de Maimon contienen las cualidades de cada uno de los objetos de la experiencia; por otra parte, estas diferenciales son elementos genéticos de las intuiciones así como en el cálculo son los elementos genéticos de las cantidades. En palabras de Gueroult: "este elemento, aunque irrepresentable en sí, significa sin embargo un individuo cualitativo determinado".[31]

La génesis de un objeto, que implica un incremento desde su intensidad = 0 hasta un cierto nivel de cuantificación que lo haga emerger en el espacio-tiempo, es el proceso por el cual ese objeto surge para una conciencia. Esto no implica que la conciencia se dedique a hacer

[28] *Ibíd.*, p. 21. Cabe destacar que esta idea es exclusivamente maimoniana, en tanto Leibniz no traza puentes explícitos entre su matemática y su metafísica.

[29] Esta abstracción se corresponde con el valor de magnitud intensiva = 0, tal como este principio es presentado por Kant en "Las anticipaciones de la percepción": como el mínimo grado de influjo sobre la sensibilidad, o índice de la realidad de un objeto o un estado perceptivo. (*Cf.* Kant, I., *Crítica de la razón pura*, *op. cit.*, pp. 262 y ss. [A166 – B207])

[30] *Cf. supra,* Capítulo I, "Antecedentes en la modernidad", p. 58 y ss.

[31] Gueroult, M., *La philosophie transcendantale de Salomon Maïmon*, París, Félix Alcan, 1929; p. 60; traducción nuestra.

cálculo de integrales para darse a sí misma objetos. La conciencia es el modo de conocer del entendimiento finito, que por sus limitaciones no alcanza a iluminar el proceso activo del entendimiento infinito por el cual los objetos emergen. Esta limitación se traduce en la pasividad de la facultad sensitiva. Para un entendimiento de nuestro género, un conocimiento o percepción requiere dos cosas que, desde su perspectiva, son heterogéneas: intuición y concepto. He aquí un vistazo al modo en que Maimon concibe el juego de las facultades en la génesis del fenómeno:

> La sensibilidad provee los diferenciales para una determinada conciencia; a partir de ellos, la imaginación produce un objeto de la intuición finito (determinado); a partir de las relaciones entre estos diferentes diferenciales, que son sus objetos, el entendimiento produce la relación de los objetos sensibles que emergen de ellos. [32]

El entendimiento finito, entonces, es una facultad espontánea en la medida en que *produce* relaciones entre objetos sensibles. Ahora bien, estas relaciones se apoyan sobre relaciones previas, entre *diferenciales*, que no son puestas por el entendimiento finito. Éste recibe su materia de otra parte, del juego entre la sensibilidad y la imaginación. La primera *provee* diferenciales, la segunda *produce*, a partir de esos diferenciales, objetos de la intuición, que serán aquella materia sobre la que opera el entendimiento. Los diferenciales atraviesan así todo el proceso cognoscitivo de la conciencia. Maimon continúa:

[32] Maimon, S., *Versuch über die Transzendentalphilosophie*, *op. cit.*, p. 23.

> Estos diferenciales de objetos son los llamados *noumena*; pero los objetos mismos que emergen de ellos son los *phenomena*. Con respecto a la intuición = 0, el diferencial de cada objeto tal es $dx = 0$, $dy = 0$, etc.; sin embargo, sus relaciones no son = 0, sino que pueden ser dadas como determinadas en las intuiciones que surgen de ellos.[33]

Esta cita muestra los múltiples significados que las diferenciales tienen en el planteo trascendental maimoniano: a la vez noúmenos, objetos del entendimiento, y datos de la sensibilidad. Esta equivocidad se aclara considerando la unificación que Maimon quiere conducir sobre la escindida estructura del sujeto trascendental kantiano; las diferenciales adquieren un papel central en la emergencia por grados de los objetos empíricos, proceso que comienza por los pensamientos del entendimiento infinito. Las diferenciales son los "objetos del entendimiento" (en este caso, infinito) en tanto son reglas de construcción de los objetos. La regla de construcción de un objeto particular es la diferencial de ese objeto.[34] Esta regla es pensada en su totalidad "de una vez", o instantáneamente, a diferencia de su construcción en la intuición (ya sea *a priori* o *a posteriori*) que implica sucesión en el tiempo, con lo cual el entendimiento (finito) mantiene su rol de unificar lo múltiple, y sólo puede pensar los objetos como surgiendo de acuerdo a cierta regla.

Sin embargo, la función unificadora del entendimiento no tiene su principio en la identidad de sus conceptos puros,

[33] *Ibídem.*

[34] *Cf. Ibíd.*, p. 22

sino, antes que ello, en el carácter relacional de estos conceptos. El diferencial de un objeto, considerado en sí mismo, es = 0, pero no así sus relaciones con otros diferenciales, por lo que el carácter relacional de los conceptos se vuelve determinante en la producción de la experiencia efectiva: "Es un error creer que las cosas (objetos reales) deben ser anteriores a sus relaciones".[35] El entendimiento puede relacionar las diferenciales dadas a la conciencia volviéndolas objetos reales de la experiencia porque posee originariamente *todos* los conceptos y juicios[36] (causa-efecto, sustancia-accidente, identidad-diferencia) como formas de conexión inconscientes que llegan a la conciencia mediante la intuición. La sensibilidad carece en sí misma de conexiones, en tanto éstas escapan a su perspectiva, pero provee las diferenciales que, como la materia de la intuición, serán conectadas en sus determinaciones heterogéneas por la forma del entendimiento, cuyos conceptos puros sólo pueden ser relacionales. Entre la una y el otro, la imaginación provee las conexiones básicas, relativas a la coexistencia y sucesión de los objetos en el espacio y el tiempo, sin poder determinar en ellos nada más; su labor es entonces construir la intuición a partir de los diferenciales.[37]

El entendimiento se relaciona con la sensibilidad para dar origen a la conciencia empírica en la medida en que permanecemos en la perspectiva del entendimiento finito. Subyaciendo a éste y oculto a él, pero operando como su condición trascendental de posibilidad, el en-

35 *Ibíd.*, p. 107.

36 *Cf. Ibíd.*, p. 30.

37 Sobre los grados de conectividad de cada facultad, *cf. Ibíd.*, p. 25.

tendimiento infinito contiene la infinitud de diferenciales pensados en sus infinitas conexiones. Esto divide al mundo en dos órdenes, el de nuestro yo empírico finito, parcialmente pasivo, y el del Yo trascendental, infinito, enteramente activo y productivo:

> El orden subjetivo (con respecto a nuestra conciencia) de todas las operaciones de la mente es el siguiente:
>
> 1. Sensibilidad (que ciertamente no provee la conciencia, pero sí la materia para la conciencia).
> 2. Intuición: el ordenamiento de las representaciones sensibles homogéneas bajo sus formas *a priori* (tiempo y espacio); de aquí surge la conciencia, aunque aún no el pensamiento.
> 3. Conceptos del entendimiento (categorías); de aquí surge un pensamiento, i.e., la representación de una unidad en la multiplicidad.
> 4. Ideas de la razón: totalidad de los conceptos del entendimiento.
>
> Por otro lado, el orden objetivo, considerado en sí, es el siguiente:
>
> 1. Ideas del entendimiento, es decir lo infinitamente pequeño de toda intuición sensible y sus formas, que provee la materia para explicar la emergencia de los objetos.
> 2. Conceptos del entendimiento, y
> 3. Ideas de la razón, cuyo uso ya ha sido explicado.[38]

38 *Ibíd.*, p. 49.

La distinción entre ideas del entendimiento y de la razón tiene que ver, respectivamente, con la completitud material y formal de los conceptos. Son las primeras las que nos interesan en esta exposición, pues son las que se vinculan con la producción de los objetos desde el entendimiento infinito. Las ideas del entendimiento son los elementos de la intuición, las diferenciales que proveen la materia para la intuición y que son en sí mismas reglas para la construcción de objetos. Nuestro entendimiento no alcanza estas ideas pues ellas suponen la completitud material de sus conceptos. Por ejemplo, en la construcción de un círculo, cuya regla consiste en desplazar un extremo de un segmento (describiendo éste una circunferencia) manteniendo fijo el otro extremo (centro), nuestro entendimiento sólo puede alcanzar su resultado en la intuición formal o *a priori*, no en la material, pues esto supone abarcar un número infinito de puntos. Los conceptos matemáticos se nos escapan en su completitud material, aunque disponemos de la regla de su producción; los conceptos empíricos de los objetos particulares se nos dan en su materialidad, aunque la regla de su producción escapa a nuestra conciencia. Dadas las ideas del entendimiento, los conceptos del entendimiento o categorías relacionan estas reglas genéticas entre sí para determinar recíprocamente los objetos que emergen de ellas, sin lo cual no habría relaciones, con lo cual no habría unidad de la multiplicidad, y por ende, no habría pensamiento alguno. Necesitamos diferenciar objetos para tener intuición de ellos. La representación del color rojo no podría ser intuida por la conciencia si no tuviéramos también, por ejemplo, la representación del verde, para distinguirla y determinarla. Las diferencias entre los objetos de la intuición se fundan en las diferencias entre los diferenciales que les dan origen, y son determinadas mediante distintos conceptos relacionales que las vuelven pensables y reconocibles.

La construcción de los objetos matemáticos en la intuición *a priori* permite trazar una analogía con la construcción de los objetos de la experiencia a través de sus diferenciales. Puede decirse que nuestra intuición formal del círculo, construido conscientemente por nosotros a partir de la regla de su generación, sigue un camino similar a nuestra intuición material de un objeto empírico cualquiera, construido inconscientemente en el seno del entendimiento infinito que lo realiza a partir de su regla o diferencial. Esta analogía tiene un límite en nuestro modo de intuición espacio-temporal. La intuición, siguiendo a Maimon, no puede ser nunca *pura*, como quería Kant en su estética trascendental, sino únicamente *a priori*. La distinción entre ellas reside en que "puras" son aquellas cosas que son producciones del entendimiento exclusivamente, y "*a priori*" es, en cambio, todo aquello que es condición de posibilidad del pensar (concepto *a priori*) o del intuir (intuición *a priori*) objetos.[39] Resulta de ello que "todo lo que es puro es *a priori*, pero no a la inversa. Todos los conceptos de la matemática son *a priori*, pero sin embargo no puros".[40] (La distinción entre mero *a priori* y puro *a priori* es la primera de las temáticas que Maimon se planteaba como puntos de revisión del kan-

[39] *Cf. Ibíd.*, p. 36.
[40] *Ibídem.*

tismo en su "Introducción" al *Ensayo*). Se desprende de esto que únicamente son a la vez puras y *a priori* las ideas del entendimiento (diferenciales) y las categorías, pues son los productos exclusivos de esa facultad.

La analogía entre la producción de los objetos matemáticos por el entendimiento finito y la producción de los objetos reales por el infinito no es completa porque en los primeros, a diferencia de en los segundos, la regla de producción es heterogénea con su intuición. Esta radical heterogeneidad –que Kant intentaba colmar a través de su teoría del esquematismo– ya no es concebible desde la perspectiva de un entendimiento infinito. Esta anulación del extrinsequismo kantiano da un nuevo sentido a la naturaleza de nuestros juicios sintéticos, los que según Maimon derivan de la incompletud de nuestra facultad cognoscitiva (segunda temática planteada por él en la "Introducción"). Un ejemplo de ello está dado por la diferencia entre el concepto sintético y analítico de "línea recta", definidos respectivamente por Kant y Wolff.[41] Kant define la línea recta como "la distancia más corta entre dos puntos", mientras que Wolff, siguiendo a Euclides, la define como la "línea cuyas partes son similares al todo", es decir que todas sus partes conservan la misma dirección. La de Kant es preferible porque presenta la regla de construcción de la recta, mientras que la de Wolff, pretendiendo eludir la referencia a la intuición, implícitamente la presupone (en la relación de "partes y todo", y más aún en la noción de "dirección", que supone también la de "recta").

[41] Sobre este ejemplo, *cf. Ibíd* p. 41 y ss.

Pero, si bien la de Kant ejemplifica lo que es una regla de producción, sigue manteniendo la intuición como un momento heterogéneo necesario para la producción del objeto matemático, lo que no ocurre ya en las construcciones del entendimiento infinito a partir de las diferenciales, que son simultáneamente materia y regla de producción.

La tercera y cuarta temáticas que Maimon se planteaba en la introducción se vinculaban con la cuestión *quid facti?* y *quid juris?* Según Maimon, Kant no le da a la primera pregunta la importancia que merece.

> Kant asume que no hay duda de que poseemos proposiciones de experiencia (que expresan necesidad), y prueba su validez objetiva mostrando que la experiencia sería imposible sin ellas; aunque en la asunción kantiana, la experiencia es posible porque es actual (…). Pero yo dudo del hecho mismo, es decir, de que nosotros poseamos proposiciones de la experiencia, y por lo tanto no puedo probar su validez objetiva a la manera de Kant.[42]

Con esto, Maimon no niega que existan conceptos puros del entendimiento, ni que pueda haber experiencia acorde a ellos; lo que Maimon niega es que los conceptos puros de los que disponen nuestros entendimientos finitos sean suficientes para determinar juicios de experiencia que representen de manera acabada y completa la objetividad de la experiencia, tal como ésta es concebida de acuerdo al orden objetivo de todas las operaciones de la mente (expuesto más arriba), que comienza con las ideas del entendimiento (pensables sólo

[42] *Ibíd.*, p. 105.

para el entendimiento infinito). Las categorías, entonces, no pierden su estatuto de conceptos puros *a priori*, y como tales, constitutivos de la experiencia, pero comparten ese estatuto con las ideas del entendimiento, cuyas relaciones son pensables gracias a aquéllos, pero cuya naturaleza última se nos escapa. Sólo un entendimiento que pudiera pensar a la vez la totalidad de las ideas y de sus relaciones, dadas por las categorías, sería auténticamente productor de la experiencia, y capaz de juzgar con verdad acerca de ella en cada caso. Lo que Maimon pone en duda es, pues, la capacidad del entendimiento finito para reflejar esta totalidad de las relaciones subyacentes que el entendimiento infinito concibe, y por lo tanto, la capacidad de la conciencia para distinguir el orden "objetivo" del "subjetivo" que, por otra parte, la define. Así, al no tener un acceso directo a las ideas del entendimiento, nuestra aplicación de las categorías arriesga constantemente resultar incompleta o arbitraria, y con ello, la validez objetiva de la experiencia efectiva de la conciencia cae bajo la duda escéptica.

> Estoy pues de acuerdo con Kant en que estos conceptos [las categorías], así como los juicios fundados en estos conceptos, son válidos sólo para los objetos de la experiencia; sólo digo que ellos no son, como K. asume, directamente válidos para los objetos de la experiencia tal como éstos se nos aparecen, sino que son más bien válidos para los límites de los objetos de la experiencia (ideas), y que son válidos para los objetos de la experiencia mismos a través de estas ideas.[43]

[43] *Ibídem.*

¿Tienen las categorías validez objetiva? Sí, responde Maimon, pero no *para nosotros*. De acuerdo con la deducción kantiana, las categorías son válidas respecto a su aplicación a los objetos de la experiencia por el simple hecho de que, sin ellas, estos objetos no serían tales. En ese sentido, la cosa en sí (el objeto pensado por fuera de su elaboración categorial) está fuera del alcance del conocimiento. En la filosofía de Maimon, este esquema se transforma: la cosa en sí deviene pensable en tanto idea del entendimiento infinito, y las categorías son los medios de enlace que producen las infinitas relaciones entre estas infinitas ideas. Las categorías son válidas en su aplicación a objetos en la medida en que consideremos a los objetos como ideas del entendimiento, no en su manifestación fenoménica. La relación de la categoría con el fenómeno es secundaria, accidental. La pregunta *quid juris?*, planteada en la deducción trascendental de Kant, queda siempre abierta desde la perspectiva del entendimiento finito maimoniano, que al no tener acceso al proceso de génesis de los objetos de la experiencia según sus ideas, no tiene medios de distinguir ilusión de realidad, o contingencia de necesidad, y no puede poner en el fundamento de la objetividad del objeto en nuestras operaciones intelectuales.

Todo nuestro conocimiento, aún el conocimiento *a priori*, es impuro, con excepción de los conceptos relacionales con los que conectamos las intuiciones que nos son dadas. Pero al no poder acceder al orden objetivo desde el que se producen nuestras intuiciones, estos conceptos son meras formas que, como los conceptos de la lógica, refieren a objetos indeterminados. Sólo cuando una intuición o una serie de intuiciones nos son dadas, podemos enlazarlas categorialmente con otras intuiciones y extraer un juicio a partir de esa combinación. La categoría funge así como una expresión algebraica en la que *y* aparece en función de *x*, donde extraemos una determinación de la misma cuando asignamos a la variable un valor determinado. Pero únicamente el entendimiento infinito, que accede a la ley que rige la variación de *y* en función de la variación de *x* ($\frac{dy}{dx}$), constituye el objeto como completamente determinado, pudiendo pensarlo de una vez en la totalidad de sus relaciones. "Para un entendimiento infinito todo está en sí mismo completamente determinado, porque él piensa todas las relaciones reales posibles entre las ideas como sus principios".[44]

De este modo, Maimon construye un idealismo que pretende superar a la vez el acuerdo exterior entre, por un lado, las facultades del sujeto trascendental kantiano, y por el otro, entre éste y la cosa en sí. Respecto a esta última, es correcto entender algo que actúa sobre nosotros, pero no fuera de nosotros (la relación de exterioridad cabe sólo a nuestra intuición espacio-temporal), sino *en* nosotros, como productor de una representación en la cual nosotros no tenemos conciencia de ninguna espontaneidad.[45] Todo fenómeno tiene su fundamento en diferenciales que encierran cualidades sin ninguna cantidad. Es a partir del incremento (cuantificación) de acuerdo a reglas de este haz de cualidades puras, y de su

44 *Ibíd.*, p. 52, nota 8. En esta nota se desarrolla una analogía de la categoría de sustancia con una función matemática.

45 *Ibíd.*, p. 113-114.

determinación recíproca mediante las categorías, que el entendimiento finito elabora su vínculo siempre incierto con los objetos de la experiencia. Las ideas del entendimiento interiorizan las diferencias espacio-temporales a la vez que anulan la armonía preestablecida entre las facultades kantianas, pero lo hacen al precio de degradar nuestro modo de cognición, convirtiéndolo en un modo limitado del pensamiento divino.

Si Maimon es el Leibniz del cálculo, lo es a condición de eliminar de la actividad creativa divina el criterio de la elección del mejor de los mundos posibles. Las diferenciales maimonianas –pequeñas percepciones de toda conciencia fáctica– y sus relaciones –por las cuales esas percepciones cobran realidad objetiva y se actualizan en una experiencia– no están condicionadas a reproducir un modelo de mundo: el cálculo divino, más allá del bien y del mal, ya no está teñido de aspectos morales, y el mundo es el producto inmanente que se hace en esa actividad misma. Sin embargo, respecto al lugar que ocupamos los seres conscientes en *este* mundo, y a nuestras relaciones con la infinitud, sólo resuena la sórdida duda escéptica.

Wronski, Kant del cálculo

Józef Maria Hoene Wronski, nacido en 1776 en Wolsztyn, Polonia, muerto en 1853 en Nevilly, Francia, goza de una cómoda infancia por ser hijo de un célebre y acaudalado arquitecto, pero su espíritu inquieto y resuelto lo lleva en su juventud a unirse al ejército, influenciado por los agitados eventos políticos de la época. Allí es apreciado por su valentía y alcanza altos rangos. En 1797, tras la muerte de su padre, hereda una suma de dinero gracias a la cual se volcará a su auténtica pasión: el estudio de las ciencias y la búsqueda de la verdad. Fascinado por la filosofía de Kant, se dirige a Königsberg con la esperanza conocerlo, pero se retira frustrado pues el gran filósofo, ya muy anciano, no dicta sus cursos y está retirado de la escena pública. Wronski viaja entonces por Inglaterra y luego por Francia. Se instala definitivamente en Marsella (sus escritos y publicaciones científicas son redactados en francés).

En 1803 dice tener una súbita y profunda iluminación sobre la esencia del Absoluto, y a partir de entonces se dedica a la elaboración de un sistema filosófico universal centrado en una reforma de las matemáticas mediante una indagación en sus leyes y métodos. Agotados sus recursos económicos comienza a impartir lecciones privadas de matemática, y se casa con una de sus alumnas en 1810. En 1811 publica su *Filosofía de las matemáticas*, donde la deducción algebraica se mezcla con argumentos trascendentales. En 1812 escribe una crítica a la teoría de las funciones analíticas de Lagrange. Ambos escritos son desacreditados por la academia, donde Lagrange es jurado del comité evaluador al que Wronski ha enviado sus trabajos. La nula difusión y escaso reconocimiento de su obra no impiden que Wronski se sumerja con cada vez mayor intensidad en su actividad intelectual, descuidando sus clases y cayendo paulatinamente en la pobreza.

Entre 1814 y 1817 publica una gran cantidad de trabajos entre los que se cuentan su *Filosofía del infinito* (*Philosophie de l'infini*) y su *Filosofía de la técnica algorítmica* (*Philosophie de*

la technie algorithmique), que analizaremos aquí. Estas obras también son ignoradas por el mundo académico. Desde 1830 hasta el final de su vida, se vuelca a reflexiones en torno al mesianismo, y publica numerosos libros sobre el tema. En ellos sostiene una cosmovisión que está implícita desde los comienzos de su obra: la tendencia de la humanidad a establecer un sistema político basado en la razón, unión de bondad y verdad, religión y ciencia. El mesías, que traerá esta era de la felicidad definitiva a la raza humana, es la filosofía. En concordancia con este proyecto trabajó incansablemente en numerosas áreas del saber además de matemáticas y filosofía, como física, política, economía y religión, para finalmente morir en la pobreza y el anonimato a los 77 años.[46]

Consideraremos aquí entonces su *Filosofía del infinito* (1814) y su *Filosofía de la técnica algorítmica* (1815). Ambos escritos parten de una convicción explícita y repetidamente formulada: las matemáticas son incapaces de fundamentarse a sí mismas o de explicar desde sí mismas su primer principio. Conducir la ciencia matemática a su principio es tarea de la filosofía trascendental, pues es en ella que residen los fundamentos de la génesis del conocimiento de la cantidad. En esta concepción, las diferenciales constituyen el eslabón mediador entre matemática

[46] *Cf.* Pragacz, Piotr, "Notes on the life and work of Józef Maria Hoene Wronski", en *Algebraic Cycles, Sheaves, Shtukas and Moduli,* Warsaw, Birkhäuser Basel, 2008, pp. 1-20. Christian Kerslake ha sostenido que la caracterización deleuziana de "historia esotérica" podría tener en el caso de Wronski una intencionalidad que va más allá de su mera comparación con la tradición de la ciencia "real", a saber, la influencia de este pensador en la tradición esoterista u ocultista del s. XIX. *Cf.* Kerslake, C., "Höene Wronski and Francis Warrain", en Jones, Graham, y Roffe, Jon (eds.), *Deleuze's philosophical lineage*, Edimburgo, Edimburgh University Press, 2009, pp. 167-89; allí, Kerslake analiza también la importancia de las matemáticas wronskianas (que desarrollaremos aquí) en la concepción de un vitalismo fundado en una virtualidad creativa.

y filosofía, y la puerta de acceso al fundamento de la ciencia matemática. Wronski combatirá las tendencias más célebres del momento en torno a la interpretación de las diferenciales: las teorías de Lagrange y Carnot, desarrolladas en sus respectivas *Teoría sobre las funciones analíticas* y *Reflexiones sobre la metafísica del cálculo diferencial*, ambas de 1797, las cuales ganaron en los años sucesivos un gran número de adeptos.[47]

La teoría de Carnot se basaba en la concepción de la *compensación de errores* que, como vimos, fue inaugurada por Berkeley en su polémico *The Analyst*. Según esta teoría, las cantidades infinitesimales no tienen ninguna realidad ontológica más que su carácter de ficciones útiles a los efectos del cálculo, cuyos resultados efectivos y cantidades numéricas determinadas constituyen el verdadero elemento de las matemáticas. Desde esta perspectiva, la "ficción" del cálculo es una herramienta necesaria para alcanzar la "realidad" de los resultados, pero carente de realidad en sí. Así, las cantidades diferenciales no son sino incrementos arbitrarios que se consideran en la variable por los incrementos que éstos producen en la función, pero que se anulan al llegar al resultado. Es por eso que la pregunta acerca de la existencia efectiva de los infinitesimales carecería de sentido.

Según la reconstrucción de Wronski, la teoría de Carnot dice lo siguiente: dada una función con dos variables independientes $F(x, y)=0$, operamos sobre los valores de x e y mediante las sumas $x'=x+dx$ e $y'=y+dy$ (donde dy y

47 Sobre estas teorías *cf. supra*, pp. 77 y ss.

dx designan incrementos cualesquiera); si consideramos los incrementos de manera tal que $F(x', y')=0$, ésta función, puesta en relación con la anterior, forma una nueva función, derivada de la primera: $F'(x, y, dx, dy)=0$, determinada por la relación entre los incrementos, los cuales quedan en sí indeterminados. Pero esto es necesariamente erróneo, dado que si $F(x, y)=0$, $F(x', y')$ no puede ser $= 0$, a menos que $x'=x$ e $y'=y$ (con lo que dx y dy serían $= 0$). Si las cantidades arbitrarias dy y dx pudieran reducirse indefinidamente, este error puede atenuarse hasta que las diferenciales se eliminen (considerándolos entonces como simples *condiciones del problema*, y no como valores reales), y el resultado obtenido (la función derivada) es así rigurosamente exacto.

Wronski rechaza este procedimiento, pues según él supone cantidades que no son explicitadas. Las ecuaciones intermedias (aquellas en las que se opera a la vez con x, y, dx y dy, donde estas últimas son cantidades fluyentes en variación continua tendiendo a 0) deben contener otras cantidades complementarias (que Wronski designa ζ y ξ), las cuales varían proporcionalmente a dx y dy, y cuya presencia es la que hace que tanto $F(x, y)$ como $F(x', y')$ sean $= 0$. Es erróneo creer que las cantidades dx y dy en disminución continua indefinida lleguen alguna vez a anularse completamente; para que lo hagan, es necesario suponer cantidades complementarias ζ y ξ que se cancelen mutuamente con las diferenciales; sólo bajo esta consideración las condiciones del problema serían lógicamente válidas, pues entonces tanto $F(x, y)$ como $F(x', y')$ son efectivamente $= 0$ en todos los pasos del desarrollo. La teoría de la compensación de errores defendida por Carnot no puede entonces tener lugar, pues considera que el resultado carece de cantidades arbitrarias, cuando, en realidad, contiene más cantidades arbitrarias que las que se consideraba en un principio (dy, dx, ζ y ξ).[48] La teoría de Carnot, que pretendía dar con la naturaleza de las diferenciales, acaba cayendo en una petición de principio, pues "no es sino por la naturaleza misma del cálculo diferencial, y especialmente por su principio o por su hecho mismos, que la metafísica aquí examinada puede despreciar las cantidades ζ, ξ, etc."[49]

Pero, ¿cuál es ese "principio o hecho" del cálculo diferencial? Para responder esto, debemos observar las consideraciones más generales de Wronski sobre las matemáticas. En su *Filosofía de la técnica algorítmica*, Wronski se plantea dos preguntas principales: "¿En qué consisten las Matemáticas? – ¿No habrá un modo de abarcar, en un solo problema, todos los problemas de estas ciencias, y de resolver generalmente este problema universal?".[50] Con esto, Wronski se pregunta por la posibilidad de una ley que subsuma la totalidad de las diversas leyes posibles de generación de cantidades, siendo todo problema matemático una pregunta acerca de la generación de cantidades siguiendo ciertas reglas. Sus consideraciones sobre los problemas matemáticos se centran en la utilización del

[48] Sobre la refutación de Carnot, *cf.* la "Premier Mémoire: Contre-réflexions des Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal", en Hoene Wronski, Józef Maria, *Philosophie de l'infini*, París, Didot L'Ainé, 1814, pp. 5 a 15.

[49] *Ibíd.*, p. 15. Todas las traducciones de las citas a esta obra en este trabajo son nuestras.

[50] Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de la technie algorithmique*, Paris, Didot L'Ainé, 1815, p. 1. Todas las traducciones de las citas a esta obra en este trabajo son nuestras.

algoritmo de Taylor[51] para el desarrollo de series infinitas que expresan la generación de una función (primitiva) en una sumatoria de una infinitud de funciones derivadas de aquélla. Como vimos en el capítulo anterior, Lagrange había utilizado este mismo algoritmo para prescindir de magnitudes infinitamente pequeñas, considerando que las derivadas podían obtenerse íntegramente a partir de operaciones con cantidades finitas sin recurrir a diferenciales. Wronski considera que la relación es precisamente la inversa: la serie de Taylor no sustituye las diferenciales, sino que se funda en ellas. Lo que este algoritmo hace posible es el pasaje de la transición indefinida al de la suma discontinua, o *de la continuidad a la discontinuidad*, pasaje que conducirá a la ley suprema de las matemáticas, o forma universal de la generación de cantidades. Veamos qué significa esto.

Dada una función cualquiera $F(x)$ y un incremento cualquiera a la variable, ζ, el valor de la función en $F(x+\zeta)$ será $F(x)+\Delta F(x)$ (siendo Δ la diferencia del valor de la función tomada en relación al incremento de la variable). Aplicando incrementos sucesivos a la variable, tendremos:

$$x' = x + \zeta,$$

$$x'' = x + 2\zeta,$$

$$x''' = x + 3\zeta,$$

$$\ldots,$$

$$x^{n} = x + n\zeta,$$

[51] Sobre la serie de Taylor, *cf. supra*, pp. 80 y ss.

Y a esta variación sucesiva de la variable corresponde una variación sucesiva de los valores de la función:

$$F(x+\zeta) = F(x) + \Delta F(x),$$
$$F(x+2\zeta) = F(x) + 2\Delta F(x) + \Delta^2 F(x),$$
$$F(x+3\zeta) = F(x) + 3\Delta F(x) + 3\Delta^2 F(x) + \Delta^3 F(x),$$
$$\dots,$$
$$F(x+n\zeta) = F(x) + \frac{n}{1!}\Delta F(x) + \frac{n(n-1)}{2!}\Delta^2 F(x) + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\Delta^3 F(x) + \dots$$
$$\text{hasta } \Delta^n F(x)$$

Esto es, para cada variación del incremento (ζ, 2ζ, 3ζ, …, $n\zeta$) hay una fórmula correspondiente que expresa la variación de la función como una sumatoria. Tomando el desarrollo de esta función con *n* como un número entero cualquiera, y una cantidad *i* como múltiplo del incremento ζ, a medida que este incremento decrece, el número de términos de la segunda función aumenta, según la relación (extraída de la anterior):

$$F(x+i) = F(x) + \frac{i}{1!\,\zeta}\Delta F(x) + \frac{i\,(i-\zeta)}{2!\,\zeta^2}\Delta^2 F(x) + \frac{i\,(i-\zeta)(i-2\zeta)}{3!\,\zeta^3}\Delta^3 F(x) + \dots$$

Esta expresión es finita en tanto ζ tiene un valor definido y es submúltiplo de *i*. Pero cuando el incremento ζ deviene infinitamente pequeño, la expresión se vuelve infinita. Designando *dx* a la reducción infinitesimal de ζ y *d* a la diferencia infinitesimal concomitante en Δ, tendremos:

$$F(x+i) = Fx + \frac{i}{1!}\frac{dF(x)}{dx} + \frac{i^2}{2!}\frac{d^2F(x)}{dx^2} + \frac{i^3}{3!}\frac{d^3F(x)}{dx^3} + \dots \text{ al } \infty,$$

lo cual expresa la sucesión de derivadas de la función *F(x)*, o bien la expresión de su generación por sumatoria de los incrementos sucesivos, discontinuos, e indefinidamente pequeños. “Así, la expresión precedente, es decir, el teorema de Taylor, presenta evidentemente la reducción de la transición indefinida, o de la continuidad en la generación de las cantidades (continuidad que es la forma de esta generación), a la sumatoria discontinua (que es la materia o el contenido de la generación algorítmica)”.[52] La continuidad en la disminución del incremento genera nuevos términos discontinuos en la sumatoria. Dejamos de lado por el momento la alusión trascendental a la *forma* y *contenido* de la generación algorítmica, para mostrar la relación de este argumento con la ley suprema o universal con que Wronski pretende dar respuesta a su indagación acerca de la ley fundamental de las matemáticas.

Existen una infinidad de sistemas de reducción de la continuidad a la discontinuidad (por lo menos, tantos como funciones continuas existan). La ley suprema de Wronski, basada en el desarrollo precedente, es el primer principio de las matemáticas, que responde a la doble pregunta acerca de la naturaleza de esta ciencia, y de la posibilidad de una expresión universal para cada uno de sus diversos problemas. Esta *ley suprema* es una serie de la forma: $F(x) = A_0\Omega_0 + A_1\Omega_1 + A_2\Omega_2 + \dots$

[52] *Ibíd.*, p. 6; paréntesis nuestros. Sobre la deducción del teorema de Taylor por Wronski, *cf.* ibíd. p. 3 a 5. Por razones de espacio y de complejidad resulta imposible reproducir aquí de manera completa la deducción de Wronski. Nos limitamos a transcribir algunas de sus fórmulas para dar una idea de su notación y su procedimiento, siendo aquí lo principal exponer el sentido trascendental que el autor da a la relación diferencial.

al ∞.[53] En esta expresión, Ω_0, Ω_1, Ω_2, etc., son funciones de x, y A_0, A_1, A_2, etc., son los coeficientes: cantidades determinadas, *en principio* independientes de x. Según Wronski, todo problema matemático es pasible de reducirse a una serie de este tipo, o a una sumatoria finita análoga. Pero para dar a esta expresión el estatus de ley universal por el cual se rigen todos los problemas matemáticos, es necesario mostrar un principio de conexión interna entre las funciones y los coeficientes que forman esta serie.

La fundamentación última de esta ley suprema está dada por el cálculo diferencial, en tanto éste permite expresar los coeficientes (A) a través de las funciones de x (Ω). Encontrando una ley que asocie entre sí la generación de coeficientes, no habría cantidades independientes, pues podría fundamentarse *a priori* la generación de cada término de la ecuación. Esto mismo era afirmado por Lagrange, pero en su procedimiento el objetivo era presentar una ley de generación de coeficientes independiente de las diferenciales o de cantidades infinitesimales. Dada la función, Lagrange muestra un método para la construcción de una serie por generación sucesiva de los términos subsiguientes (las diversas derivadas). Cada término de la serie representa una derivada de orden superior al de la anterior. Del mismo modo, Wronski expresa las sucesivas funciones Ω_0, Ω_1, Ω_2, etc., como sucesivas derivadas $\frac{dF(x)}{dx}$, $\frac{d^2F(x)}{dx^2}$, $\frac{d^3F(x)}{dx^3}$, etc., mostrando a la vez que la naturaleza de los coeficientes A_0, A_1, A_2, etc., debe consistir en funciones compuestas

[53] *Ibíd.*, p. 12.

de diferenciales de la función principal *F(x)* y de las accesorias Ω_0, Ω_1, Ω_2, etc.[54] Descubriendo en las diferenciales el lazo interno que une las diferentes Ω y las diferentes A, el cálculo diferencial da cuenta de la ley suprema de las matemáticas. Lo así expresado, nuevamente, es la serie de potencias de Taylor.

El error de Lagrange es, según esto, considerar que las diferenciales tenían un significado lógicamente dependiente del desarrollo de sumatorias discontinuas provisto por Taylor, cuando en realidad es a la inversa. Wronski señala la circularidad de la argumentación de Lagrange, pues éste debe suponer necesariamente magnitudes infinitesimales en su cálculo de la primera derivada para demostrar la relación legaliforme que permite extraer los términos sucesivos de la serie unos de otros. Aún si su demostración es válida para las derivadas segunda y subsiguientes, la primera derivada permanece para ésta perspectiva un misterio si no se recurre (implícita o explícitamente) a la relación diferencial propia de la función considerada.[55]

Si bien esto basta para mostrar la importancia que el cálculo diferencial tiene en la reformulación de las ma-

[54] Sobre esta compleja demostración, *cf. ibíd.*, p. 12 y ss. Es importante aclarar que, si bien la obra científica de Wronski ha sido a menudo ignorada, en este punto su pensamiento fue recuperado, setenta años más tarde, por el matemático escocés Thomas Muir, quien se basó en este procedimiento para construir matrices utilizadas para el estudio de ecuaciones diferenciales ordinarias. El determinante de esta matriz fue bautizado por Muir "wronskiano", en honor a Wronski, su descubridor (*cf.* Muir, Thomas, *A treatise on the theory of determinants*, Londres, McMillan, 1882, cap. XVIII).

[55] *Cf.* "Troisième Mémoire: Réponse à la seconde édition de la Théorie des Fonctions analytiques de Lagrange", en *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, en particular p. 78 y 79. Cabe aclarar que, si bien Wronski señala acertadamente este error de Lagrange, ambos cometen sin embargo una misma imprudencia: dar por supuesto que toda función posible es expresable según la serie de Taylor.

temáticas, aún no hemos hablado de la concepción de Wronski sobre la naturaleza de las diferenciales. ¿Qué sentido debe dárseles a estas magnitudes para no caer en los vicios lógicos de Lagrange y Carnot, y a la vez mostrar su suprema dignidad para las ciencias matemáticas? Hay que evitar considerar a las diferenciales como cantidades efectivamente reales, análogas a aquellas con las que se opera en el cálculo algebraico (cantidades discontinuas) o reductibles a éstas. Según Wronski, las diferenciales son "diferencias ideales",[56] y consideradas como tales, son elementos genéticos de las cantidades discontinuas. La distinción entre cantidad real y cantidad ideal corresponde a una distinción trascendental.

> [Las leyes de generación de cantidades] son diferentes funciones intelectuales dependientes del concurso y la reunión de facultades heterogéneas del saber, principalmente el Entendimiento y la Razón. En efecto (…), la facultad del Entendimiento produce la cantidad REAL O FINITA, que es de algún modo la materia de la Algoritmia, y la facultad de la Razón establece, por medio de cantidades INDEFINIDAS, una ligazón IDEAL en la cantidad real o finita, *formando*, por así decir, la materia de la Algoritmia: el Entendimiento provee una SUMA DISCONTINUA para la generación de las cantidades, y la Razón introduce una TRANSICIÓN INDEFINIDA o una CONTINUIDAD en esta generación.[57]

[56] Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, 89.

[57] Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de la technie algorithmique*, *op. cit.*, p. 2; cursivas nuestras, mayúsculas del original.

La naturaleza de las diferenciales está dada por el análisis trascendental de las facultades de la mente. Según lo citado más arriba, la continuidad daba la *forma* a la generación de cantidades, mientras la suma discontinua proveía su *contenido* o materia. Si la matemática se funda en la posibilidad del pasaje de lo continuo a lo discontinuo, ésta debe a su vez fundarse en la naturaleza de nuestras facultades, y entre ellas, en la facultad de lo continuo en su relación con la de lo discontinuo. El entendimiento, facultad de lo finito, es el fundamento de todas las leyes algorítmicas que relacionan cantidades reales, materiales, finitas, discontinuas, resultando en otras cantidades finitas (básicamente, las operaciones de la aritmética y el álgebra). Permanecemos así en el ámbito de la producción de un contenido diferente al del punto de partida, pero de su misma naturaleza. Puedo generar la cantidad "12" a partir de la ley de generación "7 + 5", enlazando dos cantidades finitas discontinuas diferentes (7 y 5); pero mediante la mera aplicación y repetición de esta clase de leyes (que puede repetirse indefinidamente) no alcanzo una noción global que abarque y subsuma la posibilidad de todas estas operaciones, y que permita organizarlas según su naturaleza. La razón es la facultad del infinito, y el infinito es un instrumento exacto de la ciencia matemática: si bien inaplicable directamente a la esfera de nuestros conocimientos, posibilita la idea de lo indefinido, que es uno de los más potentes instrumentos de la ciencia. El infinito, idea en que se basa la continuidad, es el medio genético del contenido algebraico, de acuerdo al modelo arriba expuesto del algoritmo de Taylor: la aplicación de incrementos indefinidos (diferenciales) a una función configura la materia discontinua de la algoritmia, o los términos de la suma serial. La continuidad forma la discontinuidad.

La idea del infinito otorga así a la ciencia matemática la unidad sistemática que le permite a la vez presentar una organización completa de sus métodos, y un horizonte al cual dirigir sus impulsos y del cual recibe su fundación última. "No es sino por el infinito que es posible la ciencia de las matemáticas. (...) [E]l fundamento de la ciencia del geómetra, en su posibilidad, es la continuidad de la generación de las cantidades; (...) esta continuidad de generación no es posible sin la idea del infinito".[58] Es mediante el estudio de esta "idea sublime"[59] que deben considerarse los diferentes métodos matemáticos, revelando la naturaleza de éstos como diferentes modos de funcionamiento de las facultades antedichas. En sus obras, Wronski realiza clasificaciones de estos diferentes métodos de acuerdo a las facultades que entran en concurso en su desarrollo, elaborando vastas tablas arquitectónicas que buscan agotar el campo de esta ciencia.[60]

El concurso del entendimiento y de la razón en la generación de cantidades se traduce en dos tipos de leyes diferentes correspondientes a dos tipos diferentes de aproximación a nuestro conocimiento. El entendimiento, facultad de lo finito, se vincula con los objetos discretos de nuestro conocimiento y sus leyes. La razón, facultad de lo

[58] Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, p. 44.

[59] *Ibídem*.

[60] *Cf.*, por ejemplo, Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, p. 64; y *Philosophie de la technie algorithmique*, *op. cit.*, p. 173.

infinito, se vincula con las leyes subjetivas y con la *generación* de esos objetos.[61] La filosofía trascendental wronskiana pone límites a la especulación matemática, advirtiendo contra la confusión entre las leyes subjetivas y objetivas.

> Es esta confusión la fuente de la inexactitud que se cree vinculada al cálculo infinitesimal; en efecto, confundiendo las leyes subjetivas de las cantidades infinitesimales, que no son sino reglas de nuestra especulación sobre la generación del conocimiento de la cantidad, con las leyes objetivas de las cantidades finitas, que son reglas de la realidad misma de la cantidad, (...) se cree descubrir en los procedimientos del cálculo infinitesimal, una especie de contradicción lógica o de absurdo, proveniente, como hemos visto, de la antinomia trascendental entre los productos de la Razón y los del Entendimiento.[62]

El secreto de las cantidades infinitesimales es su valor *ideal*, que nos permite operar con las magnitudes finitas a través de la "unidad intelectual" provista por el uso "regulativo"[63] de la idea del infinito, convertida en idea de lo indefinido mediante la facultad de juzgar. Esta idea conduce las funciones de nuestro saber en la generación del conocimiento de las cantidades, según la máxima y suprema ley, el primer principio de las matemáticas: el pasaje de la continuidad a la discontinuidad.

Si Wronski es el Kant del cálculo, lo es dando una nueva visión al problema del origen del conocimiento matemático que, como hemos visto, describe como un

[61] *Cf.* Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, p. 52 y ss.

[62] *Ibíd.*, p. 36.

[63] *Ibíd.*, p 34.

producto de la actividad ideal (racional) del sujeto (no ya intuitiva). Con su recurso al infinito y su producto (la idea regulativa de lo indefinido), las matemáticas no se fundan ya en la relación extrínseca entre entendimiento e intuición, sino en la génesis inmanente de la razón.[64] El pasaje de lo continuo a lo discontinuo en matemáticas manifiesta la potencia productiva de *dx*, así como la generación del sistema de la experiencia se juega, para algunos de los principales poskantianos alemanes contemporáneos a Wronski (como Fichte, o incluso el propio Maimon), en la autolimitación de una actividad productiva infinita que deviene finita en el seno del mundo actual. Sin embargo, Wronski permanece en el punto de vista kantiano en filosofía, en tanto no opera una conducción al primer principio –análoga a la que realiza en las matemáticas– en el sistema de las facultades de conocimiento del sujeto trascendental, sobre cuya base construye toda su teoría.

Con Bordas-Demoulin pasamos de lo individual –funciones, valores y curvas– a lo universal –la relación diferencial asociada a una función, que revela lo inmutable en ella. Este pasaje estaba fundado en la continuidad, que era la sustancia misma del Universo, ese medio confuso en el cual los infinitos se envolvían unos en otros en el seno de la mente divina. De la mano de Maimon, vislumbramos cómo nuestra conciencia fáctica surge de

64 Análogamente, Bordas, como Platón del cálculo, superaba los problemas de la participación en el universal; y Maimon, Leibniz del cálculo, eludía en su concepción del entendimiento infinito las consideraciones del cálculo como elección moral del mejor mundo posible. Estas tres características son fundamentales para la inversión que Deleuze plantea en torno a estos tres sistemas filosóficos.

un entendimiento infinito que produce lo real pensando y combinando elementos diferenciales recíprocamente determinados. Wronski, finalmente, nos muestra la potencia inagotable de nuestras facultades para producir, a partir de las diferenciales y la continuidad ideal que ellas implican, nuevos objetos del entendimiento, ampliando el horizonte de nuestra experiencia. Considerando los elementos hasta aquí relevados, estamos finalmente en condiciones de penetrar en la teoría deleuziana de la Idea.

CAPITULO 3
EL CÁLCULO DIFERENCIAL EN LA FILOSOFÍA DE LA DIFERENCIA: LA IDEA

dx es la Idea – la Idea platónica, leibniziana o kantiana, el «problema» y su ser

DELEUZE

"Oponemos *dx* a no-A como el símbolo de la diferencia (*Differenzphilosophie*) al de la contradicción –como la diferencia en sí misma a la negatividad".[1] Con esta declaración se inicia el derrotero deleuziano a través del cálculo, un complejo recorrido que caracteriza una serie de aspectos elementales de un concepto fundamental en la filosofía de la diferencia: la Idea. El gesto de recuperar a la Idea como noción central de la filosofía, junto a la larga tradición metafísica que de Platón a Hegel hizo uso de ella de diversos modos, viene acompañado de una reformulación rigurosa que la caracteriza ante todo como un principio inmanente de producción de las determinaciones de lo real, a partir de la diferencia como primer principio. A la vez lógica, ontológica, trascendental, la Idea expresa el vínculo indisoluble entre tres aspectos: los tres valores lógicos de la indeterminación, lo determinable y la determinación, que se prolongan hacia las tres figuras del principio de razón

1 Deleuze, G., *Differénce et répétition, op. cit.*, p. 221.

suficiente: el principio de determinabilidad, el de determinación recíproca y el de determinación completa, y, a su vez, hacia los tres momentos de la "génesis estática" trascendental, o "elementos puros": el de la cuantitabilidad, el de la cualitabilidad (condiciones de las cantidades y cualidades actuales), el de la potencialidad (condición de la capacidad de auto-reproducción de la Idea, y de su ordenamiento). Todo lo pensable, lo existente y lo experimentable encierra en sí estos tres momentos, que evidencian aquí y allá, en todas partes, la presencia irreductible de la diferencia en sí misma.

Dedicaremos las siguientes páginas a la tarea de elucidar el sentido de la Idea deleuziana y sus momentos a partir de su vinculación con las nociones matemáticas y filosóficas desarrolladas en las precedentes. El presente capítulo está estructurado según esta triple triplicidad envuelta en la Idea, triplicidad de aspectos lógicos, principios ontológicos y elementos trascendentales. Si bien esta serie de conceptos se introduce en una misma "zona" del texto deleuziano,[2] la articulación entre los mismos no sigue una cadencia sencilla ni una conexión explícita y clara en una primera lectura. A esta dificultad se suma la escasa o nula reconstrucción conceptual que Deleuze hace de las nociones de las que se sirve para su

---

[2] Se trata, como dijimos en la Introducción, de los párrafos 4 a 10 del capítulo IV de *Diferencia y repetición*. El pasaje siguiente condensa algunos de sus conceptos principales: "El símbolo *dx* aparece a la vez como indeterminado, como determinable y como determinación. A estos tres aspectos corresponden tres principios, que forman la razón suficiente: a lo indeterminado como tal (dx, dy) corresponde un principio de determinabilidad; a lo realmente determinable ($\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación recíproca; a lo efectivamente determinado (valores de $\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación completa." (*Ibíd*., p. 222). Los "elementos puros", según veremos, son presentados sucesivamente en los párrafos siguientes (y puestos en correlación con los momentos anteriores en *Ibíd*., p. 356).

desarrollo, lo que hace que el texto deleuziano, ya de por sí oscuro, se complejice aún más. El bagaje conceptual acumulado en las páginas precedentes será nuestra guía para adentrarnos en esa oscuridad.

Hemos visto dos caras de la historia del cálculo: "oficial" y "esotérica". Vinculamos la primera con la técnica científica que buscó desprender al cálculo de la interpretación dinámica de lo infinitesimal y de las paradojas en que ésta sumergía al pensamiento. Fundaba así una concepción finitista caracterizada por el intento de alcanzar un máximo de exactitud en las definiciones y claridad en los principios. Por otra parte, la interpretación esotérica, "bárbara o pre-científica", hacía del cálculo una herramienta metafísica que emparentaba el fundamento de la realidad con el infinito. Así, Bordas-Demoulin, Maimon y Wronski, encontraban en el símbolo *dx*, respectivamente, el Universal como *continuum*, la Idea del entendimiento infinito productora de la conciencia, la Idea racional (regulativa) que presidía la génesis del conocimiento de la cantidad. Deleuze no se alía del todo con ninguna de estas dos grandes tendencias, sino que extrae de una y otra distintos "tesoros filosóficos": los puntos relevantes de ellas que, puestos en conexión, conducirán a la elaborar la noción de la diferencia como primer principio en su teoría de la Idea.

Las dos tradiciones antedichas fallan en un punto fundamental: "las interpretaciones finitistas modernas no traicionan la naturaleza diferencial menos que las antiguas interpretaciones infinitistas, porque ambas dejan escapar la fuente extra-proposicional o sub-representativa, es decir, el «problema», de donde el cálculo extrae su poder”.[3] Lo finito y lo infinito son las dos perspectivas posibles que definen el mundo de la representación. En sus diversas variantes, estas perspectivas comparten un propósito común: reconducir la diferencia a la identidad, subordinarla a sus exigencias, lo que implica eliminar de todas las cosas la indeterminación y la dependencia recíproca de sus determinaciones, y por consiguiente, eliminar el proceso genético que las produce y las rebasa. La técnica científica moderna reducía la naturaleza de las diferenciales a las leyes de la aritmética, basada en las operaciones básicas entre magnitudes finitas, cayendo así en el elemento de la representación finita. Los filósofos “esotéricos” interpretaban la continuidad –fundamento del cálculo– o el poder genético de las diferenciales en clave de la representación infinita, ya en la mente de la divinidad, ya en una Idea racional, conduciendo la dinámica del cálculo a la identidad de Dios o del sujeto trascendental. En ambos casos, la conducción al fundamento subordina la potencia productiva de las diferenciales a la lógica de la representación, lo que impide apreciar en toda su dimensión esta potencia y la ontología que puede desprenderse de ella.

El objetivo de la filosofía de la diferencia consiste en alcanzar ese punto en que se capta en las cosas –objetos del mundo de la representación– la instancia sub-representativa que preside su proceso genético. Precisamente por ese carácter sub-representativo, este proceso no debe

3 *Ibíd.*, p. 339.

caracterizarse como una adición de condiciones extrínsecas o de partes extensivas, sino como una serie de síntesis intrínsecas de elementos radicalmente heterogéneos, que produce a su vez espacios, tiempos y conciencias correspondientes a esas síntesis. Adelantando un ejemplo que nos servirá para ilustrar lo que sigue, remitámonos a la experiencia inmediata de una simple hoja de papel. Ella se presenta con una serie de características empíricas que la definen: es blanca, rectangular, liviana, se ubica en una cierta región del espacio y del tiempo, guarda ciertas relaciones con los objetos circundantes y la capacidad de transformarse en sus relaciones o en sus cualidades en distintos escenarios posibles. Todas estas propiedades generales forman una descripción de la hoja, las diferentes “marcas” conceptuales que podrían añadirse sucesivamente al sujeto indeterminado “hoja”, determinándolo progresivamente para llegar, en el límite, a su individualización aquí y ahora. Esta suma sucesiva de predicados sobre un sujeto vacío es la ley de la representación.

La filosofía de la diferencia intenta dar cuenta de la condición trascendental de posibilidad de esta individualización de otro modo. Ya no se trata de un sujeto indeterminado/determinable (hoja) semejante a un espacio vacío que “se llena” con determinaciones que le son extrínsecas, sino de un proceso genético a partir del cual las determinaciones y lo determinado por ellas brotan progresivamente a la par. Todas las diferencias empíricas de la hoja de papel son el producto de un proceso que las relaciona a unas con otras y las hace depender mutuamente, proceso que no puede ser descripto en los términos de la lógica que parte de sujetos y predicados. Platónicamente, diríamos que esta hoja, en su irreductible singularidad, es una instanciación de la Idea de papel. Desde la perspectiva trascendental-diferencial, para que esta instanciación ocurra hemos de partir del continuo “papeloso” que esta Idea supone. El proceso por el cual del continuo indiferenciado emerge un individuo distinguible es explicado por la triple triplicidad de los conceptos que describen el proceso genético de la Idea deleuziana. Este proceso responde a la caracterización deleuziana de lo “problemático” como el objeto de la Idea que no puede aprehenderse en la representación.

En ese sentido, Deleuze atribuye a Lazare Carnot un lugar privilegiado en la historia del cálculo. Si bien Carnot cae en la falsa alternativa “real-ficticio” en su teoría de la “compensación de errores”, considerando a las diferenciales como “ficciones” cuyo papel es intermediario entre el problema (ecuación) y sus soluciones “reales”, su caracterización de las diferenciales como “condiciones del problema” desborda el cuadro de su propia metafísica del cálculo hacia una teoría de los problemas. “[E]l elemento de lo problemático, en su carácter extra proposicional no cae en la representación. Ni particular ni general, ni finito ni infinito, es el objeto de la Idea como universal. Este elemento diferencial es el juego de la diferencia como tal, que no se deja mediatizar por la representación ni subordinar a la identidad del concepto”.[4] *Dx* es la Idea, el problema y su ser, pues es el principio que permite

[4] *Ibíd.*, p. 231.

describir el proceso genético de lo real como lógica del funcionamiento de lo problemático; en ese sentido es el Absoluto, pero un Absoluto que impide toda definición acabada, clara y accesible de sí mismo en términos de predicados; un Absoluto que se resiste a toda fijación en conceptos y motiva la producción de otros siempre nuevos. A él se aplica lo que Deleuze y Guattari dicen de la máquina abstracta en *Mil mesetas:* “Es un Absoluto, pero que no es ni indiferenciado ni trascendente”.[5] Diferenciado e inmanente, el Absoluto deleuziano es también uno y múltiple, estático y dinámico, abierto, divergente, problemático. La Idea nunca se cierra en una totalidad en sí y para sí, se expulsa siempre hacia algo otro, hacia algo nuevo. Ningún producto de la Idea acaba con su potencia, ningún problema se desvanece en su solución. La teoría de la Idea como problema en la filosofía de la diferencia debe partir entonces de la caracterización de ese elemento indeterminado, *dx*, para desarrollar la lógica que le es inherente. Con esto nos encontramos a las puertas del primer aspecto de la Idea.

Primer momento: Indeterminado – Principio de determinabilidad – Elemento puro de la cuantitabilidad

> La Idea de fuego subsume el fuego como una sola masa continua, susceptible de acrecentarse. La Idea de plata subsume su objeto como una continuidad líquida de metal fino. Pero si es verdad que lo continuo debe ser relacionado con la Idea y con su uso problemático, lo

5 Deleuze, G., y Guattari, F., *Mille Plateaux*, *op. cit.*, p. 177.

> es a condición de no ser más definido por caracteres extraídos de la intuición sensible o aún geométrica, como ocurre todavía cuando se habla (...) de partes que nunca son las más pequeñas posibles. Lo continuo no pertenece verdaderamente a la Idea sino en la medida en que se determina una causa ideal de la continuidad. La continuidad tomada con su causa forma el elemento puro de la cuantitabilidad.[6]

Este pasaje nos introduce en las consideraciones deleuzianas sobre el primer momento de su Idea. Sus dos primeras oraciones conforman prácticamente el único fragmento de la sección en el que Deleuze da un ejemplo de cierta consistencia "concreta" o "empírica", con su referencia al fuego y la plata (podríamos sumar el papel, de acuerdo a nuestro ejemplo). Pero a partir de la nota común a estas Ideas, la *continuidad*, y junto con la impugnación de transpolar caracteres tomados de la intuición, comienza el desarrollo técnico y abstracto de la Idea. El primer paso para la caracterización de la Idea como universal concreto reside entonces, paradójicamente, en hacer abstracción del elemento empírico individual, pero no para alcanzar una pureza abstracta por la negativa, una *nada* de determinaciones, un vacío, sino para sumergir este elemento individual en un fondo o, mejor, un sin-fondo, una masa continua en la cual éste pierde su individualidad sin necesariamente perder la totalidad de sus propiedades. Este fuego, esta pieza de plata o esta hoja de papel son tragadas por un fondo continuo del cual ellos en principio se distinguen, pero que no se distingue de ellos.[7] Una sola masa continua, una continuidad líquida, un continuo papeloso: no una ausencia de determinaciones, sino más bien un *exceso* de ellas. Así, si bien producto de una abstracción, podemos aún figurarnos este sin-fondo como algo bien concreto. Sin embargo, esto no deja de ser una bella y terrible imagen, y la consideración ontológica nos exige eliminar los caracteres imaginativos, figurativos o intuitivos para concentrarnos en los elementos estructurales de la Idea. En este caso, se trata de la continuidad, más precisamente de la *causa ideal* de la continuidad, que forma el elemento puro de la cuantitabilidad.

La cantidad es número, lo cuantitativo es lo expresable numéricamente. La cantidad, abstraída de todo número concreto, es *x*: número vacío a la espera de ser "llenado", cantidad variable que se deja indeterminada en la medida en que es pasible de adquirir una serie de valores (cantidades fijas de la intuición) diferentes, potencialmente infinitos (0,..., ½,...1, 2, 3,...10.000,..., etc.). De este modo, su indeterminación se entiende en un sentido negativo, como carencia de determinación, sujeto lógico vacío. Cierta forma de entender la continuidad implicaba ese pasaje sucesivo e inagotable de valores particulares distintos para una variable que expresaría la generalidad de esos valores, su identidad abstracta o su propiedad común de pertenecer a un mismo género de existencia que los hace mutuamente intercambiables. Pero si hay algo así como la cuantitabilidad *pura* –en el sentido de condición trascendental de posibilidad de lo cuantitati-

[6] *Ibíd.*, p. 222.

[7] *Cf. Ibíd.*, p. 43. Hicimos referencia a este pasaje de Deleuze en la Introducción a este trabajo, como la imagen que refleja la característica de la diferencia en sí misma.

vo– ella no puede establecerse en esos términos, pues la variable (*x*) surge como una abstracción del número, que produce una individualidad abstracta y general a la que pueden corresponder diferentes valores individuales posibles, arbitrariamente asignados a ella.[8] *La variable, en tanto tal, no contiene el número, es incapaz de producirlo, así como de explicitar por sí misma el proceso de variabilidad que recibe de él.* Así, es más bien *x* la que depende del número. El elemento puro de la cuantitabilidad, por su parte, es la instancia trascendental de las cantidades, y, como tal, no debe fundarse en ellas, sino a la inversa. Es por eso que este elemento no surge de las cantidades determinadas ni de su abstracción en una variable. Se trata de una abstracción de otro tipo, que no apunta a la posibilidad de la variación, sino que muestra *lo invariable de la variación misma*. Deleuze retoma aquí el mismo movimiento por el que Bordas definía la continuidad como pasaje a lo universal, para definir esta invariabilidad de la variación que caracterizará el elemento puro de la cuantitabilidad. Retomando el pasaje previamente citado:

> La continuidad tomada con su causa forma el elemento puro de la cuantitabilidad. Este no se confunde ni con las cantidades fijas de la intuición (*quantum*) ni con las cantidades variables del entendimiento (*quantitas*). También el símbolo que lo expresa es completamente indeterminado: *dx* no es estrictamente nada en relación a *x*, ni *dy* en relación a *y*. Pero *todo el problema está en la significación de esos ceros.*[9]

[8] En lo que va de estas páginas hemos hablado de abstracción en dos sentidos muy distintos que es preciso aclarar. Podríamos, a la manera hegeliana, hablar de una *buena* y una *mala* abstracción. La mala es aquella que, como en este caso, elimina las propiedades empíricas de un objeto, pretendiendo mantener su individualidad bajo la forma de la identidad abstracta, poniendo algo así como un sujeto lógico pasible de recibir desde el exterior determinaciones conceptuales (el tipo de lógica que Deleuze pretende combatir). La buena abstracción, aquella que nos lleva a la Idea desde la causa ideal de la continuidad, es más bien la inversa: eliminar la individualidad del objeto para sumergirla en el fondo confuso del cual ésta emerge. Creemos que un ejemplo de este proceder es el de Marx, cuando, indagando sobre el origen del valor, llega a definir el trabajo abstracto como una "objetividad espectral, una mera gelatina de trabajo humano indiferenciado" (Marx, Karl, *El Capital*, T. I, V. I, trad. de Pedro Scaron, Buenos Aires, siglo XXI, 2002, p. 47).

Tanto las cantidades fijas como las variables son entonces recusadas para dar lugar al símbolo que expresa la causa ideal de la continuidad o el elemento puro de la cuantitabilidad: *dx*. Este es el primer paso de la exposición de la diferencia como primer principio, que implica pasar del ámbito de la diversidad discreta propia de la experiencia posible (múltiple de la intuición [*quantum*], generalidades del entendimiento [*quantitas*]) al de la variación infinita continua e indeterminada. La primera determinación de la Idea, aquello que caracteriza su primer momento, es la *continuidad*, expresada en el elemento indeterminado *dx*.

Bordas-Demoulin veía en *dx* la emergencia del universal. Al diferenciar la fórmula $x^2+y^2-R^2=0$ obteníamos $xdx+ydy=0$, la cual expresa lo universal sin eliminar la individualidad (*x, y*), y muestra lo invariable en la variación cuantitativa de la fórmula de origen.[10] La continuidad, en este contexto, expresaba ese pasaje de lo individual a lo universal, anulando justamente el otro pasaje, el propio de lo individual: pasaje de cantidades fijas en el elemento formal polivalente de una cantidad variable. En este nuevo sentido, la continuidad impedía la distinción cuantita-

[9] *Ibíd.*, p. 222; cursivas nuestras.

[10] *Cf. supra*, p. 116.

tiva, a la vez que afirmaba la inmanencia de lo individual en lo universal. La continuidad era ese "fondo común"[11] que nos conducía de lo individual a lo universal, como del contorno del polígono al de la circunferencia, revelándose en ésta lo invariable en la variación del número de los lados de aquél. La continuidad es así *ideal*, no empírica o *actual*, pues el pasaje efectivo de cantidades determinadas o *quanta* particulares en la intuición no nos conduce jamás a término.

En su referencia a Bordas, Deleuze refiere también a un artículo de Charles Renouvier, quien denuncia en Leibniz una antinomia en torno a la noción de continuidad, en tanto ésta se vincula inmediatamente con el concepto de infinitud. La idea de infinito es, según Renouvier, sostenida en dos sentidos contradictorios. En el plano de las matemáticas, Leibniz niega la existencia actual del número infinito, inclinándose por una concepción potencial de la infinitud como posibilidad de obtener siempre una cantidad mayor (o menor) a una dada. En el plano físico y metafísico, sin embargo, Leibniz afirma una división infinita en acto de la materia, y una infinitud de mónadas existentes. En este sentido, cae en el "laberinto metafísico" de la continuidad.

> Imaginemos que se intenta contar las mónadas circunscriptas en un cuerpo natural; idealmente, esto siempre es posible: todo aquello que existe de hecho es numerable en idea por el entendimiento. Cuanto más avancemos en esta cuenta imaginaria de mónadas, tanto más pondremos números sucesivos de la

[11] Bordas-Demoulin, J. B., *op. cit.,* p. 462.

> serie natural de los números. Ahora, que esta serie sea sin fin es concebible si los números no son sino la serie de los *posibles*. Pero que la serie de las mónadas sea correlativamente sin fin, en tanto la serie de las mónadas es una serie *de lo dado*, es absurdo: las unidades dadas forman un número y un todo, por inmensas que se las suponga.[12]

Deleuze atribuye a Renouvier un análisis "comprensivo y profundo"[13] de las tesis de Bordas, pero hostil a las mismas. Bordas señalaba el problema al que conduce permanecer en el elemento que él llama "lo individual" (en el que, siguiendo la crítica de Renouvier debemos permanecer), a saber: las cantidades determinadas desfilan indefinidamente por la variable, con lo que nunca alcanzamos el punto de vista total o el universal de esa variación. Tanto Renouvier como Bordas conciben las "unidades dadas" como formando a la vez "un número y un todo", unidad de la unidad y la pluralidad. Pero mientras que para Bordas esa pluralidad podía concebirse como infinita, Renouvier niega esta posibilidad pues para él la infinitud *en la unidad* es sinónimo de infinito en acto, y éste es fuente de antinomias. El problema señalado es relevante por revelar dos imposibilidades: la de concebir la infinitud como propiedad *actual* de los objetos de la experiencia; y la de concebir la infinitud *por sí misma*, sin referencia a otra cosa que le dé un sentido "global", que la unifique de algún modo, inscribiéndola como

[12] Renouvier, Charles, "Les labyrinthes de la métaphysique. L'infini et le continu: théorie de Leibniz", en *La criqtique philosophique. Politique, Scientifique, Littéraire*, 6° año, n° 31, 1876, pp. 71-2.

[13] Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 223, nota al pie.

pluralidad de una totalidad. La pregunta que subyace es entonces: ¿cómo concebir la continuidad sin caer en las paradojas del infinito en acto?

Es también en una interpretación de Leibniz, esta vez la deleuziana, donde encontramos la exposición de una (falsa) antinomia similar que nos permite resignificar y superar los problemas de la continuidad y la infinitud actual, superación que es a la vez la de la continuidad por sí misma hacia un siguiente momento en la caracterización de la Idea. Se trata de la falsa antinomia entre la ley de continuidad y el principio de los indiscernibles.[14] Podría pensarse que el principio de los indiscernibles, que vuelve la diferencia intrínseca y conceptual, permitiendo distinguir toda mónada de toda otra en virtud de su noción, contradice la ley de continuidad, que permitía afirmar en el cálculo la evanescencia de la diferencia de valores determinados cuando éstos son infinitamente próximos. Estos dos principios son sin embargo perfectamente conciliables. En virtud de la continuidad, por ejemplo, la diferencia se desvanece entre una serie de polígonos regulares donde la cantidad de lados aumenta indefinidamente y un círculo, que expresa de hecho la variación en *cada uno* de sus sucesivos puntos. Pero este desvanecimiento es en realidad un desplazamiento: "La diferencia ya no está entre el polígono y el círculo, sino en la *pura variabilidad* de los lados del polígono (…). La diferencia cesa de ser extrínseca y sensible (ella se desvanece en este sentido) para devenir intrínseca, inteligible o conceptual".[15] He aquí la complementariedad de la continuidad y la discernibilidad: la primera tiende a negar la diferencia exterior entre las dos figuras, mientras que la segunda interioriza y mantiene viva la diferencia en otro orden que el de la exterioridad espacio-temporal empírica. En este sentido, dice Deleuze: "El principio de los indiscernibles establece *cortes*; pero los cortes no son lagunas o rupturas de la continuidad, ellas, al contrario, reparten el continuo de tal manera que no haya lagunas, es decir, de la «mejor» manera".[16] El corte o el límite posibilitan la continuidad. La concepción de Leibniz sería así la de una continuidad que mantiene en sí todas las diferencias, comunicándolas.

Sin embargo, Leibniz permanece en un punto de vista que privilegia la identidad conceptual sobre la diferencia, precisamente por su concepción de un reparto "mejor" de la continuidad, lo que limita, como veremos en breve, la potencia del "corte". En el tratamiento deleuziano del cálculo diferencial en Leibniz[17] hay un acercamiento al suyo propio. Falta, sin embargo, la afirmación que Deleuze hace de la indeterminación (aunque figuran ya la determinación recíproca y la completa). El cálculo se entiende allí como herramienta para el análisis infinito de un mundo donde la determinación es negación como limitación, y el fundamento último es el Bien como razón de la elección de Dios en *un* mundo donde la continuidad se comprende desde la convergencia de las series que

[14] El análisis de Deleuze sobre esta antinomia está en *Le pli. Leibniz et le barroque*, París, Les éditions de minuit, 1988, pp. 87 y ss.

[15] Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 88; cursivas nuestras.

[16] *Ibídem.*; cursivas nuestras.

[17] *Cf. Ibíd.*, p. 66 y ss.

constituyen ese mundo. En ese sentido, continuidad es *homogeneidad*, y los puntos singulares que definen la individualidad de las mónadas no implican nunca un “corte” radical en el mundo, sino cortes parciales y armónicos según su prolongación y comunicación en virtud de la composibilidad de la creación. *Dx*, en este caso, no es nada en relación con *x*, pero esta “nada”, *nihil respectivum* fruto de la comparación entre dos actuales (una cantidad natural con otra infinitamente pequeña), se inserta en una teoría de la creación como limitación de posibles en la mente divina, y un brusco salto a la existencia, la cual se limita a copiar un posible preexistente.

En tanto símbolo de la filosofía de la diferencia, *dx* implica afirmar el elemento problemático de la *indeterminación*, primer valor lógico de la Idea (lo cual implicará también una afirmación del rol de las divergencias en la producción del mundo).[18] Antes que decir que *dx* no es *nada* en relación con *x*, habría que decir que *x* se distingue de *dx*, pero *dx* ya no se distingue de *x*: fórmula que expresa la concepción deleuziana de la diferencia en sí misma.[19] En este sentido, *dx* arrastra a *x* como el “fondo común” que lo transporta a otro orden de cosas, de modo que el régimen de distinción que se da entre *x*, *y*, *z*, etc.

[18] Veremos esto con la cualitabilidad pura, donde la determinación recíproca de la relación diferencial forma una estructura virtual que comunica diferentes órdenes de variabilidad mutuamente incompatibles, así como en el elemento de la potencialidad pura, donde se contempla la emergencia de puntos singulares que rompen radicalmente el curso de los regulares. El sentido de esta divergencia es que la estructura virtual que subtiende el mundo actual implica necesariamente rupturas y discontinuidades no deducibles desde ese mundo.

[19] *Cf. Ibíd.*, p. 43.

(o entre las cantidades concretas determinadas [*quantum*] representadas por esas variables generales), ya no rige entre *dx*, *dy*, *dz*, etc., y entramos en un nuevo orden de diferencia caracterizado por la continuidad *ideal*. *Dx* es entonces el elemento del fondo indiferenciado, entendiendo la diferencia no ya como diferencia *actual* infinitamente pequeña, sino como “diferencia ideal”, o *virtual*: la diferencia en la Idea, que Deleuze llama diferentiación:[20] el modo de ser de la diferencia como primer principio, fundante del orden de las diferencias empíricas y de las generalidades conceptuales que las subsumen. Afirmar lo indeterminado como primer aspecto de la diferentiación de lo virtual es la pieza faltante en la metafísica del cálculo diferencial para evadir la alternativa de lo finito y lo infinito, y las antinomias a las que ésta conduce, así como los requisitos de la lógica de la representación y su visión estanca del mundo.

Ahora bien, ¿cómo debe pensarse este elemento para que este nuevo régimen de la diferencia pueda incidir en la génesis del mundo efectivo? Según la triple correspondencia de caracteres ideales trazados por Deleuze, a lo indeterminado corresponde un *principio de determinabilidad*. Esto implica verlo como inseparable de una relación diferencial. Es sólo en ella que *dx* puede considerarse como

[20] El término francés *différentiation* se utiliza para designar la operación matemática de cálculo de derivadas, mientras que para la acción de diferenciar o establecer una diferencia en general, se usa *différenciation*. La noción completa formada por Deleuze a partir de estos términos es la de *différen*$\frac{t}{c}$*iation*, que abarca los procesos de la diferencia en el plano virtual y en el actual. Sobre la diferenciación y la diferentiación, *cf.*, por ejemplo, *Ibíd.*, pp. 270 y ss. Nosotros hemos privilegiado, en virtud de los objetivos de la presente exposición, el primer aspecto, ideal o virtual de la diferencia. Su pasaje a la actualización se vincula en este contexto con la interpretación deleuziana de la integración, según mencionaremos más adelante.

elemento *puro* de la cuantitabilidad (en sentido trascendental), pues sólo la relación diferencial genera cantidades, y no sus elementos por sí solos. Hemos visto cómo, tanto en la concepción finitista contemporánea como en la de Bordas, la relación diferencial, y la continuidad que la fundamenta, es inseparable de un *límite*. En Bordas, esto se daba en la medida en que $\frac{0}{0}$ o $\frac{dy}{dx}$ expresaba el síntoma de un cambio de función. Dada una función, la diferenciación permitía, universal mediante, obtener una función nueva, la llamada derivada (en el caso de la ecuación de la circunferencia, ésta era $\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$). Tanto $x^2+y^2-R^2$ como $-\frac{y}{x}$ expresan dos regímenes de variación cuantitativa distintos, en tanto son funciones individuales distintas (una obtenida a partir de lo universal en la otra y, por eso, recíprocamente vinculadas). $\frac{dy}{dx}$ es el lugar del *pasaje* de una a otra, de la primitiva a la derivada, expresando ésta la regla genética de aquélla.

Deleuze relaciona esta propiedad señalada por Bordas con la concepción de Dedekind sobre la continuidad de los números reales.[21] Entendiendo que el límite se establece entre lo cambiante y lo no cambiante, Deleuze llama también "corte" a este síntoma de cambio de función dado por el pasaje de lo individual a lo universal. Según vimos, Dedekind fundaba la continuidad de los números reales considerando a cada número irracional como un corte en la cadena continua de los racionales, expresable por dos series convergentes infinitas. Así, la continuidad se define abstrayendo de la efectiva variación o pasaje de

[21] *Cf. Ibíd.*, p. 223.

quanta particulares en una serie, y se estructura a partir de cortes que la constituyen (que determinan *un modo* de variación, en tanto polos de ella), con lo que se tiene una definición estática o formal de la continuidad. En este sentido, según Deleuze, la interpretación de Bordas preanuncia la interpretación exacta "oficial" del cálculo, desde una perspectiva metafísica radicalmente distinta. Sin embargo, cabe destacar la distinción entre ambas visiones, en la medida en que *dx* expresa no un número irracional, sino una cantidad absolutamente indefinida en matemáticas (y huelga decir que el lenguaje metafísico de Bordas está lejos del técnico matemático de la escuela de Dedekind).

Lo importante es mostrar el punto de contacto para dos perspectivas tan distantes: es imposible dar una definición de continuidad sin la noción de un límite o un corte a la misma. Es sólo a partir de un límite que la continuidad se vuelve determinable, y obtiene un poder genético. Sin embargo, la concepción deleuziana de la continuidad parte de la afirmación de lo indeterminado, y debemos interpretar esta afirmación en un sentido fuerte, que incorpore aún la divergencia serial (requisito fundamental, como vimos, para superar la perspectiva leibniziana). No es el caso del corte de Dedekind ni de la lógica matemática fundada en la teoría de conjuntos, como tampoco de Bordas, para quien los distintos órdenes de infinitud del universo partían de Dios y retornaban a él.

En resumen, lo que según Deleuze interesa extraer de estas concepciones es la definición *estática* de la continuidad, independiente de la variación intuitiva: "es la noción de límite la que funda una nueva definición estática y puramente ideal de la continuidad (…): es el corte, en este sentido, el que constituye el género próximo del número, la causa ideal de la continuidad o el elemento puro de la cuantitabilidad".[22] Más allá de la incompatibilidad entre Bordas y Dedekind, puede señalarse una suerte de "acuerdo discordante" de sus concepciones en el siguiente sentido: lo determinado en un corte de la continuidad es la *variabilidad estática* o lo invariable en la continuidad ideal, que la hace depender de un límite en el cual ella encuentra su universalidad, ya sea que éste se defina como punto de convergencia de dos series infinitas (lo cual define el universal del número), ya sea que se defina como síntoma de cambio de función en la relación diferencial (lo cual define el universal de la función primitiva). En la recta que ilustra la sucesión de los números reales hay puntos de corte (irracionales) que destacan sobre la sucesión de racionales, así como en el trazado de una curva hay singularidades que definen el recorrido de los puntos ordinarios. Cada "corte" implica el paso de una serie de números racionales a otra, y los puntos de corte poseen una cualidad distinta a la de los puntos de los segmentos cortados, así como cada "límite" implica el paso de una función a otra, o un cambio de cualidad. *La continuidad no es entonces una nada indiferenciada, sino que, en virtud de los cortes que la constituyen, está cargada de diferencias.*

Dada una función o un número, dado un elemento individual, la continuidad debe ser producida a partir de

22 *Ibídem.*

él para acceder al plano ideal (debe haber una *causa* ideal de la continuidad). La continuidad no está dada, ni existe por sí, sino en tanto un límite le da consistencia y sentido. Continuidad y límite surgen a la vez bajo la figura de un *puro devenir*. La diferencia ideal permite detectar lo que no cambia *en* aquello que cambia, *lo invariable de una variación infinita*. Pero esto invariable, el límite o corte, o universal de la variación, no existe separado de la individualidad. $\frac{dy}{dx}$ implica un salto a un nuevo régimen de producción de cantidades en la medida en que expresa una nueva cualidad o función, un nuevo individuo. La cantidad y la cualidad no existen con independencia una de la otra, y el elemento de la pura cuantitabilidad nos arroja al de la pura cualitabilidad.

Segundo momento: Determinable – Principio de determinación recíproca – Elemento puro de la cualitabilidad

En virtud de la indeterminación propia de dx y dy, no podemos considerar que la relación $\frac{dy}{dx}$ encierre un comportamiento análogo al de una fracción entre cantidades particulares determinadas (*quanta* de la intuición, por ejemplo $\frac{1}{2}$ o $\frac{5}{7}$) o entre variables generales (*quantitas* del entendimiento, por ejemplo $\frac{y}{x}$). Si dx, en tanto indeterminado, esconde un principio de determinabilidad en la medida en que sólo en una relación diferencial puede producir determinaciones, $\frac{dy}{dx}$ en tanto determinable esconde un principio de determinación recíproca: "Es en una síntesis recíproca que la Idea pone y desarrolla su función efectivamente sintética. Toda la cuestión es pues: ¿bajo qué forma la relación diferencial es determinable? Lo es ante todo bajo la forma cualitativa, y a este título expresa una función que difiere en naturaleza de la función llamada primitiva".[23] *Dy* y *dx* son lo universal, pero no lo son sin permanecer vinculados a lo individual. Según vimos, la diferenciación de la fórmula algebraica del círculo $x^2+y^2-R^2=0$ (en este caso, la primitiva) nos daba $xdx+ydy=0$, expresión de la cual se obtiene la derivada $\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$. Esta última es una nueva función, y como tal, le corresponde un régimen de variabilidad cuantitativa diferente al de la anterior. Que la variabilidad descripta por la primitiva es diferente a la descripta por la derivada se ve ante todo en que ambas funciones arrojan distintos resultados para los mismos valores, y describen por eso dos curvas totalmente distintas; pero la variación de una no es, sin embargo, independiente de la de la otra: la variabilidad de la derivada expresa siempre propiedades de la variabilidad de la primitiva. Cada uno de los valores de $\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$ expresaban, para cada punto, la pendiente de la recta tangente a la curva descripta por $x^2+y^2-R^2=0$ en ese punto. Es decir que para cada valor determinado de la circunferencia $x=a$, el valor de la función derivada en a es el valor de esa tangente, lo que permitía calcular la recta tangente al círculo en cada uno de sus puntos. Si consideramos al círculo como engendrado por el movimiento continuo de un punto, la relación $-\frac{y}{x}$ nos permite calcular en todo su trayecto la dirección del vector que el punto sigue en su movimiento, por lo que esta relación puede considerarse como la regla genética

[23] *Ibíd.*, pp. 223-4.

universal de la construcción del círculo (que ya no conserva la relación puntual intuitiva –extrínseca– entre un centro y una circunferencia, sino un cierto régimen de variabilidad que subsume a ambos).

El hecho de que la relación diferencial como lo determinable sea determinada bajo la forma cualitativa en una relación recíproca significa que la relación diferencial $\frac{dy}{dx}$ sólo tiene sentido en relación con una función primitiva que deriva, estableciendo *entre* primitiva y derivada una relación de determinación recíproca. *Lo que se encuentra en relaciones de determinación recíproca no son meramente los elementos diferenciales en tanto tales, sino la cadena de funciones que la relación diferencial engendra y conecta*. Este es un punto fundamental de la argumentación deleuziana, que puede ser fácilmente pasado por alto en la medida en que se piense que lo que la determinación recíproca determina es *dx* y *dy*. Esto, sin embargo, es imposible, pues las diferenciales son lo indeterminado *como tal*. La determinación no se ejerce inmediatamente sobre lo indeterminado (lo que sí ocurre en la lógica de la identidad abstracta, donde un sujeto formal y vacío recibe predicados desde el exterior), sino que las relaciones de lo indeterminado como tal producen una red de determinaciones mutuamente interconectadas, potencialmente infinita. Así como *dx* no es nada en relación con *x*, $\frac{dy}{dx}$ no es nada sino en la medida en que expresa una función derivada de una primitiva determinada. En ese caso, $\frac{dy}{dx}$ expresa el cambio de función de primitiva a derivada, o el *pasaje* de una cualidad a otra, o el establecimiento de un nuevo régimen u orden o grado de variación cuantitativa. Entenderemos aquí como sinónimos todos estos términos: función, cualidad, y orden, régimen o grado de variación. Designaremos con ellos *un determinado modo de variar*, lo que ya era expresado por el concepto de *función*: una relación entre magnitudes variables. Mediante la variabilidad efectiva de las mismas se determina una variación. Y esta capacidad de determinar grados de variación no se agota en un único pasaje: la relación diferencial, según vimos, no agota su potencia en el pasaje de la primitiva a la derivada, sino que puede continuar derivando sucesivas derivadas, en algunos casos al infinito.

Si antes poníamos el énfasis en la capacidad de la relación diferencial en mostrar lo invariable de una variación (representando así el elemento puro de cuantitabilidad), ahora interesa señalar que ese invariable se expresa a su vez en un nuevo régimen de variación, pasible de alcanzar su invariable por medio de una nueva diferenciación o derivación. Se establece así una serie de regímenes u órdenes de variación (las diferentes funciones derivadas con sus infinitos valores particulares), cada orden expresando una relación de variación diferente, que corresponde al proceso genético del precedente. En ese sentido, $\frac{dy}{dx}$ expresa la cualitabilidad "pura", o el elemento trascendental de la cualidad (así como *dx* expresaba la cuantitabilidad pura). Cada una de las diferentes funciones derivadas, primera, segunda, tercera, etc. ($\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, etc.) expresan una cualidad diferente, todas mutuamente vinculadas. $\frac{dy}{dx}$ como universal permanece siempre vinculada a lo individual. Su universalidad consiste en la capacidad de expresar mediante una nueva

cualidad la génesis de una cualidad dada, en operar el pasaje de una a la otra, y en conectar entre sí todos estos órdenes cualitativos. Si a cada uno de estos órdenes, en tanto funciones, corresponde una determinada relación de variabilidad cuantitativa según los sucesivos valores atribuidos a x –más allá de la cual la función cambia de naturaleza–, la relación diferencial como elemento puro de la cualitabilidad supera esta variabilidad en virtud de lo que Deleuze llama "variedad", o –concepto fundamental de la ontología deleuziana– "multiplicidad".

> Es en este sentido que la Idea tiene por objeto la relación diferencial: ella integra entonces la variación, no ya como determinación variable de una relación supuestamente constante («variabilidad»), sino al contrario, como grado de variación de la relación misma («variedad»), a la que corresponde por ejemplo la serie cualificada de las curvas. Si la Idea elimina la variabilidad, es en beneficio de lo que debe llamarse variedad o multiplicidad. La Idea como universal concreto se opone al concepto del entendimiento (…). La dependencia recíproca de los grados de la relación, y en el límite la dependencia recíproca de las relaciones entre ellas: he aquí lo que define la síntesis universal de la Idea (Idea de la Idea, etc.)[24]

---

[24] *Ibíd.*, p. 224. El uso del término "variedad" es sin duda fruto de la influencia del matemático alemán Bernhard Riemann. Deleuze tiene ya presente a este matemático desde *El bergsonismo* (*Le bergsonisme*, París, PUF, 1966, p. 32), donde cita su célebre tratado "Sobre las hipótesis que sirven de base a la geometría" (Riemann, B., *Oeuvres mathématiques*, París, Gauthiers Villars, 1898). La acotación de partida de nuestro trabajo nos impide entrar en el extenso y complejo detalle que esta referencia exige. Digamos simplemente que el término "variedad" designa para este matemático un concepto fundamental de la geometría diferencial que él construye (basándose en el trabajo de Gauss), y que remite a una multiplicidad n-dimensional, desde la cual pueden pensarse una infinitud de espacios euclídeos locales coexistentes, en principio inconmensurables entre sí, pero pasibles de entrar en mutua interacción en una estructura global que no se describe como el conjunto de sus partes. La presencia de Riemann en la obra de Deleuze se extiende

La capacidad de la relación diferencial de producir una nueva función a partir de una dada es vista como la capacidad de la Idea de dar origen a una Idea de la Idea. La síntesis universal de la Idea se da en la síntesis recíproca de todos los órdenes de variabilidad mutuamente dependientes entre sí en virtud de la relación diferencial que los engendra y enlaza. La variabilidad se relaciona con la función así como también con los conceptos del entendimiento (como identidad abstracta que abarca una serie de variaciones empíricas posibles). Éstos eran vistos como las magnitudes variables x, y, etc.: *quantitas* como magnitudes vacías a la espera de un *quantum*, cantidad determinada que las "llene". La Idea supera la abstracción del concepto del entendimiento, pues es a la vez el elemento genético de los diferentes conceptos en tanto diferentes órdenes de variabilidad (y en este sentido, es una variedad) y la síntesis que relaciona y articula en dependencia recíproca la totalidad de estos órdenes en un complejo estático de coexistencia. Estático, pues la relación diferencial no precisa realizar el pasaje efectivo de valores de la función en la intuición para operar sobre ella y extraer su elemento genético (cosa que sólo ocurría en la mala comprensión de la continuidad, donde los valores desfilaban sucesiva e inagotablemente por la variable); coexistente, pues los diferentes grados de variabilidad (la serie cualificada de las funciones) están implicados en la operación de diferenciación que posee la

también hacia *Mil mesetas* (*Mille plateaux*, *op. cit.*, pp. 602 y ss.), donde sus nociones se aplican a la distinción entre espacio liso y estriado. Para un pantallazo a esta cuestión, *cf.* Plotnitsky, Arkady, "Manifolds: on the concept of space in Riemann and Deleuze", en Duffy, S. (ed.), *Virtual mathematics. The logic of difference*, *op. cit.*, pp. 187-208.

capacidad de recorrerlos y engendrarlos a todos de una vez. Antes que "implicación", el término técnico que Deleuze utiliza para referirse a este estado de coexistencia en la Idea es el de "perplicación".[25] (Asimismo, siguiendo la conocida sentencia deleuziana según la cual debemos decir de lo problemático que "insiste" en lugar de que "existe", deberíamos hablar aquí de una "co-insistencia" en lugar de "coexistencia".)

La *Transzendentalphilosophie* de Salomon Maimon juega un rol fundamental en este punto del desarrollo de la *Differenzphilosophie* de Deleuze, en la medida en que aquél permite pensar las diferenciales como principio trascendental en sentido fuerte (saliendo del ámbito estrictamente matemático al de la producción de la experiencia). Como señala Juliette Simont, Maimon permite a Deleuze conectar su concepción de la continuidad elaborada desde Leibniz con la filosofía kantiana.

> Lo que Maimon retiene de Leibniz es principalmente la idea de diferencial como implicación indisoluble entre los indiscernibles y la continuidad, como dispositivo de corte que no significa laguna o interrupción (...). Lo que retiene de Kant son las tipologías que constituyen las «condiciones de posibilidad» de nuestra aprehensión del mundo: lo «dado», la espacio-temporalidad, las categorías.[26]

La filosofía trascendental de Kant adolecía, desde el punto de vista de Maimon-Deleuze, de permanecer en el punto de vista del condicionamiento sin alcanzar el ge-

[25] *Cf.* Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 242.

[26] Simont, Juliette, *Essai sur la quantité, la qualité, la relation chez Kant, Hegel, Deleuze*, París, L'Harmattan, 1997, pp. 243-4; traducción nuestra.

nético. Esto significa que la indagación sobre el surgimiento de la experiencia está condicionada por una “imagen” de la misma, una cierta preconcepción a-crítica de lo que quiere decir pensar, o percibir. Se permanece en el punto de vista del condicionamiento en la medida en que el modo en que se produce la experiencia implica momentos separados entre sí, sin determinar una relación intrínseca y necesaria entre ellos. La exterioridad entre concepto e intuición, o entre determinación y determinable, es conectada en el sistema kantiano a través de la teoría del esquematismo. La imaginación trascendental media entre un entendimiento y una intuición absolutamente heterogéneos, como un suplemento externo a ambas que intenta homogeneizar los objetos de esas dos facultades radicalmente separadas e incomunicadas. Así, el concepto se determina ulteriormente a través de una intuición *a priori* que se le asigna, y a la vez ese procedimiento permite determinar objetos de la experiencia posible (cuando una magnitud intensiva dada –también externa– “llene” el esquema correspondiente). Distinto era el acercamiento de Maimon, donde la teoría de los diferenciales de la conciencia o Ideas del entendimiento permitía reducir esos momentos separados a la unidad de un mismo proceso de producción.

> La síntesis recíproca de los elementos diferenciales, como fuente de la producción de los objetos reales, tal es la materia de la Idea en el elemento pensado de la cualitabilidad en el que está inmersa. De ella deriva una triple génesis: la de las cualidades producidas como las diferencias de los objetos reales del conocimiento; la del espacio y el tiempo, como condiciones del conocimiento de las diferencias; la de los conceptos como condiciones para la diferencia o la distinción de los conocimientos mismos. El juicio físico tiende así a asegurar su primado sobre el juicio matemático, y la génesis de lo extenso no es separable de la génesis de los objetos que lo pueblan.[27]

Todos los momentos de esta triple génesis están atravesados por la diferencia: diferencias cualitativas, diferencias espacio-temporales, diferencias conceptuales (en definitiva, la diversidad de los componentes de la experiencia). Todas ellas surgen de las diferencias entre diferencias ideales o diferenciales puestas en relación. Las relaciones diferenciales comunican y presiden el desarrollo de esos diferentes órdenes de diferenciación empírica. Retomando nuestro ejemplo: si esta hoja de papel blanco es individualizada para una conciencia en una experiencia espacio-temporal concreta, existe una serie de diferencias empíricas fundadas en una estructura de diferencias virtuales cuya interconexión constituye su condición trascendental de posibilidad. Hay una diferenciación de este blancor suyo que lo diferencia de los colores circundantes, así como de su textura celulósica que se destaca de la de la mesa; hay también una diferenciación espacial respecto a las diferentes hojas de papel contiguas, y también respecto a los demás objetos extensos del entorno, así como hay también una diferenciación temporal respecto a los sucesivos estados diferentes del mismo (que se entrelaza con las otras diferenciaciones: su color y textura no serán los mismos hoy que dentro de 50 años); hay, finalmente, una diferenciación conceptual del papel relativa a sus propie-

27 Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 225.

dades generales que explican sus variaciones particulares posibles (sus relaciones de causalidad o acción recíproca con el entorno, como su tornarse amarillenta con el paso del tiempo, su incendiarse si se le da fuego, caerse si se le sustrae el apoyo, etc.). Cada una de estas determinaciones implica determinados grados de variabilidad empírica posible más allá de las cuales el papel cambia de estado, de posición, de naturaleza, de propiedades, etc. La totalidad de determinaciones –reales y posibles– que podrían enumerarse siguiendo este razonamiento son infinitas. Si renunciamos a la creencia de una infinitud actual "dada" que contiene estas determinaciones independientemente de su percepción o efectivización, ¿de dónde viene la idea de esta infinitud? ¿Cómo se genera esa cadena de determinaciones continuable potencialmente al infinito? A partir de una "materia papelosa" continua e indeterminada, materia indiferenciada que subsume en sus límites toda porción de papel aislable en la experiencia, se establecen una serie de relaciones con otros elementos análogos de otros órdenes (elementos biológicos de los vegetales que sirven de materia prima, elementos físicos y químicos que entran en la composición atómica, molecular y celular, elementos técnicos insertos en procesos sociales de producción y consumo…).[28] Estas relaciones –con los procesos internos y sub-relaciones que cada término encierra– constituyen una red de interdependencia o determinación recíproca entre los diferentes grados de variabilidad que cada elemento implica, en virtud de la

[28] Mencionaremos en nuestra conclusión cómo la dialéctica diferencial deleuziana pretende enlazar diferentes Ideas correspondientes a órdenes diversos de la realidad.

cual cada uno de estos elementos concurre para determinar esta hoja de papel concreta.[29]

Nos falta aún un recorrido por el elemento de la pura potencialidad para extraer las determinaciones que completen la estructura virtual de la experiencia, pero hasta aquí podemos destacar que la diferencia como principio trascendental, como primer principio del sistema filosófico deleuziano, comprende la variedad de estas variaciones, subtiende los diferentes órdenes de variabilidad empírica-conceptual del trozo de papel, comunicando y relacionando sus diferentes órdenes de variación y las relaciones recíprocas entre ellos. Estos diferentes órdenes abarcan incluso secuencias contradictorias o divergentes respecto al mismo objeto, capaces de inaugurar distintas secuencias empíricas mutua o simultáneamente excluyentes. Que sólo una cantidad limitada y coherente de ellas sea efectuada en la experiencia actual no quita que el costado virtual de la hoja abarque y sostenga esas secuencias divergentes. En este complejo de coexistencia de los diferentes órdenes de variación implicados en la hoja de papel consiste la diferencial de ella, su "mitad virtual".[30]

[29] Cabe aclarar que, ante este tipo de ejemplos, debemos cuidarnos de considerar que la descripción de la estructura virtual de la Idea que aquí ofrecemos agote por completo el recorrido desde lo diferencial hasta su completa actualización o individualización en una experiencia. Por el contrario, el proceso de actualización, por el cual la Idea se encarna en un estado de cosas concreto, implica todo un costado de la filosofía trascendental deleuziana que excede las pretensiones de este trabajo. Dicho proceso, del cual no damos aquí más que un simple "vistazo" en la última sección de este capítulo, se prolonga desde la lectura deleuziana del cálculo a conceptos extraídos de otras ramas de las matemáticas (p. ej., la ya mencionada geometría de Riemann, y la teoría de grupos de Galois) y aún de otras ciencias (biología, lingüística, física, etc.), para desarrollar tanto la determinación progresiva de la Idea como su realización en la existencia actual mediante la noción de intensidad.

[30] Deleuze, *op. cit.*, pp. 270-1: "Todo objeto es doble, sin que sus dos mitades se asemejen, una es la imagen virtual, la otra la imagen actual."

¿Debemos pensar que el papel existe por esto en otro orden de cosas, en un mundo de las Ideas que contiene todos los diferenciales, entre ellos *la* diferencial particular de esta hoja de papel como la hoja *en sí*, o como el modelo que aguarda que tengamos conciencia de él para surgir al mundo? Esta reduplicación de la experiencia en otro plano es lo que podría concluir una interpretación de Maimon que pusiera el acento en el entendimiento infinito como plano de coexistencia de toda la realidad, ya hecha, como mero reservorio de elementos posibles esperando pasar a la existencia para darse a una conciencia determinada. Esto no es posible, sin embargo, en la interpretación deleuziana de Maimon (y mucho menos en la propia filosofía de Deleuze). La hoja virtual no puede concebirse ni intuirse según el mismo marco de referencias en que se emplaza la hoja actual, pues aquélla es una pura variedad, multiplicidad de niveles de variación que sólo puede establecer relaciones virtuales o ideales (con otros órdenes o regímenes de variación). Por eso al comienzo del desarrollo del primer momento de la síntesis ideal –lo indeterminado– se nos exigía eliminar toda consideración empírica para pensar una continuidad *ideal*. El modo en que las Ideas se relacionan y se diferencian no se asemeja al modo en que se relacionan y diferencian sus productos, por más que éstos sean inmanentes a aquéllas. Hemos visto que todo dx es = 0 en la intuición de su existencia efectiva, y que el papel –como toda cosa– no es concebible por fuera de sus relaciones. El paso de la intuición = 0 a la percepción implica la relación $\frac{dy}{dx}$ pues sólo en ella la intuición es ≠ 0. La experiencia se construye a partir de una multiplicidad de relaciones diferenciales que comunican las relaciones efectivas de los objetos producidos como fruto de aquéllas. La triple génesis desarrollada por Deleuze en este punto se complementará con la génesis de la conciencia, la una inseparable de las otras,[31] pero no llegamos a la conciencia de la hoja de papel sin el sistema de las indefinidas relaciones variables que fundan la diferenciación de su individualidad en una experiencia. En este sentido, la Idea es universal concreto, y la función de la Idea como universal no es subsumir lo dado, sino ante todo producir, comunicar y conectar, no objetos, sino los órdenes de diferencias y variaciones que definen un objeto –cualquier objeto.

Deleuze ejemplifica esto mediante una cita de Maimon donde éste indica que la diferencia entre dos cualidades empíricas (el color rojo y el verde) no se da en virtud de éstas en sí mismas sino de la diferencia entre sus diferenciales. Toda relación entre objetos está subtendida por una relación diferencial, pero Maimon no enfatiza una condición fundamental que Deleuze repetirá a lo largo de su obra: la no semejanza entre lo fundado y lo fundante. La regla de producción de un objeto o su proceso virtual de diferentiación implica una dependencia recíproca de todos sus momentos y niveles, y la triple génesis propia de todo objeto es inseparable de un pulular de procesos genéticos que vuelven inagotable el campo de la experiencia, a la vez que conectan a todos sus términos efectivos

31 Por eso, cuando Deleuze describa el proceso de actualización de la Idea virtual, insistirá en el hecho de que la génesis del objeto es inseparable de la génesis de la conciencia: “La actualización se hace siguiendo tres series: en el espacio, en el tiempo, pero también en una conciencia” (*Ibíd.*, p. 284). Como dijimos, el estudio del proceso de actualización de lo virtual excede los límites de este trabajo.

a través de una continuidad ideal que asegura la radical inmanencia de un mundo indefinidamente diferentiado. El primado del juicio físico sobre el juicio matemático, al que refería Deleuze en el fragmento citado más arriba, expresa que esta triple génesis se da sin que ninguna de sus síntesis constitutivas pueda subsistir unilateralmente. No es necesario construir en la imaginación la figura del círculo a partir de su concepto discursivo del entendimiento para determinar como circular el plato que me es dado en la sensación:[32] el plato, en su redondez y junto con todas sus propiedades y relaciones, emerge de las síntesis de las relaciones diferenciales que lo subtienden, entre las que se da la síntesis "círculo", entendida como regla de producción. Recurrir al ejemplo del juicio matemático es sin embargo de ayuda para ilustrar el proceso, pues reduce la diversidad de factores en juego.

Veamos esto último regresando a un ejemplo ya tratado: *el concepto de línea recta*. Decimos: "la línea recta es el camino más corto entre dos puntos", y tenemos allí un sujeto ("la línea recta", que puede ser considerada como imagen en la intuición o como concepto del entendimiento: "línea que yace igual a sí misma en todas sus partes"), y un predicado ("el camino más corto", como regla de producción). El esquema que produce el concepto lo articula en la imaginación mediante esa regla de producción dando su imagen en la intuición. Pero privilegiando exclusivamente el predicado, sin atribuir a "línea recta" otro sentido que el de su regla de producción (sin considerar en ella ninguna determinación previa ni del entendimiento ni de la intuición, y considerándola como un mero determinable), tendremos, en virtud de esta regla, una sucesión de pasos para producir el objeto, una especie de receta; algo así como: poner dos puntos separados; engendrar entre ellos distintas relaciones de conexión (producir entre estos dos puntos un espacio, o una relación espacial, por ejemplo mediante el movimiento de uno hacia el otro); seleccionar de entre estas relaciones aquella que se singularice cualitativamente por conectar ambos puntos según la menor diferencia cuantitativa en la magnitud del espacio engendrado entre ambos. Ese espacio será la imagen de la línea recta, generada a partir de su regla, como esquema ideal productor de la línea, que una vez producida, y en abstracción de su regla, podrá considerarse como imagen de la intuición o concepto del entendimiento (abstrayendo de su proceso genético ya para atender meramente a la imagen o a la regla). Para una comunicación entre dos puntos hay infinitas variaciones cuantitativas posibles (infinitas líneas), pero sólo una posee la cualidad de ser la más corta, la de menor magnitud. Partiendo de una *cantidad indeterminada en variación continua* entre dos límites previos (dos puntos), un *nuevo límite* emerge en esa variación continua: la *singularidad cualitativa* de la línea recta. "El camino más corto entre dos puntos" expresa entonces el universal de la línea, o su Idea, la virtualidad productora de ese objeto.

La recta es sin embargo un caso particularmente sencillo que funciona a modo de ejemplo en tanto podemos concebir su génesis y repetirla indefinidamente para nosotros mismos. Los objetos actuales de la expe-

[32] *Cf.* Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, *op. cit.*, p. 237 [A137-A176].

riencia –como la hoja de papel– implican una variedad de relaciones tan vasta que su regla de producción escapa a nuestra capacidad de producirlos según nuestro arbitrio. El caso de la recta como camino más corto es entonces sólo en parte representativo del modo en que los objetos se producen en la experiencia. Cuando establecemos una definición matemática exacta del tipo "camino más corto", establecemos una semejanza no ya en el objeto sino en el modo de producción del objeto que fija y anula la variación, y que es pasible de repetirse mecánicamente para todo aquél que entienda la enunciación de la regla, lo que implica haber alcanzado un nivel de intuición del espacio que permita trazar en su abstracción los dos puntos y los segmentos variables que los conectan (ese espacio intuitivo o imaginario en que ponemos los dos puntos es, a su vez, fruto de otro proceso genético). El hecho de que el juicio físico prime sobre el matemático implica la primacía de un tipo de construcción infinitamente más rica y compleja que el de los objetos matemáticos, pues involucra una mayor cantidad de variables y grados de variación. La producción de la experiencia real no implica un pasaje de lo simple a lo complejo, sino a la inversa.

En su exposición sobre el concepto de la línea recta según Maimon, Deleuze refiere a Jules Houël, matemático crítico de la noción de "camino más corto" para definir la recta dado su origen intuitivo o sensorial, que derivaría de la situación de un observador que vislumbra un punto en el espacio y quiere dirigirse hacia él, atribuyendo a su posición espacial la propiedad de ser un punto análogo. Defensor de la definición euclidiana de recta como línea

que yace igual respecto a todos sus puntos, o indefinidamente superponible a sí misma, Houël denuncia el origen empírico de la regla del camino más corto: "nos parece que la adopción del camino rectilíneo tiene un origen primitivamente instintivo e irreflexivo, y que su propiedad de *mínimum* (…), nos ha sido revelado por la experiencia".[33] Sin embargo, la definición euclidiana, defendida por Houël, implica –como bien indicaba Maimon–[34] la idea de "dirección", y ésta, la de "línea recta", con lo cual la lógica de su definición la volvería circular. Más allá de eso, lo que para Houël es crítica, para Deleuze es irrelevante: lo importante no es el "origen" empírico o *a priori* de la regla, sino el hecho de que ella es capaz de superar la dualidad kantiana concepto-intuición en una regla que interioriza esa dualidad en un proceso dinámico de construcción. Aquello que hace posible este proceso dinámico es una continuidad estructural-estática de *co-insistencia* de todas las variaciones del camino entre dos puntos, y el medio para distinguir de entre ellos la singularidad del más corto.[35]

No se trata entonces tanto de afirmar la primacía fenomenológica del espacio vivido concreto contra el espacio geométrico abstracto, sino de mostrar, para ambos casos, la primacía del proceso de producción que determina un espacio por medio de su génesis en virtud de una regla de producción que es inseparable del engendramiento de otros órdenes de propiedades coexistentes

33 Houël, Jules, *Essai critique sur les príncipes fondamentaux de la géometrie élémentaire*, París, Gauthier-Villars, 1867, p. 64.

34 *Cf. supra*, p. 132.

35 Analizamos en el próximo apartado el procedimiento por el cual se extraen singularidades de esta estructura virtual.

en la estructura virtual. La determinación cualitativa "la más corta", que implica la menor magnitud en la variación cuantitativa de las conexiones entre dos puntos, impulsa lo determinable (línea) a su determinación (recta). Esta definición, sin embargo, todavía parece suponer que debemos trazar efectivamente las infinitas líneas posibles entre los dos puntos y compararlas recíprocamente hasta seleccionar la menor de ellas en magnitud. Sería necesario para ello un entendimiento infinito, y desde el punto de vista estrictamente maimoniano, como hemos visto, nada nos impide caer en esta concepción. Esta es, en el fondo, la interpretación de Gueroult:

> Estos textos del todo wolfianos o espinozistas de inspiración establecen la ligazón entre la relación recíproca y la determinabilidad, la producción de objetos reales del pensamiento por medio de la relación, la extensión del principio de determinabilidad al dominio de la determinación empírica. La determinación recíproca crea *en el entendimiento infinito* la singularidad de las cosas.[36]

¿Cómo impedir que la singularidad de los objetos, elemento absolutamente necesario para la producción de la experiencia efectiva, no dependa de una instancia infinita actual que, en definitiva, nos haría volver a caer en el mundo de la representación? Afirmar la preeminencia de las relaciones en la génesis de la determinación parece nuevamente acercarnos a ese esquema. En nuestro primer momento, el infinito en acto nos asediaba desde el aspecto cuantitativo, representando el pasaje ilimitado

[36] Gueroult, M., *op. cit.*, p. 77; cursivas nuestras.

de valores en una variable; ahora lo hace desde el aspecto cualitativo, como estructura virtual que implica infinitas cualidades posibles interrelacionadas. Si nos parece que Deleuze escapa a la doctrina de un infinito actual que trasciende y funda nuestras operaciones finitas de conciencia es porque da elementos para sortear esta dificultad. Es necesario que el pasaje de la determinabilidad a la determinación completa, pasando por la determinación recíproca, no quede atrapado en la oposición simple finito-infinito. Esto nos envía al tercer momento de la Idea.

Tercer momento: Determinación – Principio de determinación completa – Elemento puro de la potencialidad

> La relación diferencial presenta finalmente un tercer elemento, el de la potencialidad pura. La potencia es la forma de la determinación recíproca según la cual magnitudes variables son tomadas como funciones unas de las otras; también el cálculo considera sólo magnitudes de las que al menos una se encuentra a una potencia superior a otra. Sin duda, el primer acto del cálculo consiste en una «despotencialización» de la ecuación (por ejemplo, en lugar de $2ax-x^2=y^2$ se tiene $\frac{dy}{dx}=\frac{a-x}{y}$). Pero el análogo se encontraba ya en las dos figuras precedentes, donde la desaparición del *quantum* y de la *quantitas* era condición para la aparición del elemento de la cuantitabilidad, y la descualificación, condición para el elemento de la cualitabilidad. Esta vez la despotencialización condiciona la potencialidad pura.[37]

[37] Deleuze, G., *op. cit.*, p. 226.

Según esto, la determinación recíproca comprende la potencia, entendida como una cierta relación entre magnitudes variables. En el cálculo de derivadas, la potencia es un elemento fundamental, pues el aumento en la potencia de *dx* implicaba una reducción proporcional de la potencia de la función derivada a partir de ella. Lo vimos en la fórmula del círculo, donde una ecuación de grado 2 ($x^2+y^2-R^2=0$) tenía por derivada una ecuación de grado 1 ($\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}$), cosa que ocurre también en el ejemplo ahora elegido por Deleuze ($2ax-x^2=y^2$, cuya derivada es $\frac{dy}{dx}=\frac{a-x}{y}$). Esta propiedad de la relación diferencial se manifiesta en toda su amplitud en su capacidad de expresar una función en términos de un polinomio o de una serie. Era el caso de la serie de Taylor, analizada por Lagrange y Wronski. La definimos como una serie infinita de la forma $F(x+i)=F(x)+\frac{dy}{dx}\frac{i}{1!}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{i^2}{2!}+\frac{d^3y}{dx^3}\frac{i^3}{3!}+\ldots+\frac{d^ny}{dx^n}\frac{i^n}{n!}+\ldots$, donde *i* es un incremento indeterminado, que representa la diferencia entre un valor asignado a *x* y otro valor cualquiera en torno al cual se calcula la serie; $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, etc., son las sucesivas derivadas de la función $F(x)$ ($F'(x)$, $F''(x)$, $F'''(x)$, etc.). Así, cada término de la sumatoria es la derivada del término anterior, e implica un aumento de grado de la relación diferencial (dx, dx^2, dx^3, …, dx^n, …) y una correlativa disminución de grado de la función derivada correspondiente (según vimos, era el paso de $y=x^n$ a $\frac{dy}{dx}=nx^{n-1}$; pero la derivación puede continuar indefinidamente según ese esquema; por ejemplo en $\frac{d^2y}{dx^2}=n(n-1)x^{n-2}$, etc.). Si la función es un polinomio, la potencia de la misma se agota proporcionalmente al crecimiento de la potencia de las diferenciales, hasta llegar a la potencia cero. La potencialización de la relación

diferencial despotencializa la derivada correspondiente a esa relación, pero es en virtud de esa despotencialización que la diferenciación produce una nueva derivada.[38] Para otros tipos de funciones, como las trigonométricas, las exponenciales, las logarítmicas, etc., puede continuarse su derivación indefinidamente.

En el desarrollo del elemento puro de la cualitabilidad se anunciaba ya la potencialidad de la Idea: “la potencia de la Idea de dar lugar a una Idea de la Idea”;[39] pero en este punto se ponía el énfasis en el surgimiento de una nueva cualidad o un nuevo orden de variación cuantitativa que la relación diferencial hacía posible. Lo que interesa ahora es esa propiedad de despotencializar la ecuación primitiva correspondiente a una relación diferencial, que es correlativa a su capacidad de engendrar una *serie* infinita compuesta por sucesivas funciones derivadas como coeficientes de una magnitud *i*, elevada a potencias crecientes. La potencialidad como elemento puro tiene que ver con esta capacidad productiva –y auto-reproductiva– de la Idea, que se manifiesta

38 Al parecer, Deleuze toma esta idea de Hegel, quien analizando la relación $\frac{y^2}{x}=p$, dice: “Pero allí está contenido sólo esto, que *x* no tiene una relación con y sino con el cuadrado de y. La relación de una magnitud con una potencia no es un *cuanto*, sino esencialmente una relación *cualitativa*; la *relación de potencia* es la *circunstancia* que tiene que considerarse como *determinación fundamental*.” (Hegel, G. W. F., *Ciencia de la lógica*, *op. cit.*, p. 319.) La referencia aquí no es sino implícita, pero es explicitada en *¿Qué es la filosofía?*, donde Deleuze y Guattari, luego de mencionar esta idea hegeliana, aluden al elemento de la potencialidad: “Es así que una relación puede determinarse como relación diferencial $\frac{dy}{dx}$, bajo la cual el valor de las variables no tiene otra determinación que la de desvanecerse o nacer, por más que se las desgaje de las velocidades infinitas. De una relación tal depende un estado de cosas o una función «derivada»: se hace una operación de despotencialización que permite comparar potencias distintas, a partir de las cuales podrá desarrollarse incluso una cosa o un cuerpo (integración)”. (Deleuze, G., y Guattari, F., *Qu’est-ce que la philosophie?*, *op. cit.*, pp. 115-6).

39 Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 224.

matemáticamente en la serie de Taylor. Retomando el pasaje anterior:

> Esta vez la despotencialización condiciona la potencialidad pura, siguiendo la presentación de Lagrange, permitiendo el desarrollo [*développement*] de una función de una variable en una serie constituida por las potencias de *i* (cantidad indeterminada) y de los coeficientes de esas potencias (nuevas funciones de *x*). El elemento puro de la potencialidad aparece en el primer coeficiente o la primera derivada, resultando las otras derivadas y por consiguiente todos los términos de la serie de la repetición de las mismas operaciones; pero precisamente todo el problema es determinar ese primer coeficiente, él mismo independiente de *i*. Es aquí que interviene la objeción de Wronski.[40]

Cada derivada es una función y por lo tanto expresa una cualidad que admite ciertas variaciones cuantitativas. La serie de Taylor pone de manifiesto la dependencia recíproca de cada término de la serie, cada uno obtenido a partir del precedente. Hemos visto cómo Lagrange pretendía deshacerse de la relación diferencial mediante este algoritmo, y cómo Wronski veía en él la manifestación de la potencia trascendental de las diferenciales.[41] Éstas implicaban para él el paso de la continuidad a la discontinuidad, o de las leyes subjetivas, regulativas y formales de la razón, a las leyes objetivas del entendimiento. La diferencial como "diferencia ideal" (no efectiva) era el elemento genético de las cantidades (y, según vimos ahora, también de las cualidades). Sin ella,

[40] *Ibíd.*, pp. 226-7.

[41] *Cf. supra*, pp. 80 y ss. y pp. 145 y ss.

es imposible el pasaje de lo continuo a lo discontinuo (o de lo indeterminado a lo determinado). El hecho de que este pasaje se opere, gracias a la pura potencialidad, bajo la forma de una *serie* es de una enorme importancia. El concepto de serie tiene una fuerte presencia no sólo en *Diferencia y repetición*, sino en el conjunto de la obra deleuziana.[42] Para atender a la importancia del aspecto serial, debemos despejar la pregunta que nos asediaba al terminar nuestra sección anterior.

En efecto, dejamos la cualitabilidad planteándonos la pregunta acerca de cómo lo determinado podía surgir de lo determinable sin caer en la infinitud actual a la que parecía condenarnos la determinación recíproca. Apelamos ahora para salir de ese problema al algoritmo de Taylor consistente en una suma discontinua infinita, con lo cual la dificultad no parece haberse superado en lo más mínimo. Sin embargo, debemos recordar el carácter virtual de la diferencia en la Idea. La diferentiación implica una potencia productiva indefinida que no se agota en ninguna configuración actual. Recordemos a este respecto la posición de Wronski:

> [L]a idea del infinito es un producto de la Razón, que en sí misma se encuentra fuera de las condiciones del tiempo, y es en consecuencia inaplicable en el uso constitutivo (...). Pero, empleada al menos de manera regulativa, sometiéndola, bajo influencia del Juicio, a

[42] Nos hemos detenido en otra parte con mayor detalle sobre esta importancia "de conjunto" del concepto de serie: *cf.* Santaya, Gonzalo, "Serie, singularidad, diferencial: la matemática como fuente de Deleuze", en Ferreyra, Julián (comp.), *Intensidades Deleuzianas. Deleuze y las fuentes de su filosofía III*, Buenos Aires, La Cebra, 2016, pp. 85-103.

> las condiciones del tiempo que le son extrañas, este producto de la Razón, la idea del infinito, transformada así en idea de lo INDEFINIDO, sirve para ligar las concepciones que tenemos de la cantidad (...), no sirve sino de ley regulativa o de regla a la función misma del saber concerniente a la generación del conocimiento de la cantidad.[43]

Wronski veía en la diferencial como magnitud infinitamente pequeña la manifestación del infinito como idea de la razón, que engendraba la idea de lo indefinido mediante la facultad de juzgar, y a través de ésta, se aplicaba en el algoritmo universal de la matemática produciendo los términos discontinuos de una sumatoria. Los términos de esta suma no son infinitos en el concepto sino indefinidos por la idea, y no pueden devenir infinitos en acto para el entendimiento que opera la suma. Lo indefinido tiene así un sentido *puramente potencial*, a la vez regulativo y genético, relativo a la capacidad de engendrar términos de la sumatoria sin un término definitivo. La pura potencialidad, según decía Deleuze en el último pasaje citado, aparece en la primera potencia de la serie (primera derivada). Las potencias restantes resultan de la *repetición* mecánica de ciertos procedimientos matemáticos. En ese sentido, la relación diferencial aplicada a una función funda un orden de repetición que permite explicar o desarrollar progresivamente esta función. Al agregar sucesivamente términos (derivadas) al desarrollo de Taylor, y calcular sucesivamente de acuerdo a ellos, lo que se obtiene es una aproximación progresiva a los resultados de la función de partida (primitiva). La diferentiación de la Idea como estructura virtual guarda una potencia de producción indefinida que no se identifica con la infinitud actual, pero que introduce *en* lo actual una indefinición propia de este plano ontológico (el hecho de que la actualización nunca agote la Idea, o la posibilidad de repetir hasta la *enésima potencia*).

La misma serie de Taylor brinda entonces la posibilidad de salir del escollo del infinito en acto, cuando la pensamos desde el elemento puro de potencialidad y su correspondiente valor lógico de lo determinado, desprendiendo de ello el principio de determinación completa que le es inherente. Esto se da gracias a la vinculación de las nociones de potencialidad y serie de potencias con la de *singularidad*.

> Al elemento de la potencialidad corresponde un principio de determinación completa. No hay que confundir la determinación completa con la determinación recíproca. Ésta concernía a las relaciones diferenciales y sus grados, sus variedades en la Idea, correspondientes a formas diversas. Aquélla concierne a los *valores* de una relación, es decir, a la composición de una forma o la repartición de los puntos singulares que la caracterizan, por ejemplo cuando la relación deviene nula o infinita, o $\frac{0}{0}$. Se trata de una determinación completa de las partes del objeto.[44]

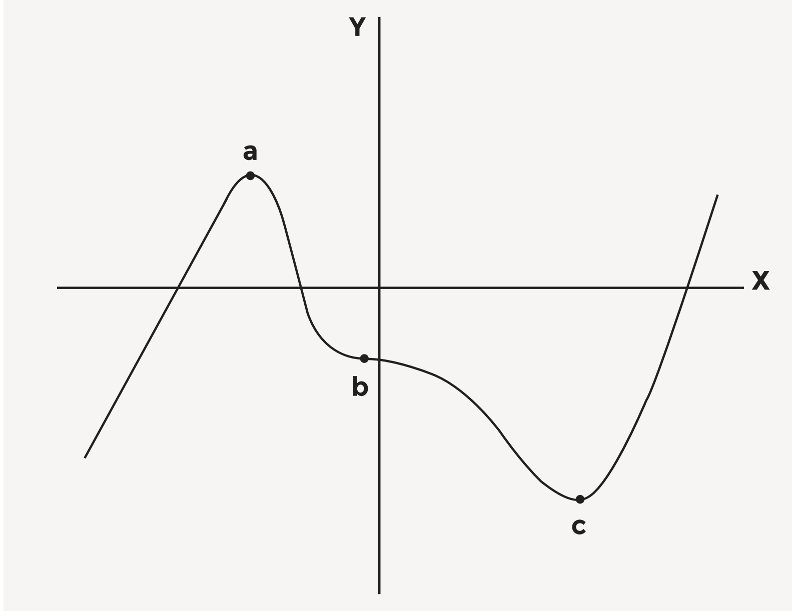
43 Hoene Wronski, J. M., *Philosophie de l'infini*, *op. cit.*, pp. 34-5; mayúsculas del original. La concepción de Wronski, si bien muy fecunda filosóficamente en tanto supera el mecanismo extrínseco de la intuición y el entendimiento dando un lugar genético a la infinitud en la esfera inmanente de nuestros conocimientos, permanece, como dijimos (p. 151-2), en el elemento de la identidad, en tanto no critica los fundamentos de la estructura del sujeto trascendental kantiano.

44 Deleuze, G., *Différence et répétition*, op. cit., p. 227-8; cursivas nuestras.

La expresión de una función según la serie de potencias[45] es un recurso para explorar sus puntos singulares. Cuando los términos sucesivos de la serie adquieren determinados valores (por lo general ceros), allí hay una singularidad de cierto tipo. Así, por ejemplo, cuando calculamos la serie en el valor de x que anula su primer término ($\frac{dy}{dx}$=0), tendremos allí un máximo o un mínimo (si recordamos la propiedad de la derivada de proveernos la pendiente de la recta tangente a la curva, esto cobra un sentido gráfico: la pendiente de la tangente se anula cuando ésta es una línea horizontal, paralela al eje de las abscisas, lo que ocurre cuando la curvatura de la función primitiva alcanza un "pico" y luego cambia radicalmente su curso). Cuando se anula el segundo término de la serie ($\frac{d^2y}{dx^2}$=0), tendremos allí un punto de inflexión (pasaje de concavidad a convexidad, o viceversa, en la curva). La figura 9 muestra una curva con un máximo (*a*), un mínimo (*c*) y un punto de inflexión (*b*). Por otra parte, cuando el primer término tiende a infinito ($\frac{dy}{dx}= \infty$), tendremos una singularidad denominada "polo" (graficada unas páginas más abajo, en la figura 10).

[45] Nos hemos referido hasta aquí a la serie de Taylor por ser el algoritmo serial empleado por Wronski y Lagrange, a quienes Deleuze menciona en este apartado. Sin embargo, a partir de aquí emplearemos el término genérico "serie de potencias" para referirnos al algoritmo que expresa una función como la sumatoria indefinida de sus derivadas recíprocamente dependientes. Esto se debe a que la serie de Taylor no es la única herramienta matemática capaz de operar este pasaje, y de hecho es una muy limitada, dado que sólo permite calcular tipos de singularidades muy elementales. Por ejemplo, la función que analizamos a continuación ($\frac{1}{x}$) no es expresable por Taylor, sino en serie de Laurent.

FIGURA 9: SINGULARIDADES "ORDINARIAS": MÁXIMO **a**, PUNTO DE INFLEXIÓN **b**, MÍNIMO **c**.



Es solamente aquí que la forma serial en la potencialidad toma todo su sentido; se hace así necesario presentar lo que es una relación como una suma. Porque una serie de potencias de coeficientes numéricos rodea un punto singular, y uno solo por vez. El interés y la necesidad de la forma serial aparece en la pluralidad de las series que subsume, en su dependencia con respecto a los puntos singulares, en la manera en que se pasa de una parte del objeto donde la función es representada por una serie a otra donde ella se expresa en una serie diferente, sea que las dos converjan y se prolonguen, sea que, al contrario, diverjan.[46]

[46] *Ibíd.*, p. 228.

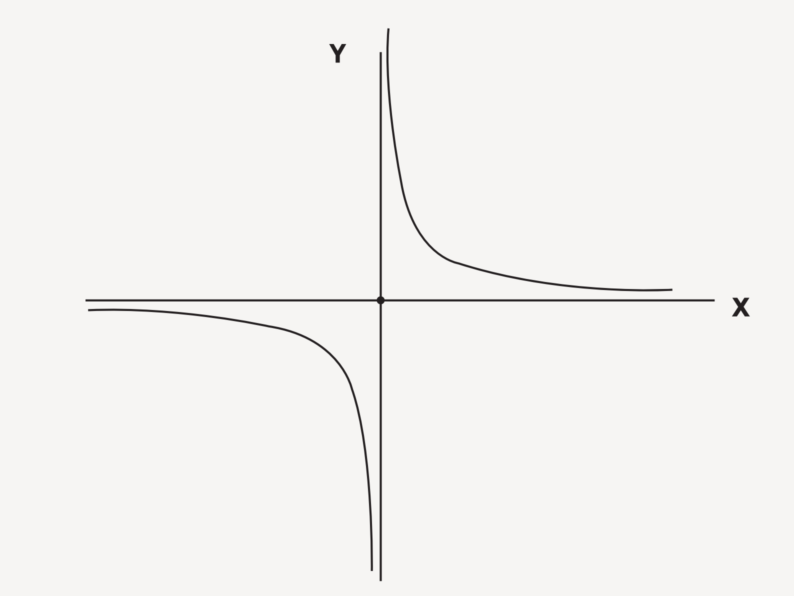
Mencionamos que una serie infinita puede ser convergente o divergente, y que el análisis de su convergencia o divergencia tiene una gran importancia en la filosofía de la diferencia (en contraposición a las filosofías de la representación infinita –por ejemplo en Leibniz, donde todas las series que constituyen el mundo convergen según el criterio de lo mejor). Se llaman convergentes las series que tienen un resultado determinado asignable, un *límite* hacia el cual tiende (por ejemplo, la serie $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$, que tiene por límite 1), mientras que las divergentes son series insolubles, que no tienen un valor asignable, o tienden a distintos resultados, o a cantidades indefinidas en la matemática. Ciertas singularidades, como los polos (cuando $\frac{dy}{dx}=\infty$) resultan en una *divergencia* de la serie de potencias correspondiente a una función. En ese punto, la curva carece de tangente, la función carece de valor asignable, la serie carece de convergencia, las ramas de puntos regulares se cortan o se van al infinito.

Por ejemplo,[47] la función $f(x)=\frac{1}{x}$ tiene un polo en $x = 0$, y los puntos ordinarios de la curva en su vecindad se comportan siguiendo una tendencia asintótica, como se ve abajo en la figura 1. La serie de potencias de la función en $x = 0$ es divergente. Lo que se manifiesta en ese punto es pues un *corte* en el curso de la curva, el salto de una rama asintótica decreciente de 0 a ∞ (del lado izquierdo del eje y), a una rama asintótica decreciente de $-\infty$ a 0 (del lado derecho del eje y). Así, la curva expresa dos cualidades distintas a uno y otro lado del corte, según la diferente tendencia en su

[47] Retomando un ejemplo del Capítulo I, "La teoría de las singularidades", p. 98.

variación cuantitativa. Estas dos cualidades distintas, que implican una divergencia en la expresión en una serie de potencias, se traducen en el lenguaje serial como un punto de corte en el que acaba una serie y comienza una nueva.

FIGURA 10: SINGULARIDAD "NOTABLE" CORRESPONDIENTE A LA FUNCIÓN $f(x)=\frac{1}{x}$, CON POLO EN $x=0$.



La triple génesis contenida en la determinación recíproca adquiere con esto todo su sentido, pues sólo aquí alcanzamos una generación de las *partes* del objeto necesarias para que el proceso se desarrolle según la producción cualitativa de un espacio que le es propio. La pura cualitabilidad supone una suerte de "extensión pura", así como la cualidad empírica es inseparable de una extensión. Volviendo al ejemplo de la hoja de papel, el elemento puro de la potencialidad permite extraer las determinaciones del objeto relativas a sus puntos singulares, determinando su espacio característico: los cuatro puntos singulares de la hoja que determinan su rectangularidad se destacan por sobre los infinitos puntos ordinarios que conforman su contorno y su superficie, y sobre los cuales se desarrollan las cualidades propias del papel (color, textura, etc.). También las otras series que entran en el proceso de génesis de la hoja establecen puntos singulares en su desarrollo: singularidades cromáticas en la gama de colores posibles que puede poseer, singularidades sociales respecto a los procesos en los cuales el papel se produce y consume, etc. (Es precisamente en ese sentido que "se pasa de una parte del objeto donde la función es representada por una serie a otra donde ella se expresa en una serie diferente").[48] Todas las series –ya convergentes, ya divergentes– de la estructura virtual que concurren en la configuración actual de la hoja coexisten perplicadas *(co-insisten)* en en la génesis estática descripta por las diferenciales.

Como vimos, la génesis de una cualidad es inseparable de la génesis del espacio que la alberga, y ésta es a su vez inseparable de la distribución de singularidades dada por el elemento puro de la potencialidad. Según nuestro otro ejemplo, la línea recta precisa de dos puntos singulares para engendrar la cualidad de "la distancia más corta" entre ellos. La línea se encontraba entonces

[48] *Ibídem.*

en estado fluente, en pura variación cuantitativa continua, aumentando o disminuyendo su magnitud. Cuando ésta alcanzaba su mínimo (el cálculo es fundamental en la determinación de máximos y mínimos) la línea antes variable se determina como línea recta, de modo que esta determinación es inseparable de la determinación recíproca entre las diferentes variaciones de las curvas, y se diferencia de ellas marcando un *corte singular* en la variación *continua* en el que se produce un cambio cualitativo (de curva a recta). Una línea tiene al menos dos singularidades que son los puntos que conecta, luego una cualidad (curva o recta) que determina la naturaleza de la conexión entre esos puntos. La cualificación de un espacio y la espacialización de una cualidad son correlativas y complementarias. Cualidades y extensiones constituyen la encarnación de lo virtual en el plano de lo actual. La Idea –en su función de mero universal– comprendía y comunicaba los diversos grados de variación cuantitativos-cualitativos a partir de su invariabilidad, posibilitando la especificación o cualificación de un objeto o de una parte de un objeto; además –en tanto universal *concreto*– comprende las singularidades y regularidades en base a las cuales se determinarán las partes extensivas de ese objeto.

> Así como la determinabilidad se superaba hacia la determinación recíproca, ésta se supera hacia la determinación completa: las tres forman la figura de la razón suficiente en el triple elemento de la cuantitabilidad, de la cualitabilidad y de la potencialidad. La Idea es un universal concreto, donde la extensión y la comprensión van a la par, no solamente porque ella

> comprende en sí la variedad o la multiplicidad, sino porque ella comprende la singularidad en cada una de sus variedades.[49]

La Idea abarca entonces tanto las marcas distintivas *generales* o comunes a muchos objetos, como sus características individuales más propias, superando la incapacidad del concepto, donde la cantidad de los individuos subsumibles por él (extensión) aumenta a medida que disminuyen sus marcas distintivas o predicados (comprensión), y viceversa.[50] Lo hemos visto sucintamente al comienzo de este capítulo: el procedimiento según el cual se piensa lo real partiendo de un sujeto vacío, o de la mera forma de la identidad abstracta, para luego aplicarle sucesivamente predicados que lo determinan progresivamente, es un modelo de pensamiento que produce una unidad no menos artificial que la separación de la que parte. Su punto de partida es una abstracción del objeto, que consiste en ignorar su carácter de producto de un proceso genético. Cuantos menos predicados añadamos al sujeto abstracto, más general resulta éste, pudiéndose aplicar a una mayor cantidad de ob-

[49] *Ibídem*.

[50] Referimos con esto a la clásica relación inversa entre comprensión y extensión de los conceptos: "1) el conjunto de notas constitutivas de la esencia conceptuada, éste recibe el nombre de comprehensión o intensión del concepto; por ejemplo, la comprehensión del concepto hombre es: sustancia, cuerpo, viviente, dotado de sensibilidad, racional; y 2) el número de individuos a los que se aplica adecuadamente el concepto, éste recibe el nombre de extensión del concepto. Cuando las notas abundan en un concepto, se hace difícil su aplicación, porque el mayor número de éstas restringe su predicabilidad o capacidad de aplicación (predicación); en cambio, el menor número de notas hace que su aplicabilidad sea mayor" (Beuchot, Mauricio, *Introducción a la lógica*, México DF, UNAM, 2004, p. 22). Sobre esta relación inversa entre extensión y comprensión en el concepto *cf.* Deleuze, G., *Différence et répétition*, *op. cit.*, p. 20. La infinitud actual que hemos rechazado repetidamente en diferentes puntos de este capítulo tiene su paradigma en la creencia en una infinitud de predicados convergentes en un único sujeto lógico, infinitud que determinaría su individualidad *hic et nunc*.

jetos abstractos no-determinados. Cuantos más predicados le añadamos, más disminuye su generalidad o extensión, tendiendo al límite: extensión = 1, calificando a un individuo y sólo uno, sujeto particular abstracto plenificado con una infinitud actual de predicados generales. La Idea, por el contrario, produce las determinaciones desde sí misma, desde la naturaleza de la continuidad que le corresponde, las relaciones diferenciales que la pueblan, la estructura indefinida de órdenes de variabilidad que estas relaciones perplican, y la extracción de puntos singulares que de estos órdenes emergen. Así, la Idea supera también la dualidad intuición-concepto, que se vuelve intrínseca al desarrollo ideal. Como en el caso de la línea recta, ya no es necesario pensar un concepto y una imagen separados que se correlacionan desde el exterior, sino que la Idea, en tanto regla de producción, presenta un enlace interior entre el concepto y la imagen del objeto. El objeto, su espacio, su tiempo y sus determinaciones emergen simultáneamente por la Idea, en la triple génesis cualitativa, espacio-temporal y conceptual, perplicada en la compleja estructura ideal.

Hasta el más pequeño e insignificante fragmento de experiencia y esbozo de pensamiento individualizables (sensible o conceptualmente) se sumerge así en la Idea, al menos a título de "regularidad", sosteniendo y prolongando la continuidad hasta la vecindad de una singularidad. Lo singular no se opone a lo universal, sino a lo regular, y determina el punto crítico de una tendencia regular cualitativa, tras el cual una nueva cualidad regular emerge, más o menos disruptiva con respecto a la precedente. Lo universal no se opone a lo singular, sino a lo general, pues antes que ser una abstracción a partir de caracteres semejantes que se repiten o un predicado idéntico que puede aplicarse a distintos sujetos particulares vacíos, es el elemento genético de una cualidad que comprende un cierto margen de variabilidad más allá del cual ella cambia de naturaleza, y que no existe fuera de las singularidades que determinan el curso de su actualización en un individuo espacio-temporal determinado. Universal y singular son complementarios, forman una unidad interna extra-proposicional que trasciende y funda el orden proposicional abstracto de la generalidad y la particularidad.

Un vistazo a la actualización

Es de fundamental importancia recalcar que "determinación completa" no equivale a "existencia", y que la estructura virtual de la Idea aquí descripta no agota el proceso de producción del mundo real. Tanto el trazado efectivo de la curva o de la recta, como la producción del fenómeno "hoja de papel" en el mundo actual, dependen del proceso de actualización por el cual la estructura virtual de la Idea hasta aquí analizada se encarna en una existencia efectiva. En ese sentido, por ejemplo, la determinación completa de la curva nos indica sus determinaciones virtuales, la estructura global de comportamiento de la curva, sin darnos el valor efectivo de sus valores en todos sus puntos. De esto se encarga la operación de *integración*, por la cual una porción de la curva es efectivamente trazada. Según vimos, la integración se define en un segmento determinado, o siempre es *definida*, según la expresión $\int_a^b f'(x)dx$,

que significa la integral *definida* de la función derivada $f'(x)$ entre los puntos a y b, lo que equivale al cálculo del área o del recorrido efectivo de la curva dada por la primitiva $f(x)$ entre esos puntos. El desarrollo de una función en una serie de potencias nos daba los valores donde esa función presentaba singularidades. La integración traza las curvas o segmentos de puntos regulares que unen una singularidad con la siguiente, luego de la cual la expresión de la serie puede cambiar radicalmente. Los puntos singulares son, en este sentido, pre-individuales: no se necesita de la actualización o individualización de la curva para determinar su existencia, sino su naturaleza o especie (su relación con los puntos regulares). Esto manifiesta la independencia relativa de la estructura virtual/ideal, indefinida o indiferenciada, aunque plenamente diferentiada.

> Sin duda *la especificación de los puntos singulares* (por ejemplo, cuellos, nudos, focos, centros) *no se hace sino por la forma de las curvas integrales que remiten a las soluciones* de la ecuación diferencial. No deja de haber por ello una determinación completa concerniente a la existencia y la repartición de los puntos singulares, que depende de una instancia totalmente distinta, a saber, el campo de vectores definido por esa ecuación.[51]

Señalamos que la cualificación o especificación del objeto es inseparable de su espacialización. La integración permite realizar en una curva efectiva este doble proceso, si bien el conocimiento completo de la forma o estructura de esa curva depende de "otra instancia": las singularidades cuya existencia y distribución se determinan median-

[51] *Ibíd.*, p. 229-30.

te la serie de potencias. A las determinaciones recíproca y completa en la Idea corresponden cualidades y extensiones en el mundo actual. Estas instancias, inseparables en la experiencia, remiten a las relaciones diferenciales y a los puntos singulares, inseparables en la Idea. Ella engloba la existencia y distribución de puntos singulares, así como la génesis y coexistencia de grados de variabilidad entre esos puntos. La referencia deleuziana al "campo de vectores" remite a las sucesivas tangentes a los sucesivos puntos de una curva, que podían considerarse como su elemento genético pues indican la dirección que sigue la curvatura de la línea en los distintos momentos de su construcción. Una singularidad equivale a un corte o un cambio abrupto en la dirección del vector. Como vimos, la derivada permite trazar el campo de vectores de su función primitiva; pero ésta puede, a su vez, considerarse como la derivada de una función anterior, para la cual expresa también su elemento genético, en una cadena indefinida de funciones determinada según la forma serial. Pero la forma de la curva, construida por medio de la integral, traza un espacio efectivo que difiere del campo vectorial propio de la estructura virtual o problema. Es fundamental mantener la distinción entre la Idea y la cosa, o entre estructura virtual y objeto actual, para no caer en la ilusión de la semejanza entre uno y otro, que nos llevaría a calcar lo condicionado de la condición. De hecho, la estructura virtual contiene y sostiene divergencias, aspectos mutuamente excluyentes con respecto a su actualización, incompatibles entre sí (como las singularidades del tipo de los polos, que no admiten representación actual, pero enlazan dos series distintas, incluso opuestas).

La Idea consta de los tres momentos que hemos ilustrado hasta aquí. Ellos articulan las distintas dimensiones de las que depende un objeto engendrado sobre un campo de continuidad indefinida por medio de relaciones de determinación recíproca que definen las discontinuidades o distinciones propias de ese objeto. Lo discontinuo emerge de lo continuo según el espacio trazado por las singularidades y especificado por las cualidades implicadas en las relaciones diferenciales. Pero el hecho de señalar aquí y allá singularidades y relaciones no basta para producir efectivamente un objeto. Es necesaria una integración de estos puntos definidos por la determinación completa, o una especificación de los puntos singulares correlativa a una partición o espacialización de las relaciones. Es en ese punto que Deleuze se aleja del teorema fundamental del cálculo,[52] según el cual la integración es la operación inversa de la derivación. Integrar no es meramente invertir la diferentiación, así como diferentiar no es una inversión de lo actual. La diferentiación nos permite conocer la existencia y distribución de puntos singulares relativos a un determinado problema. Pero la naturaleza de esos puntos permanece desconocida en tanto no prolonguemos la línea desde una singularidad hacia la siguiente: en esto consiste la tarea de la integración, que involucra una creación original, dependiente de la Idea, pero no reductible a la misma:

> [L]a actualización del virtual se hace siempre por diferencia, divergencia o diferenciación (…). La actualización, la diferenciación, en este sentido, es siempre una verdadera *creación* (…). Lo virtual tiene siempre la

[52] Sobre el teorema fundamental del cálculo, *cf. supra*, Capítulo I, "La interpretación estática", p. 96.

> realidad de un problema a resolver; es él quien orienta, condiciona, engendra las soluciones, pero éstas no se asemejan a las condiciones del problema.[53]

Un problema consiste en la indeterminación de elementos diferenciales (elementos que no tienen "forma sensible ni significación conceptual, ni aún función específica"),[54] entre los cuales se establecen relaciones diferenciales a las que corresponden valores que determinan un espacio "puro" o problemático, campo vectorial que se identifica con las condiciones bajo las cuales ese problema puede resolverse. Redesplegando conceptos de la filosofía de Gilbert Simondon, Deleuze llama a este espacio problemático "campo pre-individual". Pero el problema debe ser resuelto. Nos encontramos con esto frente a una nueva dimensión en la filosofía trascendental de la diferencia: el cruce entre la dialéctica y la estética. La actualización presupone el concepto de "individuación", por el cual las relaciones diferenciales y puntos singulares "se actualizan, es decir, se organizan en la intuición siguiendo líneas diferenciadas con respecto a otras líneas".[55] El trazado de estas líneas diferenciadas será la tarea de la *intensidad*. No seguiremos el extenso detalle que este concepto supone, sino que sólo echaremos un breve vistazo a una posible dirección para abordarlo, a partir de lo desarrollado hasta aquí.

La intensidad y su actividad creativa refiere a una síntesis que le es propia. "La síntesis recíproca que liga $\frac{dy}{dx}$

[53] Deleuze, G., *Difference et répétition*, *op. cit.*, p. 273-4; cursivas nuestras.

[54] *Ibíd.*, p. 237.

[55] *Ibíd.*, p. 318.

se prolonga en la *síntesis asimétrica* que liga x a y."[56] Cuando decíamos que la relación diferencial determina un grado de variación (una función), hay que entender que ella provee una determinación para un proceso dinámico cuya producción efectiva la excede. La relación diferencial respondía la pregunta acerca de cómo varía una función respecto a una variación instantánea de su variable. La producción efectiva de la variación de esa variable en un intervalo (un espacio o una duración) depende de la actualización o del trazado de la línea en ese intervalo, la cual implica la puesta en relación efectiva de la variación de las variables x e y. Desde este punto de vista, ya no estático sino dinámico, si cada una de estas variables varía de modos distintos, la asimetría de sus variaciones comunica dos órdenes de variación heterogéneos, lo que matemáticamente define una función *compuesta* (una función de más de una variable: x, y, z,…). De hecho, Deleuze caracteriza al factor intensivo como "una derivada parcial, o la diferencial de una función compuesta".[57] Una función primitiva compuesta permite la diferenciación de una pluralidad de funciones derivadas parciales, según se diferencie una u otra de las variables que la componen. La operación de obtener una derivada parcial de una función compuesta implica diferenciar la variable con respecto a la cual se desea derivar la función, considerando sus otras variables como constantes. En la determinación efectiva de cada punto de la función primitiva incide un conjunto finito de variables (x, y, z,…),

[56] *Ibíd.*, p. 315; cursivas nuestras.

[57] *Ibídem*.

pero sólo una se toma efectivamente por objeto de diferenciación cada vez. Por eso, cada punto de una función compuesta implica tantos campos de vectores como variables o coordenadas posea esa función: otro testimonio del exceso de la diferentiación respecto a la diferenciación. Es tal vez por todo esto que Deleuze menciona, durante la exposición del elemento puro de la potencialidad, la operación de "desarrollo de la función de *una* variable en *una serie*",[58] y caracteriza más adelante a la intensidad como la puesta en resonancia de al menos dos series heterogéneas.[59] Heterogeneidad de las series obtenidas por diferenciación parcial, o bien asimetría de las distintas variables que concurren en una función compuesta, son los elementos que constituyen la diferencia de base respecto a la cual la intensidad despliega su actividad creativa.

Las nociones vinculadas al elemento de la pura potencialidad ya nos dirigían entonces al plano de la integración. Las singularidades eran pre-individuales desde el punto de vista de su génesis estática en la estructura virtual que determinaba su existencia y distribución, pero se actualizaban desde el punto de vista de la integración que determinaba su naturaleza. Esto se da en el proceso de prolongación de una singularidad a la siguiente. La expresión de una función en términos de su serie de potencias (que era el medio privilegiado para determinar las singularidades relativas a una relación diferencial) involucraba una *aproximación progresiva* a esa

[58] *Ibíd.*, 227; cursivas nuestras.

[59] *Cf.*, por ejemplo, *Ibíd.*, p. 287.

función a partir de un punto determinado de la misma. Establecido ese punto, se calculaban en torno a él las sucesivas derivadas a la función en ese punto y se sumaban los valores de las mismas, otorgando cada nueva derivada –cada nuevo término de la sumatoria– una determinación que se añade progresiva u ordenadamente a la vecindad o entorno del punto, extendiendo y precisando ese entorno. La pura potencialidad de la Idea conduce así, en un análogo al método matemático de integración vía serie de potencias, a su actualización. El proceso de determinación progresiva ideal relativo a esta síntesis implica en el trazado de la curva efectiva una sucesión de diferencias ordenadas: diferentes curvas osculatrices progresivamente más cercanas a la curva descripta por la función primitiva.[60] La suma de las infinitas derivadas tenía como límite la posibilidad de la producción de la curva total, completamente actualizada. El límite, por su parte, es transitorio y relativo, pues la estructura virtual no puede ser jamás plenamente actualizada. Aún si fuera posible sumar infinitamente una serie, debemos considerar a su variable siempre en relaciones con otras en el seno de una función primitiva compuesta inagotable, fuente de infinitas series divergentes.

La integración o trazado de curvas por medio del cálculo efectivo de la serie de potencias supone situar la función en torno a puntos actuales definidos, para calcular progresivamente el comportamiento de los regulares en su entorno y eventualmente el encuentro con una

[60] *Cf.* Santaya, G., "Serie, singularidad, diferencial", *op. cit.*, p. 93.

nueva singularidad. Sería imposible que el punto de partida llegara a extenderse efectivamente a través de todas las singularidades y divergencias que lo virtual contiene. Dicho punto se extenderá sólo en torno a ciertas singularidades y relaciones que (siguiendo la letra leibniziana) se expresarán *claramente* a partir de él, mientras que el resto de la totalidad ideal permanecerá oscura para él (no inexistente, sino insistente). Es por ello que la *perplicación* de la Idea (la coexistencia o co-insistencia de sus grados o relaciones y singularidades) se prolonga y organiza en la *implicación* propia de la intensidad que la expresa.[61]

El hecho de que este trabajo de integración no pueda realizarse sino en referencia a un punto actual determinado y a una función específica (un *quanta* y una *quantitas* que parecen ser necesariamente "dados") refleja el costado *empirista* del empirismo trascendental. La estructura virtual no remite a un mundo originario separado del empírico, sino que se entrelaza con él en cada uno de sus puntos. Y en todos ellos, el mundo actual condensa la potencialidad genética indefinida de lo virtual, que lo impulsa a su transformación permanente, lo puebla de tareas por cumplir o problemas por resolver. Del mundo de las cosas a la virtualidad, de la experiencia a la intuición = 0 en la Idea, y de ésta al mundo nuevamente –o a un nuevo mundo–, lo actual y lo virtual se reenvían uno a otro como dos caras dispares de un espejo distorsionado. Pero la actualización en tanto estética de las cantidades intensivas no puede reducirse a esta caracte-

[61] *Cf.* Deleuze, G., *Difference et répétition*, *op. cit.*, p. 324-5.

rización; ella implica un proceso muy complejo, niveles y conceptos diversos extraídos de muchas disciplinas y autores que se trenzan en su desarrollo. Es pues aquí donde detenemos nuestro recorrido por la estructura virtual basada en el cálculo.

EPÍLOGO
CÁLCULO TRASCENDENTAL Y DIALÉCTICA DIFERENCIAL

¿Qué ha pasado en estas páginas?

¿Están llenas de filosofía, de matemática, de filosofía de la matemática, de matemática esotérica...? Sin duda un poco de todo esto, pero, ante todo, lo que hemos intentado desarrollar en ellas es la explicación de una parte de un complejo sistema de filosofía trascendental. ¿Por qué entonces la sobresaturación de vocabulario matemático? Kant utilizaba la matemática para mostrar cómo esa disciplina –con el prestigio que por milenios la acompañó como la ciencia más perfecta y más exacta que podía alcanzar el espíritu humano– no era una ventana a la mente divina, sino un producto necesario y universal de la actividad sintética del sujeto. Los grandes cambios acontecidos en la historia de la matemática durante el período que separa a la *Crítica de la razón pura* de *Diferencia y repetición* –la mayoría de ellos estrechamente vinculados con el cálculo diferencial– no son menos radicales que los acontecidos en la historia de la filosofía. La muerte de Dios y la muerte del hombre, figuras centrales en la filosofía del siglo XX, son en la filosofía deleuziana momentos necesarios para llegar al nacimiento de la Idea. ¿Y qué sentido tiene en *ese* contexto hablar de matemática? ¿Mantiene ella algo de su importancia y su dignidad tradicionales, en relación la importancia y dignidad de otras formas de conocimiento? ¿Quién ese ese espíritu que matematiza, si no es el de Dios, si no es el del Hombre?

Las matemáticas no son el lenguaje universal a cuya estructura se reduce la totalidad de las figuras del mundo; no son sino *un* lenguaje en un mundo quebrado por una pluralidad de lenguajes y una pluralidad de figuras en mutuo y permanente conflicto. A menudo, las apelaciones deleuzianas al vocabulario matemático nos pueden parecer metáforas o analogías, un entrelazamiento de conceptos técnicos y científicos con nociones que nada tienen que ver con las matemáticas. Es el caso, por ejemplo, de la descripción deleuziana de su noción de acontecimiento como "un conjunto de singularidades, de puntos singulares que caracterizan una curva matemática, un estado de cosas físico, una persona psicológica y moral. Son puntos de retroceso, de inflexión, etc.; cuellos, nudos, focos centros; puntos de fusión, de condensación, de ebullición, etc.; puntos de lágrimas y de alegrías, de salud y enfermedad, de espera y angustia".[1] Podríamos concluir entonces que el sentido de la matemática en este discurso no es más que un elemento para extraer semejanzas con otros elementos, semejanzas en la inmensa diversidad de ejemplos que la erudición de la que Deleuze da muestras en toda su obra permite trazar. Podríamos concluir que, así como cada curva tiene puntos singulares en que cambia su comportamiento, cada persona

1 Deleuze, G., *Logique du sens*, *op. cit.*, p. 67; traducción nuestra.

alcanza "puntos" psíquicos en que cambia su humor, o toda sociedad posee "puntos" críticos en que su forma de organización se trastoca. Pero el señalamiento de estas semejanzas no es sino un primer aspecto de algo que circula en otro plano. La ontología de la multiplicidad no se basa en una yuxtaposición de ejemplos y conceptos inconexos, sino en una red abierta de conceptos interrelacionados que pretenden, para cualquier ejemplo o elemento, mostrar el proceso por el cual su relación con otros elementos no puede consistir jamás en una mera yuxtaposición externa. La demolición de la lógica de un mundo compuesto como *partes extra partes* se da en la Idea como noción fundamental de la ontología de la multiplicidad o de la filosofía trascendental de la diferencia (matriz de todo devenir).

Dice Deleuze:

> Y en todas esas expresiones, «puntos singulares y relevantes», «cuerpos adjuntos», «condensación de las singularidades», no debemos ver metáforas matemáticas, ni metáforas físicas en «puntos de fusión, de congelación…»; ni metáforas líricas o místicas en «amor y cólera». Ellas son las *categorías* de la Idea dialéctica, las extensiones del cálculo diferencial (la *mathesis universalis*, pero también la física universal, la psicología, la sociología universal) que responden a la Idea en todos sus dominios de multiplicidad.[2]

La cuestión de la *mathesis universalis* en Deleuze puede remontarse hasta sus primeros pasos en el campo intelectual, a partir un prólogo centrado en ese concepto que

2 Deleuze, G., *Différence et répétition, op. cit.*, p. 246; cursivas nuestras.

escribe a sus veintiún años para la obra de Jean Malfatti di Montereggio: *Études su la mathèse ou anarchie et hiérarchie de la science*.[3] Allí caracteriza a la *mathesis* como *unidad viviente*, cuyo fin es "asegurar la toma de conciencia del viviente en sus relaciones con la vida", y cuya "noción clave (…), de ningún modo mística, es que la individualidad no se separa jamás de lo universal."[4] Ciertos ecos de la *mathesis* cartesiana y de la dialéctica hegeliana se entrelazan allí con otros que ya prefiguran una noción de dialéctica propiamente deleuziana. Hay una unidad esencial entre dialéctica y *mathesis*. Si lo esencial en la ontología desarrollada en *Diferencia y repetición* no es el cálculo diferencial, sino la Idea problemática y sus "categorías" –que constituyen una dialéctica diferencial de la Idea– el acento sobre el uso del cálculo debe ponerse en el modo en que esta herramienta matemática encuentra su fundamento en esa dialéctica, a la vez que ella manifiesta en él su dinámica propia y el modo en que se traslada a otros dominios de la existencia. Hemos intentado caracterizar esa unidad *viviente* de la ontología del cálculo, así como el vínculo indisoluble entre individualidad y universalidad. Pero esa unidad y esa vida no se reducen al cálculo mismo. Como Deleuze señala, "el cálculo diferencial pertenece enteramente a las matemáticas, en el mismo momento en que encuentra su sentido en una dialéctica que excede la matemática".[5] El cálculo es utilizado para la extracción de elementos necesarios para la construcción –o mejor, reconstrucción– de un concepto

[3] Deleuze, G., "Mathèse, science et philosophie", en *Lettres et autres textes*, París, Les éditions de minuit, 2016, pp.288-98.

[4] *Ibíd.*, p. 291-2.

[5] Deleuze, G., *Différence et répétition, op. cit.*, p. 232.

de dialéctica. Pero la dialéctica no se agota ni se funda propiamente en el cálculo.

Hemos visto que la Idea se caracterizaba ante todo como "problema", y que el cálculo, según la expresión de Carnot, era el modo de expresar las "condiciones del problema", para alcanzar su solución. El rebasamiento de las matemáticas por parte del cálculo diferencial se basa en que éste muestra el sentido problemático y problematizante de las Ideas, así como los medios por los que éstas pueden darse una solución. En el caso del cálculo, esta solución venía dada por una integración, entendida como una especificación de los puntos singulares, o como una construcción de la curva definida por la ecuación en un segmento dado de su trayecto. La integración, así entendida, presupone un trazado previo de los puntos singulares que luego la curva vendría a recubrir, conectando en su trayecto estos puntos según la tendencia que éstos asignan a los ordinarios. O bien, desde el punto de vista algebraico, la integración viene a dar resultados numéricos concretos a las funciones obtenidas a partir de sus elementos diferenciales. Pero tanto en uno como en otro caso, la solución presupone una previa distribución de esos puntos singulares que proveen las condiciones bajo las cuales el problema (la ecuación o función) es pasible de recibir una solución (integración). "La determinación completa de un problema se confunde con la existencia, el número, la repartición de los puntos singulares, *que proveen precisamente sus condiciones*".[6] Estas condiciones siempre están dadas a

[6] *Ibíd.*, p. 230.

través de la indeterminación que abre el proceso de la determinación en la Idea.

El problema abierto por la diferenciación (derivación) de una función excede todas sus soluciones locales (integración), así como la virtualidad de la estructura ideal excede los elementos actualizados en la solución.[7] De esta manera, como vimos, la ontología deleuziana no ve a la integración y a la diferenciación como operaciones inversas. Ésta excede a aquélla, del mismo modo en que el cálculo excede a las matemáticas. En cierto sentido, el cálculo diferencial en particular, y la ciencia matemática en general, no son sino "soluciones", un campo de soluciones a problemas de otra naturaleza. No se niega la existencia de problemas matemáticos, se afirma su carácter subsidiario con respecto a *problemas dialécticos* que los trascienden. En otro sentido, según la naturaleza dialéctica de los problemas, el cálculo diferencial es una herramienta que funciona en su dominio propio (las matemáticas) de una manera análoga a como funcionan los problemas mismos.

> El cálculo reconoce diferenciales de distinto orden. Pero es completamente de otra manera que las nociones de diferencial y de orden convienen primero con la dialéctica. La Idea dialéctica, problemática, es un sistema de ligazones entre elementos diferenciales, un sistema de relaciones diferenciales entre elementos genéticos. Hay diferentes órdenes de Ideas, supuestos unos por otros, según la naturaleza ideal de las relaciones y los elementos considerados (Idea de la Idea, etc.). Estas definiciones no tienen todavía nada de matemático. Las matemáticas surgen con los campos de solución en los que se encarnan las Ideas dialécticas de *último orden*.[8]

Hemos visto –en ocasión de la serie de potencias en que se expresa la relación diferencial– cómo diferentes órdenes de diferenciales (dx, dx^2, dx^3, etc.) se relacionaban con diferentes órdenes de diferenciación de una función (dy, d^2y, d^3y, etc.), dando por resultado sucesivas derivadas, cada una de las cuales expresaba una función diferente, o un diferente orden cualitativo de variación cuantitativa ($\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}$, etc., o bien $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, etc.). Esta potencialidad de la relación diferencial de engendrar diferentes funciones se trasladaba a la integración o actualización por medio de series de potencias, pero se traslada también a la dialéctica de la Idea, en la cual los diferentes órdenes producidos como efecto de la potencialidad pueden conducir hacia dominios problemáticos de diferente naturaleza. Cada nuevo orden ideal, como cada nueva función derivada, está conectado con los restantes niveles de los que emerge y a los que se proyecta, en la coexistencia virtual de la Idea. Sin embargo, cada orden posee cualidades o especificidades propias, una variedad que le corresponde exclusivamente y un conjunto de puntos singulares que determinan el curso de su actualización.

---

7 Una referencia fundamental en la que Deleuze se apoya para defender la diferencia de naturaleza entre problema y solución es Albert Lautman. Nuestro recorte temático nos ha impedido profundizar en este pensador que constituye sin embargo una fuente fundamental para el estudio de la matemática en Deleuze. Sobre esta relación *cf.* Duffy, S., "Albert Lautman", en Jones, Graham, y Roffes, Jon (eds.), *Deleuze's philosophical lineage*, *op. cit.*, pp. 356-79; y Kretschel, Verónica, "Lautman y Deleuze: Idea, problema, estructura y realidad", en Ferreyra, J., y Soich, M. (eds.), *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, *op. cit.*, pp. 28-36.

8 *Ibíd.*, pp. 234-5; cursivas nuestras.

La Idea recorre, conecta y organiza de diversos modos las diferentes Ideas. Deleuze enumera frecuentemente órdenes ideales: “Idea matemática, matemático-física, química, biológica, psíquica, sociológica, lingüística… Cada nivel implica diferenciales de un orden dialéctico diferente”.[9] Los elementos diferenciales difieren no sólo en grado dentro de su orden correspondiente, sino en naturaleza en los diferentes órdenes ideales. “A la universalidad de la Idea responde en ese sentido una *mathesis universalis*. Si la Idea es la diferencial del pensamiento, hay un cálculo diferencial correspondiente a *cada* Idea, alfabeto de lo que significa pensar”.[10] El mismo papel que *dx* desempeña en la Idea matemática, es desempeñado por los genes en la Idea biológica, por el alfabeto fonético universal en la Idea lingüística, por el trabajo abstracto en la Idea social… A cada orden ideal corresponden elementos diferenciales específicos, relaciones diferenciales propias a partir de esos elementos, un continuo indeterminado del que brotan esas relaciones, órdenes de variabilidad recíprocamente determinados producto de esas relaciones, singularidades extraídas de esos órdenes; a través de todo esto, cada Idea engendra estructuras ideales pasibles de actualizarse en organismos, lenguajes, psiquismos, sociedades, en suma, sistemas de la más diversa naturaleza. “Cada cosa es una multiplicidad en tanto que ella encarna la Idea”,[11] y la tarea de la filosofía de la diferencia es descubrir bajo cada cosa, la Idea. Por otra parte, la potencialidad de la Idea

[9] *Ibíd.*, p. 242.
[10] *Ibíd.*, p. 235; cursivas nuestras.
[11] Deleuze, G., *op. cit.*, p. 236.

implica la posibilidad de exploración de nuevos órdenes ideales, en virtud de nuevas relaciones entre elementos de distintos órdenes.

La *mathesis universalis* deleuziana es su teoría de la dialéctica problemática ideal. Hemos ilustrado en el capítulo precedente los momentos de esta dialéctica según el modelo –privilegiado también por Deleuze para este desarrollo– de la Idea matemática, Idea que, según Deleuze, encarna el nivel dialéctico de “último orden”. Esta caracterización nos resulta enigmática porque no encontramos en *Diferencia y repetición* ninguna referencia a un (valga la redundancia) orden de órdenes ideales. Tal vez esta referencia se vincula al tipo de reglas de producción de los objetos de la matemática, que –como vimos en el caso de la línea recta como “camino más corto”– implican una mayor simplicidad por la menor cantidad de órdenes de variabilidad que entran en juego en su generación. Es también en este sentido que debe entenderse el primado del juicio físico sobre el matemático: la génesis de los sistemas físicos incluye entre sus síntesis constitutivas, o reglas de producción, variedades de tipo matemático (relativas ante todo al número y la figura). En este sentido, la matemática funcionaría como una línea de desterritorialización del pensamiento capaz de abrirlo a la máxima abstracción en el más *puro* devenir. Podría pensarse que, siguiendo esta línea, la génesis de los sistemas físicos, biológicos, psíquicos, sociales, etc. seguirían procesos de producción sucesivamente montados sobre ese devenir, de acuerdo a procesos de producción cada vez más complejos (que involucraran cada vez un mayor número de variables, relaciones y regímenes de variación en juego). Sin embargo, éste no es el caso: las matemáticas no están contenidas en la física, ni los distintos órdenes ideales se acomodan mutuamente de "mayor a menor" o de "contenido a continente", como muñecas rusas. Los órdenes ideales se encuentran en una coexistencia virtual: "todas las Ideas coexisten de cierta manera. Pero por puntos, sobre los bordes, bajo resplandores que nunca tienen la uniformidad de una luz natural".[12] La coexistencia (o, como la hemos llamado, co-insistencia) de las Ideas se da según la virtualidad continua e indefinida de la diferentiación, que difiere por naturaleza de los órdenes discontinuos y diferenciados de las soluciones. En cada orden o nivel encontramos elementos diferenciales de diferentes tipos, cuya nota común es carecer de forma intuitiva o significación conceptual (ni *quantum*, ni *quantitas*), pero que existen absolutamente para su relación con otros elementos de su misma naturaleza. No podemos establecer *a priori* qué elemento ideal podrá entrar en relación diferencial con otro, qué zona de nuestro campo de experiencia podremos derivar o integrar hacia cuál otra, ni qué singularidades producirá su encuentro. Esto será más bien el resultado de ese movimiento en el cual la ontología deviene necesariamente práctica, mediante un llamado a la *experimentación* esencialmente ligado al punto de vista del empirismo trascendental.

Por debajo de la claridad de las determinaciones dadas, las Ideas realizan su tarea genética, así como por debajo del dibujo efectivo de una curva se despliega una estructura virtual que siempre la excede. En palabras de Simont: "Las Ideas salpican el brazo del nadador sorprendido por un calambre, pululan en el desorden de una sociedad, murmuran en el lenguaje, sueñan en los sueños, embriagan o aturden el pensamiento, recorren todas las facultades, siendo las facultades el recorrido disyunto que se origina a partir de ellas".[13] Nunca "tenemos" una idea como una imagen o un discurso presente a nuestra mente, claro y distinto, transparente a nosotros en su surgimiento. Lo así llamado "idea" implica, en su génesis, mucho más que la actividad psíquica de un yo empírico con sus voliciones y sus pasiones. *Somos* el producto de procesos genéticos, y nuestros propios productos, discursos e ideas no son la excepción a esa regla. Nuestra subjetividad y la zona de claridad que le corresponde es un factor más, una función más, en la serie indefinida de funciones interconectadas que conforman la estructura virtual de nuestra experiencia, y que escapa por completo a la influencia esa zona de claridad, en tanto ésta es producto de esa serie. Esto no implica que seamos meros productos pasivos de una actividad que nos rebasa: todo producto de la síntesis ideal envuelve a su vez procesos genéticos. Somos producto tanto como proceso de producción.

Somos –y formamos parte de– individuos que resuelven problemas virtuales. Nuestra existencia implica una pluralidad de dimensiones, variables o coordenadas, en torno a las cuales se configuran diversas experiencias

---

12 *Ibíd.*, p. 242-3.

13 Simont, J., *op. cit.*, p. 207.

fenoménicas. Nuestra potencia es nuestra capacidad de *derivar e integrar*, de asir en nuestros fenómenos las variables que los constituyen, *hacer la continuidad* en estas variables, o ponerlas en estado de variación continua, explorar sus límites, relacionarlas con otras variables, extraer de ellas distintos grados de variabilidad y construir a partir de ellos series (repeticiones), extraer de las series puntos relevantes o singularidades, construir en torno a estas singularidades nuevos fenómenos, trazando líneas que conecten los puntos extraídos con nuevas singularidades aún por descubrir. Experimentación perpetua, donde el pensamiento constructivo se funde con la intuición creadora: empirismo trascendental.

La apuesta de esta filosofía sería entonces la de, sin soslayar la diferencia entre lo trascendental y lo empírico, hacer de lo trascendental un objeto de experimentación. Si lo actual está grávido de virtualidad, tenemos un papel en los procesos genéticos que se juegan en nosotros, en nuestro entorno. Quizá nuestra más alta libertad sea la de conducir nuestra zona de claridad a esa estructura virtual donde todo se gesta; cruzar lo claro con lo oscuro para acceder a los procesos genéticos que sí dependen de nosotros (en la medida en que quepa todavía hablar allí de "nosotros", cuando nuestra identidad ya no se piensa desde un conjunto de propiedades extrínsecas abstraídas de sus procesos de producción).

Así como toda máscara esconde otras máscaras y toda caverna, cavernas, siempre hay puntos tras un punto (en virtud de la continuidad), siempre líneas tras una línea (las infinitas rectas tangentes a la línea curva),

siempre funciones tras una función (primitiva y derivada, o derivada de derivada de derivada…). La Idea recorre, enlaza y diferencia las diferencias de niveles, grados u órdenes, se prolonga en las convergencias y afirma y supera las divergencias, interioriza en su seno las condiciones de toda la diversidad del conocimiento y de la experiencia, y contiene la inagotable potencia de generación de la misma. La Idea articula los momentos de lo indeterminado, lo determinable y la determinación, los principios de la determinabilidad, la determinación recíproca y la determinación completa, y los elementos puros de la cuantitabilidad, la cualitabilidad, y la potencialidad. Configura así la estructura de todo lo pensable, lo sensible, lo decible, lo vivible… Aun si el mundo estuviera escrito en caracteres matemáticos, de manera que todo lo que es fuera pasible de una cuantificación determinada, aun entonces estaría allí, por debajo de la cristalina y transparente superficie numérica, el oscuro incuantificable, la pura diferencia o el indeterminado que subtiende y distribuye los indefinidos órdenes de variabilidad, haciéndolos, deshaciéndolos y rehaciéndolos en la síntesis ideal.

BIBLIOGRAFÍA

De Gilles Deleuze

Deleuze, Gilles, *Différence et répétition*, París, PUF, 1968.

-------------------, *"L'immanence, une vie…"*, en Deleuze, G., *Deux régimes de fous et autres textes*, París, Les éditions de Minuit, 2003.

-------------------, *La philosophie critique de Kant*, París, PUF, 1963.

-------------------, *Le bergsonisme*, París, PUF, 1966.

-------------------, *Le pli. Leibniz et le barroque*, París, Les éditions de minuit, 1988.

-------------------, *Logique du Sens*, París, Les éditions de minuit, 1969.

-------------------, *Exasperación de la Filosofía. El Leibniz de Deleuze*, Buenos Aires, Cactus, 2009 (cursos en línea disponibles en https://www.webdeleuze.com/groupes/3, último acceso: 13/02/2017).

-------------------, *Lettres et autres textes*, París, Les éditions de minuit, 2016.

-------------------, y Guattari, Félix, *Mille Plateaux*, París, Les éditions de minuit, 1987.

-------------------, y Guattari, Félix, *Qu'est-ce que la philosophie?,* París, Les éditions de minuit, 1991.

Secundaria

Alarcón, Sergio Alberto, de la Torre, Andrés, y Suescún, Carlos Mario, “El método de las tangentes de Fermat”, en *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, XIII, diciembre de 2005, pp. 101-123.

Babini, José, “Newton, Leibniz, y el cálculo infinitesimal”, en Newton, I., y Leibniz, G. W., *El cálculo infinitesimal*, Buenos Aires, Eudeba, 1977, pp. 5 a 39.

Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, París, PUF, 1947.

Bordas-Demoulin, Jean Baptiste, *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences*, París, J. Hetzel libraire-éditeur, 1843.

Boyer, Carl Bejamin, *The history of calculus and its conceptual development*, Nueva York, Dover, 1959.

-------------------------, y Merzbach, U. C., *A history of Mathemathics*, Nueva York, John Wiley & Sons, 2011

Carnot, Lazare, *Réflexions sur la métaphyique du calcul infinitésimal*, París, Malet-Bachelier, 1797.

Cohen, Hermann, *Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Gechichte*, Berlín, Dümmler, 1883.

Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, París, Éditions du seuil, 1986.

De Landa, Manuel, *Intensive science and virtual philosophy*, Londres, Continuum, 2002.

----------------, “Deleuze in phase space”, en Duffy, Simon (ed.), *Virtual mathematics. The logic of difference*, Manchester, Clinamen, 2006, pp. 235-247.

Descartes, René, *Oeuvres publiées. La dioptrique. Les météores. La géométrie. Traité de la méchanique. Abrégé de la musique*, París, ed. por F. G. Levrault, 1824.

Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The logic of difference*, Manchester, Clinamen, 2006.

--------------, *Deleuze and the history of mathematics. In defense of the new*, Londres, Bloomsbury, 2013.

Euclides, *Elementos, Libros I-IV*, trad. cast. de María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1991.

-----------, *Elementos. Libros X-XIII*, trad. cast. de María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1996.

Ferreyra, Julián, “Deleuze y el Estado”, en *Deus Mortalis*, n° 10, 2011-2012, pp. 265-286.

----------- (comp.), *Intensidades Deleuzianas. Deleuze y las fuentes de su filosofía III*, Buenos Aires, La Cebra, 2016.

----------- y Soich, Matías, *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, Buenos Aires, La Almohada, 2014.

Gueroult, M., *La philosophie transcendantale de Salomon Maïmon*, París, Félix Alcan, 1929.

Hegel, G. W. F., *Ciencia de la lógica*, trad. cast. de R. Mondolfo, Buenos Aires, Las cuarenta, 2013.

Hoëne Wronski, Józef Maria, *Philosophie de l’infini*, París, Didot L’Ainé, 1814.

------------------------------------, *Philosophie de la technie algorithmique*, Paris, Didot L’Ainé, 1815.

Hobbes, Thomas, *The English works of Thomas Hobbes*, Vol. I, Londres, ed. por W. Malesworth, 1839.

---------------------, *The English works of Thomas Hobbes*, Vol. VII, Londres, ed. por W. Malesworth, 1845.

Houël, Jules, *Essai critique sur les príncipes fondamentaux de la géometrie élémentaire*, París, Gauthier-Villars, 1867.

Jones, Graham, y Roffe, Jon (eds.), *Deleuze’s philosophical lineage*, Edimburgo, Edimburgh University Press, 2009.

Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, trad. cast. de Mario Caimi, Buenos Aires, Colihue, 2009.

------------------, *Crítica de la facultad de juzgar*, trad. cast. de Pablo Oyarzún, Caracas, Monte Ávila Editores, 1991.

Kline, Morris, *Historia del pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, Madrid, Alianza, 1992.

----------------, *Mathemathics for the nonmatematician*, Nueva York, Dover publications, 1967.

Leibniz, G. W., *The early mathematical writings*, Chicago, The open court publishing company, 1920.

Lord, Beth, *Kant and Spinozism. Trascendental Idealism and immanence form Jacobi to Deleuze*, Londres, Palgrave Macmillan, 2011.

Marx, Karl, *El Capital*, T. I, V. I, trad. cast. de Pedro Scaron, Buenos Aires, siglo XXI, 2002.

Midgley, Nick, "Introduction to the translation", en Salomon Maimon, *Essay on transcendental philosophy*, Londres, Continuum, 2010, pp. ix a xiv.

Maimon, Salomon, *Lebensgeschichte*, Frankfurt, Insel Verlag, 1984.

----------------------, *Versuch über die Transzendentalphilosophie*, Hamburgo, Felix Meiner Verlag, 2004.

Newton, Isaac, "Tratado sobre la cuadratura de las curvas", en Newton, I. y Leibniz, G. W., *El cálculo infinitesimal*, Buenos Aires, Eudeba, 1977, pp. 69-92.

-----------------, *The mathematical principles of natural phylosophy*, Londres, ed. de Benjamin Motte, 1729.

Pascal, Blaise, *Oeuvres de Blaise Pascal*, París, Lefévre, 1819.

Poincaré, Henri, "Mémoire sur les courbes définies par une équation differentielle", en *Journal de mathématiques pures et apliquées*, 3° serie, tomo 7, París, Elsevier.

Pragacz, Piotr, "Notes on the life and work of Józef Maria Hoene Wronski", en *Algebraic Cycles, Sheaves, Shtukas and Moduli*, Warsaw, Birkhäuser Basel, 2008, pp. 1-20.

Renouvier, Charles, "Les labyrinthes de la métaphysique. L'infini et le continu: théorie de Leibniz", en *La criqtique philosophique. Politique, Scientifique, Littéraire*, 6° año, n° 31, 1876.

Riemann, Bernhard, *Oeuvres mathématiques*, París, Gauthiers Villars, 1898.

Robles, José Antonio, *Los escritos matemáticos de Georg Berkeley y la polémica sobre* El Analista, México DF, UNAM, 2006.

Rosenzweig, Franz, *Der Stern der Erlösung*, versión digital de la Universitätsbibliothek de Freiburg, 2002.

Simont, Juliette, *Essai sur la quantité, la qualité, la relation chez Kant, Hegel, Deleuze*, París, L'Harmattan, 1997.

Smith, Daniel, "Axiomatics and problematics as two modes of formalisation: Deleuze epistemology of mathematics", en Duffy, S. (comp.), *Virtual mathematics., The logic of difference*, Manchester, Clinamen, 2006., p. 145-168.

--------------, "Deleuze, Kant, and the theory of immanent Ideas", en Smith, D., *Essays on Deleuze*, Edimburgo, Edimburgh University Press, 2012, pp. 106-121.

Sokal, Alan, y Bricmont, Jean, *Imposturas intelectuales*, Barcelona, Paidós, 1999.

Sommers-Hall, Henry, *Hegel, Deleuze, and the critique of representation*, Nueva York, State University of New York Press, 2012.

Tasic, Vladimir, *Una lectura matemática del pensamiento posmoderno*, Buenos Aires, Colihue, 2001.

Walker, Ralph, "Kant and transcendental arguments", en Guyer, Paul (ed.), *The Cambridge companion to Kant and modern philosophy*, Nueva York, Cambridge University Press, 2006.

El cálculo trascendental

Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia

GONZALO SANTAYA

DELEUZE Y LAS FUENTES DE SU FILOSOFÍA **IV**

RAGIF EDICIONES

ISBN 978-987-46718-1-3

9 789874 671813