

Gonzalo Santaya

Interferencias Intellectuales

La onto(topo)logía de Gilles Deleuze



RAGIF
EDICIONES

Deleuze y las fuentes
de su filosofía IX

Gonzalo Santaya es Doctor, Licenciado y Profesor de Filosofía por la Universidad de Buenos Aires. Docente en la Universidad Nacional Guillermo Brown (UNaB) y la Universidad de Ciencias Empresariales y Sociales (UCES), y en otras instituciones secundarias y terciarias de Buenos Aires.

Es miembro de *la deleuziana* desde 2012. Sus investigaciones doctoral y posdoctoral, realizadas bajo la dirección de Julián Ferreyra y financiadas por el CONICET (entre el 2015 y el 2023), giraron en torno a la ontología y la filosofía política de Deleuze a partir de sus fuentes matemáticas y su herencia poskantiana.

Autor de *El cálculo trascendental* (2017); co-editor de *Deleuze y las fuentes de su filosofía V* (junto a Rafael Mc Namara, 2017) y *Deleuze: ontología práctica 3* (junto a Sebastián Amarilla y Georgina Bertazzo, 2021). Ha publicado artículos especializados en distintas revistas nacionales e internacionales, como *Ideas*, *Ágora*, *Kriterion*, *Universitas Philosophica*, *Areté*, *Revue de métaphysique et de morale*, y en todas las entregas de las colecciones de libros colectivos de *la deleuziana*.

Gonzalo Santaya

Interferencias Intelectuales

La onto(topo)logía de Gilles Deleuze



Deleuze y las fuentes de
su filosofía IX



Serie

Deleuze y las fuentes de su filosofía

Dirigida por JULIÁN FERREYRA

Títulos anteriores

2014, Ferreyra y Soich (eds.) – Volumen I
(La Almohada)

2015, Kretschel y Osswald (eds.) – Volumen II
(RAGIF Ediciones)

2016, Ferreyra (comp.) – Volumen III: *Intensidades deleuzianas*
(Ediciones La Cebra)

2017 (reed. 2023), Santaya – Volumen IV: *El cálculo trascendental*
(RAGIF Ediciones)

2017, Mc Namara y Santaya (eds.) – Volumen V
(RAGIF Ediciones)

2022, Ferreyra – Volumen VI: *Hegel y Deleuze: danza turbulenta*
(Ediciones La Cebra)

2022, Mc Namara – Volumen VII: *La ontología del espacio de Gilles Deleuze*
(RAGIF Ediciones)

2022, Osswald y Mc Namara (eds.) Volumen VIII: *El enigma de lo trascendental*
(RAGIF Ediciones)

2024, Ferreyra y Pachilla (eds.) Volumen X, *Deleuze, 1968-1980: continuidades y rupturas*, (RAGIF Ediciones)

Descarga gratuita

ragifediciones.com.ar

deleuziana.com.ar

Cuatro causas para leer a Deleuze con sus fuentes

por MATÍAS SOICH

Causa material: qué dice concretamente Deleuze sobre esa fuente.

Causa formal: con qué aspectos de su propia filosofía asocia Deleuze esa fuente.

Causa eficiente: qué dice concretamente esa fuente que suscita el interés de Deleuze.

Causa final: para qué leer a esa fuente con Deleuze.



Santaya, Gonzalo

Interferencias intelectuales. La onto(topo)logía de Gilles Deleuze

Buenos Aires: RAGIF Ediciones, 2026, pp. 532.

ISBN:

DISEÑO: Juan Pablo Fernández

CORRECCIONES: Mariano Gaudio

ILUSTRACIONES: Agustina Queijeiro

Volumen IX de la serie Deleuze y las fuentes de su filosofía,
dirigida por Julián Ferreyra

RAGIF Ediciones

ragifediciones.com.ar

DISPONIBLE EN ragifediciones.com.ar y deleuziana.com.ar

RAGIF Ediciones

DIRECCIÓN POSTAL: Paraguay 3745 3° B (1425) CABA – Argentina

ragif.com.ar

Santaya, Gonzalo

Interferencias intelectuales : la onto(topo)logía de Gilles Deleuze / Gonzalo Santaya ; Ilustrado por Agustina Queijeiro. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : RAGIF Ediciones, 2026.

Libro digital, PDF - (Deleuze y las fuentes de su filosofía ; 9)

Archivo Digital: descarga

ISBN 978-631-6784-03-2

1. Filosofía. I. Queijeiro, Agustina, ilustr. II. Título.

CDD 190



Esta edición se realiza bajo la licencia de uso creativo compartido o Creative Commons: "Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional". Está permitida la copia, distribución, exhibición y utilización de la obra, sin fines comerciales, bajo las siguientes condiciones: Atribución: se debe mencionar la fuente (título de la obra, autores, editorial, ciudad, año), proporcionando un vínculo a la licencia e indicando si se realizaron cambios.

Índice

Página 11	Referencias
Página 15	Introducción
Página 39	Primera parte: Aspectos matemáticos de lo virtual
Página 41	Introducción a la primera parte
Página 59	Capítulo I: Cálculo diferencial y estructura ideal: indeterminado-determinable-determinación
Página 65	I.I.- Breve reseña histórica del cálculo diferencial - I.I.1.- Antecedentes - I.I.2.- La sistematización de Leibniz - I.I.3.- La aritmetización del cálculo
Página 86	I.II.- Primer momento de la Idea: lo indeterminado - I.II.1.- Indeterminación y continuidad: el quantum y la quantitas - I.II.2.- Continuidad y límite: Bordas-Demoulin y Wronski
Página 96	I.III.- Segundo momento de la Idea: lo determinable - I.III.1.- La síntesis recíproca - I.III.2.- Síntesis recíproca y <i>Transzcendentalphilosophie</i> maimoniana
Página 111	I.IV.- Tercer momento de la Idea: la determinación - I.IV.1.- Potencia y serie de potencias - I.IV.2.- Wronski contra Hegel y Lagrange - I.IV.3.- Convergencia y divergencia de las series: los puntos singulares
Página 135	Interferencia #1: Relación diferencial en NP y AO
Página 140	Interferencia #2: El diagrama en F y MP

Página 145	Capítulo II: Lautman, Abel y Galois: dialéctica problemática y determinación progresiva
Página 150	II.I.- La influencia de Albert Lautman - II.I.1.- Idea dialéctica y realidad meta-matemática - II.I.2.- Esquemas de estructura y esquemas de génesis - II.I.3.- La doble naturaleza de la singularidad
Página 166	II.II.- La extensión deleuziana de la dialéctica: Idea y órdenes ideales
Página 174	II.III.- Círculo vicioso y revolución copernicana en la teoría de los problemas - II.III.1- Ilusiones dogmáticas: la confusión empírico-trascendental - II.III.2.- Círculo vicioso en el álgebra - II.III.3.- Álgebra y filosofía crítica: el paralelismo Lagrange-Fichte - II.III.4.- La revolución crítica en álgebra: el método de Abel
Página 195	II.IV.- La teoría de grupos de Galois: cuerpos de adjunción y discernibilidad progresiva - II.IV.1- Cuerpo, grupo, y resolución de ecuaciones quinticas - II.IV.2.- Adjunción y determinación progresiva en la Idea deleuziana
Página 222	Interferencia #3: La singularidad y el doble en F
Página 224	Interferencia #4: Cadenas de Markov en F
Página 229	Capítulo III: Riemann. La Idea como multiplicidad
Página 233	III.I.- Geometría euclidiana, no euclidiana, y diferencial - III.I.1.- De Euclides a Gauss - III.I.2.- Los fundamentos de la geometría, según Riemann - III.I.3.- La noción de magnitud continua de dimensiones múltiples - III.I.4.- Métrica y curvatura - III.I.5.- Aplicaciones físicas de la multiplicidad riemanniana
Página 266	III.II.- Deleuze: la multiplicidad como sustancia - III.II.1.- La Idea como multiplicidad n-dimensional definida y continua - III.II.2.- La multiplicidad en el empirismo trascendental - III.II.3.- Coexistencia de la Idea y perplicación

Página 294	Interferencia #5: Riemann, Husserl y Bergson
Página 300	Interferencia #6: Riemann y el espacio liso en MP
Página 307	Segunda parte: Aspectos matemáticos de la actualización
Página 309	Introducción a la segunda parte
Página 321	Capítulo IV: La física de las intensidades
Página 324	IV.I.- Síntesis asimétrica: tiempo, espacio, causalidad y sistema
Página 330	IV.II.- La disimetría como razón suficiente y la simetría como destinación: geometría, cristalografía, termodinámica
Página 342	IV.III.- Síntesis asimétrica y comunicación de series heterogéneas
Página 350	IV.IV.- Explicación e implicación: intensidad y génesis de cualidades y extensiones
Página 357	Interferencia #7: Implicación y explicación en SPE
Página 361	Capítulo V: Matemáticas intensivas: los tres caracteres de la intensidad
Página 363	V.I.- Primer carácter: lo desigual en sí y los tipos de número. Orden y distancia
Página 375	V.II.- Segundo carácter: afirmación de la diferencia e intuicionismo matemático (o la distancia en la línea recta)
Página 393	V.III.- Tercer carácter: envoltura y divisibilidad (o los dos “ceros” de la intensidad)
Página 407	Interferencia #8: Intuicionismo y ciencia menor en MP
Página 410	Interferencia #9: Meinong, Russel y el espacio liso en MP
Página 417	Capítulo VI: El complejo onto(topo)lógico de la indi-drama-diferen _c iación
Página 421	VI.I.- Breve reseña histórico-conceptual de la topología
	VI.I.1.- Algunos conceptos fundamentales de la topología conjuntista
	VI.I.2.- Topología combinatoria y algunos objetos topológicos célebres
	VI.I.3.- Singularidades, potenciales y catástrofes
Página 446	VI.II.- Diferen _c iación: potencialidad virtual y potencia intensiva

Página 454	VI.III.- Indi-diferen $\frac{t}{c}$ iación
	VI.III.1.- Individuación y expresión
	VI.III.2.- Individuación y pliegue
Página 472	VI.IV.- Indi-drama-diferen $\frac{t}{c}$ iación
Página 490	Interferencia #10: Topología en PLB
Página 495	Interferencia #11: El pliegue en F y QQP
Página 501	Conclusión
Página 517	Bibliografía

Referencias

Las obras de Gilles Deleuze citadas en este trabajo aparecen enumeradas a continuación. Cada una será resumida mediante la abreviación indicada:

NP: *Nietzsche et la philosophie*, París, PUF, 1962.

PCK: *La philosophie critique de Kant*, París, PUF, 1963.

B: *Bergsonisme*, París, PUF, 1966.

DR: *Différence et répétition*, París, PUF, 1968.

SPE: *Spinoza et le problème de l'expression*, París, PUF, 1968.

LS: *Logique du sens*, París, Minuit, 1969.

AO: *L'anti-Œdipe. Capitalisme et schizophrénie 1*, París, Minuit, 1972 (con Félix Guattari).

MP: *Mille Plateaux. Capitalisme et schizophrénie 2*, París, Minuit, 1980 (con Félix Guattari).

IM: *Cinéma 1. L'image-mouvement*, París, Minuit, 1983.

IT: *Cinéma 2. L'image-temps*, París, Minuit, 1985.

F: *Foucault*, París, Minuit, 1986.

PLB: *Le pli. Leibniz et le baroque*, París, Minuit, 1988.

P: *Pourparlers*, París, Minuit, 1990.

QQP: *Qu'est-ce que la philosophie ?*, París, Minuit, 1991 (con Félix Guattari).

D: *Dialogues*, París, Flammarion, 1996 (con Claire Parnet).

ID: *L'île déserte et autres textes. Textes et entretiens 1953-1974*, París, Minuit, 2002.

DRF: *Deux régimes de fous. Textes et entretiens 1975-1995*, París, Minuit, 2003.

LAT: *Lettres et autres textes*, París, Minuit, 2015.

CCI: *Cine I. Bergson y las imágenes*, trad. equipo Editorial Cactus, Buenos Aires, Cactus, 2009.

CFI: *El saber. Curso sobre Foucault. Tomo I*, Buenos Aires, Cactus, trad. P. Ires y S. Puente, 2013.

CFII: *El poder. Curso sobre Foucault. Tomo II*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2014.

CFIII: *La subjetivación. Curso sobre Foucault. Tomo III*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2015.

EF: *Exasperación de la filosofía. El Leibniz de Deleuze*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2006.

DII: *Derrames II. Aparatos de Estado y Axiomática capitalista*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2017.

En todos los casos —con excepción de los cursos editados por Cactus— la traducción será nuestra, pero indicaremos entre corchetes la paginación de la traducción española, cuyos datos editoriales están consignados al final (ver “Bibliografía”).

En cuanto a las otras obras en lengua extranjera citadas, la traducción es nuestra en todos los casos, salvo que se indique en nota a pie los datos de traducción.

Las generalidades de los ciclos en la naturaleza son la máscara de una singularidad que asoma a través de sus interferencias; y bajo las generalidades del hábito en la vida moral, volvemos a encontrar aprendizajes singulares. El terreno de las leyes debe ser comprendido, pero siempre a partir de una Naturaleza y un Espíritu superior a sus propias leyes, y que comienzan a entretejer sus repeticiones en las profundidades de la tierra y del corazón, allí donde las leyes ya no existen.

GILLES DELEUZE

Introducción

El pensador erra y teje su errancia, es no referenciado, en reposo y en movimiento, relativo y absoluto; relativo respecto de las redes que intercepta, comprendiendo las que constituye, consciente de —y viviendo en— el mundo de las interferencias.

MICHEL SERRES

Sean dos vibraciones heterogéneas propagándose en un medio. El medio es el espacio perturbado por la propagación de las ondas, que poseen a su vez un tiempo, un ritmo, una frecuencia. Su encuentro resulta en un fenómeno de interferencia que reconfigura el conjunto: las vibraciones se agitarán de otro modo, determinarán puntos desde los cuales podrán brotar otras ondas, resultantes del encuentro, de mayor o de menor intensidad que las ondas de base —esto dependerá de muchas cosas: su potencia, su ángulo, su disposición relativa en el momento encuentro... Ellas pueden incluso anularse mutuamente, en un fenómeno de interferencia destructiva: caso límite —acaso ideal— de dos tendencias de idéntico valor y dirección opuesta. Pero más interesantes son las interferencias constructivas, donde el resultado del encuentro es una onda de mayor intensidad, mayor amplitud, que perturba el medio de otro modo, propagándose con otro ritmo, dinamizando un nuevo espacio-tiempo.

Tal vez esto sea más que una feliz metáfora de los “buenos” y los “malos” encuentros que conforman o destruyen un sistema: los

fenómenos de interferencia se dan de hecho en todas partes. Ninguna cosa escapa al ruido de fondo sobre la que se monta su mundo. Incluso el “vacío” de los físicos está siempre ya poblado de ondas —luz, magnetismo, radiación, etc.— que tejen redes de interferencias más o menos sutiles. En todo caso, la operación del vacío es la de ignorar o desplazar el ruido aún más hacia el *fondo*, con el fin de destacar información valiosa para un sistema. De otro modo, ¿cuál podría ser el medio ambiente primero, independiente de (e imperturbable por) los fenómenos que se desarrollan en él? ¿No es acaso la propagación misma la que constituye y modifica continuamente el medio? Y, en ese caso, ¿hay *realmente* “vacío”, en tanto medio independiente de las fuerzas que lo “llenan” en una situación determinada? Y, recíprocamente, ¿hay ondas “puras”, independientes del medio, libres de todo ruido, de toda interferencia? ¿O bien, cada vibración supone ya muchas otras, y cada fuente emisora supone una multiplicidad de ondas, cortándose entre sí en sus distintas regiones? Lucrecio ofrecía la imagen de unos átomos cayendo en el vacío para introducir la idea del *clinamen*: definía el régimen turbulento en una arremolinada y colectiva producción de compuestos, por oposición al régimen laminar de los átomos en monótono movimiento rectilíneo, paralelo, individual, aislado, independiente e indiferente —en suma, improductivo. Acaso sospechaba, como nosotros ahora, que este último régimen no podía existir efectivamente, y que sólo era una imagen para ayudarnos a pensar eso que ocurre en un tiempo menor que el mínimo de tiempo continuo pensable: la génesis. En todas partes, el encuentro, la mezcla, el torbellino, la *interferencia es lo primero*.

El pensamiento es una vibración; por lo tanto, una multiplicidad de vibraciones (¿qué clase de pensamiento no se eleva, esforzada, efímera y precariamente, sobre el ruido de fondo, el murmullo anónimo de mil voces?). Deleuze y Guattari crearon el concepto de *plano de inmanencia* para caracterizar ese medio de propagación del pensamiento. Y si bien nunca hicieron de la figura de la interferencia —al menos en la letra— un concepto fundamental, sí la tuvieron en cuenta en algunos momentos

—fugaces, pero extremadamente sugerentes— de su monumental obra. En las últimas páginas de *¿Qué es la filosofía?*, donde el plano de inmanencia aparece como el espacio exclusivo del pensamiento filosófico, la ciencia y el arte se definen respectivamente en un plano de referencia y un plano de composición, y la junción de esos tres planos define el *cerebro* —no en tanto órgano cognitivo ni facultad de representar, sino como *espacio de coexistencia de esos tres modos de pensamiento*, en permanente lucha a la vez contra el caos y contra la opinión. Allí, *entre* esos planos o potencias cerebrales, se produce una serie de interferencias.

Escriben Deleuze y Guattari: “Un primer tipo de interferencia aparece cuando un filósofo intenta crear el concepto de una sensación, o de una función (por ejemplo, un concepto propio al espacio riemanniano, o al número irracional)”.¹ Se trata, dicen, de un tipo de interferencia *extrínseca*, porque la disciplina *interferente* (la filosofía, en el caso del ejemplo) permanece en su plano, en su elemento, mientras es interpelada por los elementos de la disciplina *interferida* (la matemática), en la cual ha detectado medios valiosos para auxiliarla en su labor (a saber, la creación de conceptos).

Pocas veces sentimos, como aquí, que es Deleuze quien escribe, tras un artículo indefinido que oculta la primera persona: “*un filósofo*” que intenta crear un concepto “propio al espacio riemanniano, o al número irracional”... Deleuze hizo de la multiplicidad, o variedad (noción matemática elaborada por Bernhard Riemann), su *leitmotiv*, al punto de definir a la filosofía —hacia el final de su vida— como “la teoría de las multiplicidades”² (y el número irracional, por su parte, no deja de tener una presencia determinante en su obra, bajo los conceptos recurrentes de *corte*, *límite*, *serie*, *convergencia* y *divergencia*).

Además de este primer tipo —extrínseco— de interferencias, el cerebro es torsionado por otras dos: intrínsecas e ilocalizables. Las

¹ QQP, p. 204 [218].

² D, p. 179 [51].

primeras se dan con el pasaje, el sutil deslizamiento, de un elemento de un plano a otro. Las segundas, con la relación fundamental que cada disciplina mantiene con su “negativo”, no-ciencia para la ciencia, no-filosofía para la filosofía; se trata de una relación del pensamiento, no con un “opuesto”, sino con su *afuera*, horizonte permanentemente atraído y desplazado en la creación y la espera de un “pueblo por venir”.³ La interferencia es allí mucho más que un momento accidental del pensamiento: adquiere un alcance ontológico y práctico fundamental, como lo hacía ya en las últimas páginas de *La imagen-tiempo*:

Para mucha gente, la filosofía no es algo que «se hace», sino que existe ya hecha en un cielo prefabricado. Sin embargo, la teoría filosófica es ella misma una práctica, así como su objeto. Ella es una práctica de los conceptos, y debe juzgársela en función de otras prácticas con las que ella interfiere. [...] *Es al nivel de la interferencia de varias prácticas que las cosas se hacen, los seres, las imágenes, los conceptos, todos los géneros de acontecimientos.*⁴

En este sentido, una subterránea *práctica de la interferencia* atraviesa toda la filosofía deleuziana, no sólo en la elaboración positiva de su discurso, sino en su concepción del mundo. Esta intuición se ve potenciada por el hecho de que la noción de interferencia es —o puede ser— efectivamente aplicada en casi cualquier ámbito del saber. La usan la psicología y la lingüística tanto como la física y la técnica. El jurista argentino Carlos Cossio definía el derecho como “conducta en interferencia intersubjetiva”.⁵ Gregorio Kaminsky definió en esos términos la actividad de lecto-escritura filosófica.⁶ Gabriel Catrén recurre

³ Sobre estos tipos de interferencia, cf. QQP, pp. 205-206 [219-220].

⁴ IT, p. 365 [370]; las cursivas son nuestras.

⁵ Cossio, Carlos, *El derecho en el derecho judicial*, Buenos Aires, Abeledo Perrot, 1959, p. 84.

⁶ “Buscado o no por el lector, el autor existe como tal porque vive atravesado en lo que escribe, acontecimiento de una singularidad que resuena en otras singularidades de autor-lector y, en su propagación, producen interferencia devenida escritura” (Kaminsky, Gregorio, *Escrituras*

a ella cuando asigna a la filosofía un papel *diagonalizante* entre los distintos modos del pensamiento:

Gracias a la filosofía como sistema de composición, los modos de pensamiento, lejos de erigirse en modos privilegiados de la experiencia, pueden coexistir, acordarse e *interferir constructivamente*. El sistema filosófico debe ser un *órganon* para multiplicar, expandir y componer las distintas formas posibles de auto-donación del campo de la manifestación.⁷

Puede resultar extraño un abordaje de las relaciones entre matemática y filosofía desde esta tesitura. Generalmente, la filosofía ha buscado en la matemática un medio de *depuración* antes que una fuente de interferencias. La tradición analítica constituye quizá el último y más acabado de esos intentos, a través de la alianza entre matemática y filosofía bajo el sello de la lógica formal, en un espíritu escéptico respecto a todo planteo metafísico y en estrecha afinidad con la investigación científica positiva —en particular, la física— como paradigma único y excluyente de comprensión de lo real. Pero esta tradición no es la única posible.

Más cercano a Deleuze en tiempo y en espacio, el filósofo e historiador de las ciencias Michel Serres elabora un proyecto enciclopédico para la ciencia de su tiempo —en la estela del *espíritu* bachellardiano y de un singular neo-leibnizianismo—, donde la noción de interferencia juega un papel central. Según Serres, si en apariencia asistimos a una situación de hecho en la cual las teorías, discursos y problemas científicos tienden a una hiper-especialización, que a menudo parece implicar una compartimentación insalvable, es posible también constatar —y la *tarea* de la filosofía de la ciencia es la de acompañar y motivar— la proliferación de técnicas de traducción, exportación, transporte y compatibilización entre los distintos campos del saber. Esta es la apuesta de una epistemología

interferidas. Singularidad, resonancias, propagación, Buenos Aires, Paidós, 2000, p. 13.)

⁷ Catrén, Gabriel, “De la filosofía como polifonía”, en *Nombres. Revista de filosofía*, año XX, n° 25, Córdoba, noviembre de 2011, pp. 88-89; cursivas nuestras.

pluralista, de la cual Serres se hace vocero, y que encuentra en acto incluso en las distintas ciencias “duras”, donde el sistema de objetos de referencia de cada una reenvía de distintos modos a otras ramas y otros sistemas, tejiendo una red de *inter-referencia*:

La cosa se verifica en el mismo interior de las matemáticas, donde las subdisciplinas están tan imbricadas que es difícil, en rigor, discernir una de ellas que pueda llamarse “autónoma”. Cada una se refiere a muchas otras; ella es, a su turno, referencia para las otras, de manera que la unidad, en realidad, reside en este juego complejo de lo referido y del referente, que llamaré, si se puede, “interferencia”. [...] De allí entonces que cada región sea la identidad del referente y del referido; y que, en general, la enciclopedia sea un juego inmenso y complejo de inter-ferecias continuas.⁸

Según esto, cada ciencia y teoría científica posee un sistema de referencia local y relativamente fijo en el universo los objetos a los que se dirige (y que ella misma vuelve, no sólo discernibles, sino efectivamente reales), pero todas ellas están a su vez minadas y contaminadas por interferencias que las conectan unas con otras mediante relaciones no localizables, variables, imprevistas, y que vuelven imposible la posición de un centro de referencia único y privilegiado, o de una “ciencia reina” (trastocando el sueño moderno de la *mathesis universalis*).

Desde este punto de vista, parece acertado lo que indican Deleuze y Guattari sobre la ciencia como un modo de pensamiento que instaura un *plano de referencia* capaz de actualizar un virtual, al

⁸ Serres, Michel, *Hermes II. La interferencia*, trad. Enrique Pagani, Buenos Aires, Almagesto, 2000, p. 58 (la edición francesa, a cargo de Minuit, es de 1972, y contiene algunos textos que Serres había presentado previamente; de hecho, uno de ellos es citado en AO, p. 287 [249]). Es sugerente, en esta línea, que tras definir a la filosofía como una “lógica de las multiplicidades”, Deleuze añada: “a este respecto, me siento cercano a Michel Serres” (P, p. 201 [233-234]). Y, en otro plano, más sugerentes aún nos parecen las sentidas palabras de Serres tras la muerte de Deleuze: “Perdí a mi mejor amigo el mes pasado, porque Deleuze era mi mejor amigo. Yo lo admiraba. Lo quería. De jóvenes estábamos muy separados. Juntos inventamos el término «amigos de vejez». [...] Somos un poco como hermanos. Creo que Deleuze es un geógrafo, y yo también lo soy.” (Kunzru, Hari, “Michel Serres Interview”, disponible en: <https://www.harikunzru.com/michel-serres-interview-1995/>).

establecer y describir una objetividad actual y fija mediante *funciones* que introducen un corte o un límite en la variación infinita del caos. Ese plano de referencia actual —espacio de una teoría científica dada— supone un fondo virtual caótico donde ninguna referencia subsiste, y frente al cual el pensamiento filosófico encuentra su espacio y su desafío propios: la tarea de dar una consistencia, *mediante conceptos*, a ese caos en variación continua infinita.⁹ No nos internaremos todavía en la especificidad de los ámbitos virtual y actual, y su interacción, que es el tema central de este libro. Digamos por ahora que, mientras que las funciones de las ciencias aíslan movimientos finitos en el seno del caos mediante sus referencias, los conceptos filosóficos buscan abordar ese espacio de interferencia que *hace posible* —entre otras cosas— la referencialidad de las ciencias y sus comunicaciones recíprocas. Hay inter-referencia actual entre las funciones de las ciencias porque, más profundamente, hay un espacio virtual de interferencia que disuelve y genera formas, y que los conceptos de la filosofía buscan apresar y expresar. Cabe señalar desde ahora que la noción de interferencia funcionará para nosotros más que como un marco teórico o una noción propia del ámbito de la epistemología. Se trata de una noción ontológica básica para describir el proceso de producción de lo real.

Este libro se centrará en el primer tipo de interferencia descrito en *¿Qué es la filosofía?* (interferencia extrínseca), y en el ejemplo citado, donde un filósofo (sí, Gilles Deleuze) construye sus conceptos en interferencia con ciertas proposiciones o funciones de la matemática (la multiplicidad riemanniana y el número irracional, pero también —lo veremos— el cálculo diferencial, la teoría de grupos, *la topología...*). Ciertamente, la matemática no es la única disciplina interferida por la potente caja de resonancias que conforma la obra deleuziana, donde cohabitan la historia de la filosofía, la física, el

⁹ Sobre la comparación del plano de referencia como espacio propio de las ciencias, y del de inmanencia como espacio de la filosofía, cf. QQP, pp. 111-112 [117-118].

psicoanálisis, la lingüística, la literatura, el cine y la pintura, la ética y la política. Sin embargo, quizá ninguna de estas prácticas presente interferencias tan significativas, a la hora de intentar construir una interpretación de sus conceptos ontológicos fundamentales, como la matemática. Nuestro objetivo es mostrar los pormenores de esa presencia determinante de la matemática en la principal obra ontológica de Deleuze, *Diferencia y repetición* (1968),¹⁰ y su continuación en la *Lógica del sentido* (el libro del 69, donde las fuentes y el uso de la matemática relevan y complementan la propuesta del libro del 68). Allí, la matemática aparece interferida desde distintos ángulos en el desarrollo de dos conceptos centrales: las singularidades y las intensidades.

*

En el panteón conformado por el canon de la filosofía occidental, la matemática aparece y reaparece como un pilar fundamental en las creaciones más originales, desde Pitágoras hasta Badiou, pasando por Descartes y Spinoza, Leibniz y Kant, Husserl y Bergson, Russell y Whitehead. Si pareciera que a la comunidad matemática profesional nunca, o rara vez, los debates filosóficos en torno al fundamento y al estatuto de los objetos matemáticos le fueron de algún interés, la filosofía al contrario parece no haber podido dar ninguno de los grandes saltos de su historia sino de la mano de la matemática. Sin embargo, en una mirada más cuidadosa, tampoco las grandes revoluciones de la matemática pueden

¹⁰ Que *Diferencia y repetición* tiene un lugar central en la construcción de sus conceptos fundamentales parece ser la opinión del propio Deleuze, cuando, en su prefacio a la traducción inglesa de ese libro (escrito en 1986), dice: “Luego de haber estudiado a Hume, Spinoza, Nietzsche, Proust, que me llenaban de entusiasmo, *Diferencia y repetición* fue el primer libro en que yo intentaba «hacer filosofía». Todo lo que he hecho a continuación se encadena con este libro, incluso lo que hemos escrito con Guattari (hablo por supuesto desde mi punto de vista)” (DRF, p. 280 [269]). No dedicaremos tiempo a un meta-discurso que justifique por qué hablar de una *ontología fundamental* deleuziana. Confiamos en que el mismo desarrollo de los conceptos de *Diferencia y repetición* (que es un libro que sostiene una tesis ontológica, a saber, la de la univocidad del ser), y las indicaciones presentadas sobre cómo estos resuenan y repercuten en distintos momentos de la producción deleuziana, bastarán para sostener esta postura.

aislarse de interferencias filosóficas (lo veremos para el cálculo diferencial leibniziano, pero también para las variedades de Riemann, para la topología de Poincaré y de Brouwer).¹¹

A diferencia de Pitágoras, para quien el orden del ser y el orden de los números se encontraban en una relación de completa isomorfía —por no decir de identidad estricta—, Platón (que sin embargo fue un continuador de su cosmovisión) matizaba esta relación, convirtiendo a los objetos matemáticos en *una parte* del ámbito de las esencias eternas, aunque una privilegiada desde nuestra perspectiva, pues ellos constituyen la propedéutica para elevarnos hacia aquel ámbito ideal.¹² Esta dignidad de la matemática es continuada en sus rasgos esenciales por el proyecto moderno de corte cartesiano, donde si bien ella aparece bajo el ropaje de un conjunto de *ideas innatas*, ostenta el modelo superior de un *método* para dar con la verdad, por el cual el proyecto científico de la modernidad podrá definirse como *mathesis universalis*. Spinoza y Leibniz heredan, cada uno a su modo, esta faceta del espíritu cartesiano —el uno en la extrapolación del método geométrico, el otro en su compromiso activo con el trabajo matemático efectivo, codo a codo con la ciencia de su tiempo. Kant introduce un quiebre tanto en la extrapolación del método geométrico a la filosofía, como en la concepción de los objetos matemáticos, convertidos por la revolución copernicana en un producto *sintético a priori* de la subjetividad trascendental. En este giro, la matemática sirve de paradigma para operar la síntesis de constructivismo, necesidad, subjetividad y universalidad, que constituye la filosofía trascendental. Pero también el intuicionismo de Kant, dominante en la cultura científica europea

¹¹ Para una concepción afín en espíritu sobre cómo los físicos que hacen ciencia efectiva necesitan de filosofía, cf. Rovelli, Carlo, “Physics Needs Philosophy. Philosophy Needs Physics”, en *Foundations of Physics*, n° 48, 2018, pp. 481-491. Agradezco a Federico Holik por señalarme este texto.

¹² Tal vez el mejor ejemplo de este ascenso está dado en *República* 522c-533e, donde el filósofo debe atravesar el estudio de la aritmética, la geometría plana, la estereometría, la astronomía y la armonía para llegar al estudio superior de la Dialéctica.

de la mano del paradigma newtoniano, se vio puesto en entredicho a partir del surgimiento de las geometrías no euclidianas.

En consonancia con este surgimiento, la matemática pasa al centro de la escena filosófica de fines del siglo XIX y principios del XX, en el debate en torno a sus fundamentos. Los contendientes: el logicismo de Frege y Russell —que funda a la matemática en el lenguaje lógico-formal, derivando en el movimiento positivista—, el formalismo de Hilbert —que la funda sobre la construcción de estructuras axiomáticas, de las cuales las distintas teorías matemáticas fungen como modelos—, y el intuicionismo de Brouwer —para quien la verdad matemática descansa sobre la construcción intuitiva en el sujeto que *hace* sus contenidos. Tendremos oportunidad, en diferentes momentos de este trabajo, de referirnos a estas corrientes, a través de las discusiones puntuales que Deleuze establece con cada una.¹³

Ciertamente, el espíritu deleuziano se inscribe en la tradición continental, y puntualmente, francesa. Las obras de Henri Poincaré, Gaston Bachelard, Léon Brunschvicg, Albert Lautman, Jean Cavailles y Charles Renouvier —por nombrar a algunos— fueron determinantes en la configuración de la escena intelectual francesa de la primera mitad del siglo XX, donde filosofía y matemática se encuentran bajo el signo de problemas metafísicos antes que de la lógica formal (y de hecho, en un anti-logicismo generalizado). Si bien no todos ellos son fuentes preponderantes en el curso de la obra deleuziana, algunas de sus tesis son retomadas en ella, más directa o más implícitamente. Pero Deleuze se inscribe decididamente en la tradición bergsoniana, y la relación entre Bergson y algunos de estos pensadores —especialmente Brunschvicg— no deja de estar teñida de polémicas. Tanto para Brunschvicg como para

¹³ Sobre el debate por el fundamento de las matemáticas del s. XX, y una presentación de estas tres corrientes, ver el reciente número de *Metatheoria. Revista de filosofía e historia de la ciencia* [en línea], Vol. 10, n° 2, Editorial de la Universidad Nacional de Tres de Febrero, 2020 (URL: <https://doi.org/10.48160/18532330me10.2>).

Bergson, sin embargo, la ciencia es conceptualizada como una *creación* original del espíritu humano, que no se confunde con la filosofía, y que encuentra su raíz remota en el proyecto crítico kantiano.¹⁴ La recepción deleuziana de Bergson se basa en una lectura en clave riemanniana, lo cual constituye una tesis osada, considerando que Bergson sostiene una crítica sistemática a todo intento de geometrización o numeración de la duración.¹⁵ Las fuentes de la tradición francesa más importantes para encuadrar la relación de Deleuze con la matemática son Albert Lautman y Jules Vuillemin. Tendremos ocasión, en los capítulos que siguen, de entrar en el detalle de la influencia de estos autores para las nociones deleuzianas de dialéctica, estructura, multiplicidad, problema, y crítica.

Los últimos grandes exponentes importantes para un intento por pensar la ontología *con* la matemática en Francia (además de Serres) son Alain Badiou y Quentin Meillasoux. El primero —en *El ser y el acontecimiento*— delimita la base de su planteo a partir de la radical afirmación de que la matemática pura *es* la ontología, es decir, que está en una relación inmediata con el discurso del ser en tanto ser, y que la pretensión de hacer ontología debe partir del conocimiento de la teoría de conjuntos, en tanto “lenguaje universal para todas las ramas de las matemáticas”,¹⁶ y en tanto ciencia viva contemporánea a las reflexiones

¹⁴ Sobre las diferencias y proximidades entre Brunschvicg y Bergson —y sobre cómo sus ideas centrales en torno a la epistemología se encuentran ancladas en distintos momentos de la filosofía kantiana—, cf. Worms, Frédéric, “Between Critique and Metaphysics. Science in Bergson and Brunschvicg”, en *Angelkai: Journal of the Theoretical Humanities*, n° 10:2, 2005, pp. 39-57. La obra fundamental de Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique* (1912) será retomada más adelante en algunos puntos de resonancia y de posible discusión implícita por parte de Deleuze. Para la relación entre las ideas sobre la ciencia de Bachelard y Deleuze, cf. Williams, James, “Science and Dialectics in the Philosophies of Deleuze, Bachelard and De Landa”, en *Paragraph*, vol. 29, n° 2, 2006, pp. 98-114.

¹⁵ Un artículo reciente de John Paetsch se dedica a mostrar cómo Deleuze puede usar la multiplicidad riemanniana para leer a Bergson sin convertir la duración en una multiplicidad de términos exteriores. Cf. Paetsch, John, “Illicit Continuities: The Riemannian Monstrosity at the Heart of Deleuze’s Bergsonism”, en *Deleuze and Guattari Studies*, vol. 12 (3), 2018, pp. 336-352.

¹⁶ Badiou, Alain, *El ser y el acontecimiento*, trad. Raúl Cerdeiras, Alejandro Cerletti y Nilda Prados, Buenos Aires, Manantial, 2007, p. 51. Badiou y Deleuze sostuvieron un extenso debate epistolar durante dos años sobre este tema específico, que lamentablemente no ha visto la luz pública. Cf.

badiouanas. Ahora bien, Deleuze (que discute con Badiou en torno a este punto) no sólo critica específicamente la lógica conjuntista,¹⁷ sino que no aceptará la ecuación “ontología = matemática”, por cuanto ambas remiten, según él, a planos heterogéneos del pensamiento —si bien estos planos no están exentos de *interferencias* locales y circunstanciales, variables según los problemas y teorías existentes en cada una en el momento de su encuentro.

Afirmar esto implica que, sin importar cuál sea el corte histórico considerado, ninguna teoría científica —matemática o no— puede constituir el discurso del ser en tanto ser, y que, en todo caso, sólo la actividad o la *práctica* productivas, fruto del entrecruzamiento interferente de diversas teorías —matemáticas y no-matemáticas— vigentes en un corte determinado, podría aspirar a hacerlo. En este sentido, la ontología, que según Deleuze sólo consta de *una* proposición (“el Ser es unívoco”)¹⁸ realizaría necesariamente sus conceptos de múltiples modos en función de las relaciones variables entre las fuerzas vivas de una época (entendiendo por esto los distintos dominios de racionalidad o regímenes de expresión vigentes en ella), y un *afuera* que las fuerza permanentemente más allá

Dosse, François, Gilles Deleuze & Félix Guattari. *Biographie croisée*, París, La découverte, 2007, pp. 434-435. Respecto a la crítica de Badiou a Deleuze y a una posible respuesta que podría esbozarse desde la misma, puede verse Smith, Daniel, “Badiou”, en Smith, Daniel, *Essays on Deleuze*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2012.

¹⁷ Sobre la discusión con Badiou, cf. QQP, pp. 143-144 [152-154]; sobre la crítica a la teoría de conjuntos como dependiente de la lógica representativa, cf. DR, p. 231 [272]. Pero quizá la principal crítica deleuziana a la lógica conjuntista esté dada en el primer capítulo de *La imagen-movimiento*, donde caracteriza el encuadre en el cine como la composición de un *conjunto* de elementos que pueden considerarse a su vez como subconjuntos, remitiendo cada cuadro a un “fuera de cuadro” como a otros tantos conjuntos en los que el cuadro, ahora en tanto elemento, podría insertarse. Este encajonamiento de cuadros no podría dar cuenta de su propia lógica sino remitiendo a una *totalidad virtual*, como “el hilo que atraviesa los conjuntos” (IM, p. 29 [34]) y que impide un hipotético conjunto “de todos los conjuntos”. En este sentido, Deleuze parece encontrar en lo virtual una vía de escape a las paradojas de la teoría de conjuntos, que sólo pueden formularse dentro de la representación. La lógica de lo virtual (como veremos en nuestro Capítulo III), obedece a la noción riemanniana de “multiplicidad continua”, que se distingue *avant la lettre* de la de “conjunto” de Cantor.

¹⁸ Cf. DR, p. 52 [71].

de sí mismas. Es así que una lógica de las interferencias es inseparable de una concepción de la filosofía como “teoría de las multiplicidades” y “práctica de las interferencias”, e irreducible a toda lógica simplista de “lo Uno” (como Badiou intenta leer en Deleuze).¹⁹

Meillasoux, en la vanguardia de la corriente realista especulativa contemporánea, presenta a la matemática como el medio para definir un criterio de objetividad fuerte: toda propiedad de un objeto definible matemáticamente es una “*propiedad del objeto en sí*”.²⁰ Con esto, Meillasoux no pretende un retorno al realismo ingenuo pre-crítico de las propiedades primarias y secundarias, sino la erección de un lenguaje que sea inmediatamente revelador de la objetividad de un objeto y se confunda con ella, superando el “correlacionismo” propio a todo el pensamiento “pos-crítico” — dado por la incapacidad de presentar una caracterización del pensamiento y del ser *como tales*, fuera del marco de su *correlación*. Con respecto a esto, creemos que Deleuze posee las herramientas para eludir o superar este planteo —incluso cuando abreva explícitamente en las tradiciones spinozista, leibniziana y kantiana. Por un lado, porque, de acuerdo con su propuesta, los modos de determinación de objetividad de la matemática están en permanente transformación; por otro lado, porque *aquello* que potencia esa transformación es el índice de una forma superior de la objetividad, la objetividad de lo virtual, que se condensa en *problemas*, por los cuales *el ser y el pensar devienen uno en el punto extremo de su diferencia, de su relación “sin relación”, o su correspondencia sin semejanza*. En este sentido, las propiedades matemáticamente expresables no constituyen una realidad última ni una objetividad fuerte en sí mismas, sino una enunciación determinada en el contexto de un dominio de racionalidad.

¹⁹ Esta es la tesis principal de su obra *El clamor del ser* (trad. Dardo Scavino, Buenos Aires, Manantial, 1997), y también en su artículo “Uno, múltiple, multiplicidad(es)”, trad. R. Cerdeiras, en *Acontecimiento*, año XIV, n° 27, Buenos Aires, junio 2004, pp. 21-39.

²⁰ Meillasoux, Quentin, *Après la finitude. Essai sur la nécessité de la contingence*, París, Seuil, 2006, p. 16, traducción propia.

Si bien la recepción y el uso que Deleuze hace de la matemática no se alinean con ninguna de las posturas que, con suma velocidad, venimos de mencionar, lo cierto es que elementos y argumentos presentes en casi todas ellas intervienen positivamente en su construcción conceptual. Deleuze opera en cada caso una selección cuidadosa de los elementos que abonan esa construcción, así como de aquellos con los que se ve obligado a explicitar su divergencia. Así, lo veremos por un lado adoptar y por el otro criticar ciertos aspectos de las diferenciales leibnizianas (capítulo I), de la axiomática de Hilbert (cap. II), del uso husserliano y bergsoniano de la noción de “multiplicidad” (cap. III), del intuicionismo brouweriano y la noción de distancia de Meinong y Russell (cap. V). Si en ningún caso su posición llega a identificarse con las antedichas, es porque ninguna de ellas evade completamente las falsas alternativas en las que la lógica de la representación sume al pensamiento filosófico. “Lo que siempre se nos escapa es el elemento extra-proposicional o sub-representativo expresado en la Idea por la diferencial, bajo el modo preciso del problema”.²¹ Pensar ese impensable, situándonos en el *borde* paradójico que separa —y articula— matemática y filosofía, será nuestro desafío constante.

Dicho todo esto, es preciso señalar una afinidad especial de Deleuze con una de las corrientes antedichas: la filosofía trascendental —en sus vertientes kantiana, poskantiana y neokantiana. Nuestro filósofo retoma elementos de esta tradición, en abierta (y a menudo, también velada) discusión, para modular progresivamente los caracteres de su *empirismo trascendental*. La doctrina de las facultades, el concepto de esquematismo y el proyecto de una dialéctica de las Ideas problemáticas como foco regulativo de la experiencia, son motivos kantianos que Deleuze retoma y adecúa a su filosofía, buscando eliminar de ellas todo resabio de *subjetividad*. En este debate con Kant, convergen los nombres de Maimon, Fichte, Hegel, Schelling, Novalis y

²¹ DR, p. 231 [272].

Hermann Cohen. En la obra de todos esos autores, la matemática interviene más o menos directamente, ya no como la fuente de un *método*, ni de un núcleo de verdades innatas dadas en el alma humana —distanciándose del racionalismo clásico de corte cartesiano—, sino como un modelo ejemplar para pensar filosóficamente la posición racional de la verdad científica. Desde su centralidad para determinar el concepto de “juicio sintético *a priori*” —base de la *Crítica*—, hasta las profundas reflexiones del infinito en Hegel, la matemática interfiere en la filosofía trascendental. Ahora bien, lejos de contentarse con la empresa kantiana de fundamentar la experiencia *posible*, Deleuze pretende pensar las condiciones genéticas de la experiencia *real*; y no contentándose —para determinar estas condiciones— con un modelo de la dialéctica que procede por negación, la reformula en términos *diferenciales y afirmativos*. El propio Deleuze planteaba, en su libro más “anti-dialéctico” (*Nietzsche y la filosofía*, de 1962), la tarea “realmente crítica” de la filosofía en términos de un proyecto interferido por la matemática, y más precisamente, por la *topología* —tanto contra la dialéctica hegeliana como contra el trascendentalismo kantiano:

El concepto de verdad no se determina sino en función de una tipología pluralista. Y la tipología comienza por una topología. Se trata de saber a qué *región* pertenecen tales errores y tales verdades, cuál es su *tipo*, *quién* las formula y concibe. Someter lo verdadero a la prueba de lo bajo, pero también someter lo falso a la prueba de lo alto: esa es la tarea realmente crítica y la única manera de reconocerse en la «verdad».²²

Pasada por el tamiz nietzscheano, la recuperación de la empresa crítica —como actividad inmanente de autoafección, que supone ante todo un *pliegue diferencial* del ser sobre sí mismo— implica la impugnación de toda posición última de “verdad”. Desde este marco, tentativas como las de Badiou o Meillasoux (en cuanto a sus

²² NP, p. 120 [149].

críticas al deleuzismo) deben ser revisadas: no hay “ciencia reina”, no hay un lenguaje privilegiado para la *expresión de lo real*, de la *verdad*, del ser del ente, sino sólo las topologías variables del pensamiento de un espacio cerebral contorsionado por sus propias creaciones, que se enmaraña dinámicamente sobre sí mismo, que se configura de diversos modos según sus movimientos, y que (se) constituye (en) una red de interferencias donde toda posición de claridad y evidencia supone previamente el ruido de fondo y las potencias de lo falso.²³

*

Nuestro problema, entonces, se ubica en los cruces que Deleuze establece en su propia obra con nociones matemáticas, bajo la idea de que estos cruces interfieren constructivamente en la creación de los conceptos centrales de su proyecto filosófico fundamental, el empirismo trascendental (tal como este es presentado en *Diferencia y repetición* y la *Lógica del sentido*). La naturaleza de esas interferencias es tal que, en la letra deleuziana, captamos sus resultantes, pero no la profundidad de los elementos de las ondas de base, de las vibraciones interferentes en cada caso: las *fuentes*. Trabajándolas, pueden develarse los puntos de inspiración (a menudo muy opacos) que Deleuze recoge de las diferentes prácticas interferidas por su creación de conceptos.²⁴ Nuestras reconstrucciones de no-

²³ Sobre la impugnación de la matemática como ciencia reina y como criterio privilegiado para pensar la objetividad, cabe también criticar el libro de De Landa, Manuel, *Intensive Science and Virtual Philosophy*, Londres, Continuum, 2002. Si bien esta obra goza el privilegio de ser pionera en el área en la elucidación de las relaciones entre la ontología deleuziana y la matemática, lo cierto es que traiciona el espíritu de esta ontología —que sin embargo pretendía explicar—, al acotar su dominio de validez y aplicabilidad solo a sistemas dinámicos definibles mediante ecuaciones diferenciales. Se reduce así el plano de lo virtual a un lenguaje científico determinado, impugnando dimensiones de la ontología a las que Deleuze da la mayor importancia (al respecto, ver por ejemplo el rechazo de De Landa a incluir la “Idea social” en sus consideraciones sobre la ontología deleuziana; cf. *ibíd.*, p. 178).

²⁴ Este libro sigue el método de las “cuatro causas” ideado por Matías Soich (y que vertebra la colección *Deleuze y las fuentes de su filosofía*): qué dice Deleuze concretamente sobre una fuente, con qué aspectos de su filosofía la vincula, qué hay *en* la fuente que despierta su interés, para

ciones matemáticas perseguirán la claridad expositiva y distarán de estar a la altura de su rigor técnico. No pretendemos —tampoco Deleuze— hacer ningún aporte directo a la matemática, sino mostrar la potencia de una filosofía que trabaja en interferencia con ella, haciendo un uso *anexacto* de la misma.²⁵ Sí pretendemos recuperar los movimientos subterráneos que asoman tímidamente en las interferencias matemáticas deleuzianas, con el fin de exponer sus conceptos en toda su deuda con esos movimientos. Y en este sentido, cabe evocar otra enseñanza de Serres: el trabajo de “ir a las fuentes” tiene por fin remontar la entropía, la pérdida de potencia que un conjunto de ideas sufre merced a su propagación en el espacio-tiempo. No se trata de recuperar un supuesto “sentido originario”, sino poner en acto la fuerza de multiplicación de conexiones, la potencia de metamorfosis de la obra comentada. En este sentido, el retorno a la fuente de todo comentario filosófico que pretenda ser fecundo debe estar atento al “debilitamiento continuo de una idea por comunicaciones sucesivas”,²⁶ y procurar luchar contra él.

Los problemas que Deleuze aborda mediante el uso de nociones matemáticas no son matemáticos, ni tampoco los conceptos nacidos de este uso, sino específicamente filosóficos (afirmar la especificidad

qué introducir esa fuente en una lectura deleuziana. Estas preguntas guían subrepticamente todas las fuentes comentadas en estas páginas. Por otra parte, Simon Duffy señala un método similar para una reconstrucción de la filosofía deleuziana a través de la historia de sus fuentes matemáticas: se trata de discernir entre “linajes” de pensadores que han abordado problemáticas filosóficas desde distintas perspectivas, luego ponerlos en relación con linajes de problemas filosóficos con los que resuenan, para, finalmente, red desplegar los rasgos de estos linajes que entran directamente en el proceso deleuziano de creación conceptual (cf. Duffy, Simon, *Deleuze and the History of Mathematics. In Defense of the New*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2013).

²⁵ “Cada filosofía debe conquistar su manera de hablar de las ciencias y de las artes, cómo establecer alianzas con ellas. [...] La filosofía no puede hacerse independientemente de las ciencias y las artes” (DRF, pp. 281-282 [270]). En esta conquista, Deleuze dice hacer un uso “anexacto” de la ciencia, utilizando nociones que poseen un sentido “inexacto y sin embargo absolutamente riguroso, de las cuales los científicos no pueden prescindir, y que pertenecen por igual a los científicos, a los filósofos y a los artistas. Se trata de darles un rigor que no es exactamente científico, y tal que, cuando un científico llega a ellas, deviene filósofo, o artista” (P, p. 43 [49-50]).

²⁶ Serres, Michel, *La comunicación. Hermes I*, trad. R. Páez, Buenos Aires, Almagedo, 1996, p. 31.

de unos dominios no implica negar un rol genético a la interferencia). Así, mientras que las diferentes teorías matemáticas se dirigen cada una a un determinado *plano de referencia*, limitado por la consideración de determinados objetos *actuales* que constituyen su elemento (y que sólo pueden ser referidos desde las funciones y proposiciones de esa ciencia que los crea), los conceptos filosóficos se dirigen al plano de inmanencia, como al Absoluto que *intersecta todos los planos*, e intentan apresar esa multiplicidad caótica sin perder la infinitud de sus variaciones. Más allá de la inter-referencia de las diversas teorías actuales, las unas relativamente a las otras, la lógica de lo virtual como espacio de *interferencia* exige la producción de conceptos a la altura de ese Absoluto, y la intervención de la matemática en la producción de esos conceptos ya no puede ser juzgada desde los criterios de validación propios de la matemática efectiva. Esto ya lo afirmaba —según Deleuze— Spinoza, explicando que, en el estudio de su Sustancia, el método geométrico superaba sus limitaciones inherentes: “si la filosofía es susceptible de un tratamiento matemático es porque *las matemáticas encuentran en la filosofía la supresión de sus límites ordinarios*”.²⁷ En sentido estricto (lo veremos en ocasión de la recepción deleuziana de Lautman), toda teoría y lenguaje matemáticos suponen un núcleo virtual problemático —pre-representativo, pre-teórico y meta-matemático— por el cual son impulsados más allá de sí mismos, hacia nuevas teorías y lenguajes. Esto se da necesariamente al interior de la *práctica material* de los ejercicios de escritura y experimentación matemática, y gobierna la “evolución” que es el objeto de su historia. Pero en la interferencia extrínseca, las teorías y lenguajes matemáticos, en un corte preciso de su historia, ofrecen medios de expresión que superan su uso interno al campo disciplinar específico; estos medios de expresión serán red desplegados en la construcción de conceptos de un sistema de filosofía trascendental que se plantea como problema explicar la *génesis de la experiencia real* —en toda la riqueza de sus variedades y potencialidades.

²⁷ SPE, p. 17 [18]; cursivas nuestras.

Finalmente, así como múltiples fuerzas interfieren constituyendo el medio de propagación del pensamiento deleuziano, *este medio interfiere a su vez consigo mismo*, creando un espacio de resonancia interna donde distintas fuentes, conceptos, argumentos e imágenes son recuperados desde distintos puntos. Si bien es posible poner el acento en una clasificación por *etapas* de la obra deleuziana, también es posible una lectura que se centre en sus continuidades.²⁸ Nuestro trabajo de reconstrucción de fuentes y argumentos se centrará en *Diferencia y repetición* y *Lógica del sentido*, pero este desarrollo estará minado de *interferencias intra-deleuzianas*, entendiendo: referencias a otros momentos de su obra que resuenen con los relevados en sus libros del 68 y 69. Mostraremos así algunas de las conexiones posibles entre conceptos de distintos períodos, donde una continuidad de espíritu —como unidad del plano de inmanencia deleuziano— se anuncia en los temas y fuentes que esa producción aborda.

*

Una de las más elocuentes muestras de esa continuidad de espíritu del proyecto deleuziano está dada por un vistazo a sus últimos escritos: “La inmanencia, una vida...” y —no tan célebre, pero no menos importante— “Lo actual y lo virtual”. En la compilación *Dos regímenes de locos*, David Lapoujade señala que estos textos formarían parte de una obra sobre conjuntos y multiplicidades, que pretendía

²⁸ Respecto a una lectura *continuista*, como la que planteamos aquí de la obra deleuziana en relación al uso de las matemáticas, puede verse el artículo de Daniel Smith (cf. Smith, Daniel, “Axiomatics and problematics as two modes of formalization: Deleuze’s epistemology of mathematics”, en Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The Logic of Difference*, Londres, Clinamen Press, 2006, pp. 145-168). Una lectura contraria es la de Dumoncel, quien distingue dos períodos en la recepción deleuziana de las matemáticas: uno basado en la noción de simulacro, otro en la de morfogénesis (cf. Dumoncel, Jean-Claude, “Gilles Deleuze et les deux voies d’une mathématisation de la métaphysique”, en Jdey, Adnen (ed.), *Gilles Deleuze. Politiques de la philosophie*, Ginebra, Metis Presses, 2015, pp. 103-123). Intentaremos mostrar que tanto la lógica del simulacro (propia de la producción deleuziana de los 60) aborda directamente la cuestión de la morfogénesis, así como también que la “etapa morfogenética” (que Dumoncel emplaza en la década del 80) remite a los desarrollos más tempranos de Deleuze.

“profundizar en el concepto de lo virtual, sobre el cual estimaba haberse explicado poco”.²⁹ En efecto, lo virtual, con sus singularidades preindividuales y su proceso de actualización hacia una individuación constituida, son los conceptos centrales que ese Deleuze tardío retoma luego de más de veinticinco años de la publicación de *Diferencia y repetición*, donde pretendía establecer un pensamiento regido por la diferencia liberada de toda forma de identidad. “Ni particularidades empíricas, ni universal abstracto: Cogito para un yo disuelto. Creemos en un mundo donde las individuaciones son impersonales, y las singularidades, preindividuales”.³⁰ Deleuze postulaba allí como “noción total” el complejo de la “indi-drama-diferen $\frac{t}{c}$ iación”,³¹ que reunía en un mismo movimiento la lógica de la diferencia —la diferencia en una estructura *virtual*, potencial, genética— y la de la diferencia —la diferenciación de lo virtual en cualidades y extensiones constituidas, efectivamente existentes, *actuales*— a través de su expresión y actualización bajo la acción de *intensidades individuantes e impersonales*. El detalle de ese movimiento se define en una exploración de diferentes aspectos de la noción (topológica y diferencial) de *multiplicidad*.

En “Lo actual y lo virtual”, este concepto reaparece en un lugar principal: “La filosofía es la teoría de las multiplicidades. Toda multiplicidad implica elementos actuales y elementos virtuales. No hay objeto puramente actual. Todo actual se rodea de una neblina de imágenes virtuales”.³² Lo virtual rodea a lo actual *como neblina*, cargándolo de potenciales que lo comprometen en nuevos procesos de *actualización* que modifican lo actual ya dado. Esos procesos se co-implican en la multiplicidad, entendida

²⁹ Lapoujade, David, nota a pie en DRF, p. 359 [347]. “La inmanencia, una vida...” figura en DRF, pp. 359-363 [347-351], mientras que “Lo actual y lo virtual” fue publicado en D, pp. 179-185. Cabe recalcar que Deleuze se embarca en la escritura de este proyecto luego de su extensa correspondencia con Badiou centrada en la discusión acerca de matemática, conjuntos, filosofía y multiplicidades.

³⁰ DR, pp. 3-4 [18].

³¹ DR, p. 317 [368].

³² D, p. 179 [51].

como *plano de inmanencia*. “El plano de inmanencia comprende a la vez lo virtual y su actualización, *sin que pueda haber un límite asignable entre ambos*. [...] La actualización del virtual es la singularidad, mientras que lo actual mismo es la individualidad constituida. Lo actual cae *fuera* del plano como fruta”.³³

Esta “caída fuera” del plano está precedida por un proceso de *maduración* (o *actualización*), donde se juega la diferenciación de la diferencia, y por el cual lo virtual y lo actual se modifican mutuamente en la formación de individuaciones diversas. Lo actual constituye la identidad empírica; lo virtual, la diferencia trascendental. Lo actual cae fuera *como fruta*, pero lo virtual insiste en una permanente acción de *maduración* de lo actual, rodeándolo *como neblina* y condensándose en él. El fruto, a su vez, no carece de *semillas* que comprometen a lo actual en nuevos procesos de actualización, donde el virtual se modifica, y con él, la actualización entera. Por eso, todo se juega en el *medio*, en el proceso, y no en sus polos, que en sí mismos carecen de sentido y de contornos claros.

¿En qué medida la exploración de las fuentes matemáticas deleuzianas es necesaria para una caracterización cabal de esta ontología, que sólo parece precisar de ellas local y esporádicamente? Este es el problema que despertó esta investigación. Contra las intuiciones iniciales de quien escribe, la respuesta se fue revelando más y más inexorable: la matemática es necesaria, y está presente incluso cuando no está explícitamente presente. A través de una serie variada de interferencias matemáticas, Deleuze elabora o ilustra los conceptos básicos de todos los planos de su empirismo trascendental, y la interacción entre ellos. Esto no significa que la matemática *es* ontología, sino que ella es una fuente de elementos expresivos provistos de una potencia de la cual la ontología no puede prescindir.

Sostendremos, como *tesis central*, que la naturaleza de lo virtual y la dinámica de su proceso de actualización son pensadas por

³³ D, pp. 180-181 [53]; cursivas nuestras.

Deleuze, desde la década de los 60, a partir de distintas nociones *topológicas*. El acto de la *expresión*, por el cual las intensidades individuantes encarnan y llevan a lo virtual a su actualización, puede pensarse como un movimiento topológico y morfogénico de *plegado*, que constituye el proceso fundamental del campo trascendental. Si, por un lado, los individuos actuales constituidos (cualificados y extensos) “caen fuera del plano”, por otro lado, el plano continúa plegándose de diversos modos, replegándose y generando por ello figuras (cualidades y extensiones) siempre otras. El pliegue constituye la repetición de la diferencia, y a través de él, el Ser se redistribuye en cada una de sus individuaciones. Intentaremos mostrar cómo todas las nociones matemáticas utilizadas se orientan a sentar las bases para definir ese proceso onto-topológico de la expresión. En este proceso, la imagen virtual que rodea a todo actual como su *doble*, es condensada e interiorizada por un *doble*, un pliegue que efectúa la actualización de un sistema. Si el doble produce un cierre relativo, o una frontera constitutiva de una interioridad y de un conjunto de propiedades actuales, el sistema no deja de estar abierto a un *afuera* que lo des-fonda y lo fuerza a replegarse y re-constituirse como otro de sí. De ahí la *continuidad* del adentro y el afuera que signa la topología del pensamiento deleuziano.³⁴

Pretendemos mostrar que toda esa dinámica onto-topológica del pliegue es el eje principal del empirismo trascendental deleuziano; un modo de pensamiento que intenta romper con la lógica de la representación. La representación de los objetos espacio-temporales requiere el establecimiento de una *métrica* que permita compararlos bajo un patrón de

³⁴ Para una breve y bella caracterización de esta dinámica adentro-afuera, ver Zourabichvili, François, “Approche du couple dedans-dehors chez Deleuze”, en *Universitas Philosophica*, 37(74), 2020, pp. 253-265. Esa topología, elocuentemente ilustrada por la cinta de Möbius, anima diferentes producciones teóricas recientes en nuestro país, no solo restringidas al dominio de los estudios deleuzianos. Cf. Schoenle, Anabella, “Acontecimientos: el juego de las singularidades”, en Amarilla, Sebastián, Bertazzo, Georgina, y Santaya, Gonzalo, *Las potencias del continuo. Deleuze: ontología práctica* 3, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2021, pp. 31-44; Vilela, Nicolás, *Comunología. Del pensamiento nacional al pensamiento de la militancia*, Buenos Aires, Cuarenta Ríos, 2021, en particular p. 187; y, especialmente, Mc Namara, Rafael, *La ontología del espacio de Gilles Deleuze*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2022, en particular p. 316.

relación constante: para ella, los instantes son unidades homogéneas pero separadas, que se suceden en una misma “línea” del tiempo, y el espacio coexiste consigo mismo como un “continente” homogéneo tridimensional. Desde esa óptica, se pierde el proceso de actualización, el juego de las intensidades y las singularidades, donde una *espacialidad* y una *temporalidad* genéticas, diferenciales, heterogéneas en todas sus “partes”, son el objeto de una sensibilidad, una memoria, una imaginación y un pensamiento trascendentales, que exceden, constituyen —y a la vez modifican— la mismidad o estabilidad de lo empírico. Mediante sus fugaces, oscuras y a menudo implícitas referencias a la matemática a lo largo de su obra, Deleuze teje progresivamente una descripción de esa espacialidad y esa temporalidad complejas.

*

Vamos a dividir nuestro recorrido en dos partes principales, cada una de las cuales se divide a su vez en tres capítulos. La primera parte se dedica a reconstruir los aspectos matemáticos de lo virtual; la segunda parte, los aspectos matemáticos de la actualización. El primer capítulo (primera parte) introduce la lógica de funcionamiento de la Idea deleuziana, definida a través del cálculo diferencial. El segundo capítulo recorre la noción deleuziana de una *dialéctica* ideal, entendida como una teoría de los *problemas*, en tanto razón suficiente de los objetos empíricos y de los dominios de racionalidad científicos que constituyen interpretaciones del mundo; en estas reflexiones, Deleuze introduce interferencias fundamentales de la filosofía matemática de Albert Lautman, y de las teorías de Abel y Galois sobre ecuaciones algebraicas. El tercer capítulo recorre la inmensa influencia de la noción riemanniana de multiplicidad en la filosofía de la diferencia. Con esto, la “mitad virtual” de la diferencia aparecerá bajo tres aspectos interdependientes, centrales para el planteo *dialéctico* del empirismo trascendental: determinación, tiempo y espacio virtuales.

El cuarto capítulo (segunda parte) releva los elementos físicos y geométricos a través de los cuales Deleuze construye su concepto de la intensidad: la teoría de la simetría y su aplicación en cristalografía y termodinámica. El quinto, los elementos específicamente matemáticos del concepto de intensidad: la teoría de los números ordinales y cardinales, de las magnitudes vectoriales y escalares, la definición intuicionista del continuo y su noción de distancia. Estos conceptos exploran el aspecto *estético*, con la intensidad como fuerza constituyente de espacio-tiempos efectivos. El último capítulo desarrolla la “noción total” de indi-drama-diferen^t_ciación, mostrando cómo los diferentes elementos relevados en los capítulos precedentes concurren en un movimiento ontológico cifrado en clave topológica: la noción de *expresión*, caracterizada como *pliegue* ontológico, será la pieza central para articular la dialéctica y la estética, el ser y el pensar, como las dos caras complementarias —y en el límite, indiscernibles— del empirismo trascendental.

Primera parte
Aspectos matemáticos de lo virtual

Introducción a la primera parte

¿Qué es lo virtual? La noción, de raigambre latina medieval (*virtualis* = fuerza, virtud o capacidad de producir un efecto, independientemente de si este se produce efectivamente) es recuperada por Deleuze vía Bergson. Lo virtual corresponde a un aspecto de lo real que, en *Diferencia y repetición*, es denominado “Idea” —gesto ambiguo respecto a la tradición filosófica (platónica) que le asigna el lugar de fundamento unívoco, fijo y eterno.¹ En la lectura deleuziana, Platón invocaba la noción de Idea para fundar una jerarquización de los existentes de acuerdo a un esquema modelo-copia: la *división* entre copias legítimas e ilegítimas del modelo único y eterno. El legítimo pretendiente a gobernante, a valiente, a piadoso, en

¹ La caracterización que sigue es forzosamente escueta. La Idea, en *Diferencia y repetición*, se dice de muchas maneras, abordada bajo distintas perspectivas. Desde un punto de vista gnoseológico, ella remite al elemento transcendental del ejercicio de las facultades (el *ejercicio transcendente* del pensamiento). Algunos autores, entre quienes destaca Daniela Voss, han elaborado una lectura de conjunto de la noción de Idea tomando esta vía como eje (cf. Voss, Daniela, *Conditions of thought. Deleuze Transcendental Ideas*, Edimburgo, Edimburgh University Press, 2013). Desde un punto de vista epistemológico, la Idea remite a la categoría de *problema* —de gran importancia en la tradición epistemológica francesa. Anne Sauvagnargues señala concisamente la filiación deleuziana con esta tradición. “Esta distinción del problema y la solución, esta atención llevada al problema en sí mismo como constituyente, creando su solución, pasa por Bergson, pero también por Bachelard, Bouligand y Canguilhem, y sobre todo por Lautman que interviene de manera privilegiada en la discusión” (Sauvagnargues, Anne, *Deleuze. L'empirisme transcendantal*, París, PUF, 2009, p. 333.) Todavía desde el punto de vista epistemológico, ella es también determinada como *estructura*, y en tanto tal, es el lugar de la génesis del *sentido*. Desde un punto de vista ontológico, que en cierto modo reúne a los anteriores, la Idea se caracteriza como *razón suficiente*, como *universal concreto*, o *esencia*, términos que la territorializan en una tradición filosófica de larga data (lo cual refuerza el enclave clásico dado por su propia denominación: la apropiación del término “Idea” es un gesto que nos lleva de Platón a Hegel, pasando por una extensa y compleja historia de la metafísica). Desde un punto de vista más amplio, relativo al conjunto de la obra deleuziana, la Idea es el concepto que, en *Diferencia y repetición*, corresponde al mecanismo de *emisión de singularidades pre-individuales*, o *acontecimientos virtuales*.

suma, a virtuoso, es el que tiene un vínculo interno de semejanza con la Idea, mientras que el ilegítimo solo la imita falsamente. La sensibilidad *interfiere*, entorpece, nos aleja de la captación de la verdad en su pureza, pues el mundo sensible está plagado de copias ilegítimas. Contra esta tendencia platónica, Deleuze sigue la consigna nietzscheana de una “inversión del platonismo”.² Pero esta inversión no implica eliminar a la Idea, sino destituir la de su rol de “modelo”. La Idea ya no será Forma por antonomasia, sino lo *informal* absoluto, fondo disolutivo que habita todas las formas. Pero, al mismo tiempo, la Idea será la fuente de la génesis de nuevas formas. Esto remite a una refundación de la teoría de la Idea, concebida ahora como “el concepto puro de la diferencia en el platonismo invertido”.³

Ahora bien, la Idea, en cierto modo, *no es*. No es cosa empírica ni representación mental, existente en acto —*actual*. Esto no significa, sin embargo, una mera *privación* del plano de la existencia, ni una *oposición* con ella. El no-ser de la Idea es, dice Deleuze, un (no)-ser, un ?-ser, un *extra-ser*.⁴ En este sentido, la Idea es el índice de una paradoja, un desacople, una fisura, un punto ciego en la plenitud de lo que es. No se trata de una ausencia recortada sobre la presencia, sino de una potencia *implicada* en ella: potencia de devenir que subtiende las variaciones de la experiencia. A decir de Bergson, lo virtual es una presencia (plenamente real) a la espera de hacerse cuerpo (actualizarse).

¿Por qué el agua hierve en los 100 °C y el aluminio se funde en los 600 °C? ¿Cuándo se produce una revolución o un acontecimiento que trastoca un orden social? ¿De dónde vienen y según qué patrón espacial se distribuyen las burbujas de la cerveza cuando se vierte en el vaso? ¿Y las estrellas en una galaxia? La respuesta que signa el nacimiento de la metafísica es: “hay Ideas”. En la Idea de agua, en la Idea de aluminio, en la Idea

² DR, p. 82 [105].

³ DR, p. 93 [116]. No olvidemos que la inversión deleuziana del platonismo ve como inevitable e incluso “deseable” que en ella permanezcan aun ciertos elementos platónicos (cf. DR, p. 81 [105]).

⁴ Para estas caracterizaciones de la Idea, cf., por ejemplo, DR, pp. 89 [112], 202 [238], 261 [305].

de sociedad, en la Idea de cerveza o de galaxia, hay *algo* que genera las determinaciones correspondientes a esas distribuciones y comportamientos. Si la Idea no es una realidad separada, independiente, autónoma, eterna, si ya no es pensada como una Forma pura que informa una materia exterior y pasiva, la Idea y su actualización están tan imbricadas con los fenómenos espacio-temporales, que la distinción entre materia e Idea se desdibuja, así como la de esencia y accidente. Por eso, la filosofía debe trabajar como si “la Idea no fuera positivamente determinable más que en función de una tipología, una topología, una posología, una casuística trascendentales”⁵ (esta mención de una “topología trascendental” será para nosotros de la mayor importancia). La Idea solo es “positivamente determinable” en función de dinanismos espacio-temporales que ella determina y a través de los cuales se realiza en lo actual —en el hervor del agua o el crisol de fundición, en el apelmazamiento de las burbujas de la cerveza, en la vorágine de la toma de la Bastilla o en la expansión post Big-Bang. Si la experiencia real está en permanente variación, es porque se compone de *procesos* complejamente entreverados, que solo secundariamente cristalizan, por un lapso de tiempo y en una región espacial, en objetos o configuraciones estables. Lo virtual deleuziano *determina* la composición, devenir, detención y transformación de esos procesos, los puntos notables que articulan o destruyen las variaciones de esos espacio-tiempos.

Si la topología es algo así como “geometría más tiempo”, o la ciencia que estudia y clasifica las deformaciones posibles de una configuración espacial dada, la Idea y su proceso de actualización poseen una impronta topológica. Se trata de un proceso de producción y transformación de espacio-tiempos motivada por una incesante *interferencia* entre lo actual y lo virtual, entre el existente espacio-temporal y un *extra-ser* que *insiste y persiste* en él —y en torno a él—, “como neblina”. Deleuze llama “dramatización” a esta dinámica de transformación espacio-temporal. La

⁵ ID, p. 133 [129] (la versión castellana de José Luis Pardo omite el término “topología”, de fundamental importancia para nuestra interpretación).

dramatización no remite al espacio-tiempo empírico o científico mensurable. No es el espacio matemático abstracto de la geometría euclidiana, ni el tiempo físico de la sucesión lineal y ordenada de eventos. La dramatización de la Idea —o actualización del virtual— no es una acción *en* el espacio-tiempo, sino una acción que *produce* espacio-tiempos, a niveles heterogéneos, plásticos, variables, y en interacción recíproca —a partir de la cual brotan nuevos espacio-tiempos. La Idea es el elemento trascendental de esta producción. Los objetos que pueblan el espacio-tiempo, que presentan cualidades estables, extensiones y duraciones más o menos definidas, representadas a través de conceptos generales, dependen de este proceso de producción. No hay nada dado que no esté determinado como un resultado parcial o una detención relativa del proceso de producción interferente de la Idea. Bajo su lente, la realidad —y cada *parte* de ella— deviene un proceso vivo de morfogénesis. Pensar la Idea (o sentir la intensidad —lo cual, como veremos más adelante, es lo mismo) se torna el problema fundamental de la filosofía deleuziana de la diferencia.

*

Para contextualizar los problemas filosóficos de los capítulos que siguen, es de utilidad indicar algunas de las primeras y furtivas apariciones del concepto de Idea en *Diferencia y repetición*. La motivación de esta gran obra deleuziana es doble. Ella busca, por un lado, “un concepto de diferencia sin negación”, y por el otro, “un concepto de la repetición, tal que las repeticiones físicas, mecánicas o desnudas (repetición de lo Mismo) encontrarían su razón en las estructuras más profundas de una repetición oculta donde se disfraza y se desplaza un «diferencial»”.⁶ Estos dos temas se “reúnen y confunden” a lo largo de la obra, y el núcleo conceptual en torno al cual se da esta confusión es el par Idea-intensidad (lo virtual, y su proceso de actualización).

⁶ DR, p. 2 [16].

La primera aparición del concepto técnico de Idea en *Diferencia y repetición* ocurre en la Introducción a la obra (en discusión velada con Kant) en torno a la posibilidad de construir un concepto de repetición por contraposición a toda forma de generalidad. Deleuze parte de la premisa de que no hay concepto representativo ni proposición legaliforme que pueda dar cuenta positivamente del fenómeno de la repetición. Cuando algo se repite, lo hace a condición de *no ser*, en algún respecto, *lo mismo*: la primera gota de agua *no es* la misma que la segunda, la mano en mi cuerpo *no es* la mano en el espejo, etc. Desde ese punto de vista, la repetición se define a partir de una negación, como una “diferencia sin concepto”.⁷ Pero, ¿cómo distinguimos dos o más objetos, si no es a través de sus conceptos? La solución kantiana a este problema consiste en asignar diferencias formales en la intuición: la diferencia entre las gotas de agua, o la mano izquierda y derecha, son inmediatamente percibidas gracias a las formas puras de la intuición, que asignan lugares y orientaciones mutuamente *exteriores* para objetos que son idénticos desde el punto de vista de la arquitectura *interior* de su concepto. El problema con este planteo es que se da el espacio y el tiempo (amén de los conceptos puros) “ya hechos”, como formas generales que no dan cuenta de la génesis y de las individuaciones particulares que se dan en y por ellas. Si, por un lado, en este orden estático de la generalidad, la repetición es de objetos particulares, dados como instancias de un concepto idéntico, y contenidos en un espacio y un tiempo homogéneos e independientes de ellos, por otro lado, “en el orden dinámico ya no hay ni concepto representativo ni figura representada en un espacio preexistente. Hay una Idea, y un puro dinamismo creador del espacio correspondiente”.⁸

Según Deleuze, la creación dinámica de un espacio (y de un tiempo) correspondiente a una Idea está a la base de la génesis de los conceptos, del espacio, y del tiempo de la representación, y no a la inversa. Esta génesis no se da por inducción empírica, ni por deducción trascendental,

⁷ Cf. DR, p. 23 [39], pp. 36-37 [53 y 55], p. 40 [58].

⁸ DR, p. 32 [49].

sino por un proceso de *bloqueo*. Para que un *mismo* concepto se aplique a *diversas* cosas, es preciso que su “comprensión” —es decir, su significado, la cantidad de las notas distintivas o predicados que lo definen— no vaya al infinito; es preciso que el concepto no se aplique únicamente a una cosa singular, sino a varias. Esto permite aumentar su “extensión”, el conjunto de individuos a los que se aplica y que se “reconocen” como tales gracias a él (fundamento de la distinción *numérica*). Para poder, al mismo tiempo, identificar y distinguir la gota de agua que ocurre en un momento t_1 de la que ocurre en otro t_2 , el concepto “gota de agua” no debe incluir predicados tales como “ocurre en t_1 ”, o “viene antes de t_2 ”. El problema de Funes (el memorioso del cuento de Borges) era precisamente su incapacidad para fundir casos similares en una representación. Para evitar ese modo de existencia que se absorbe en cada ínfimo detalle, incapaz de asociar, debemos borrar las pequeñas diferencias de las cosas (pequeños olvidos para generar una memoria), o bien, *bloquear* la cantidad de predicados que componen nuestros conceptos. El hecho de que haya repeticiones en la experiencia implica que algunos predicados distintivos de la cosa repetida no están contenidos en su concepto. Esto remite a un bloqueo de esos predicados que, por derecho, son infinitos.⁹

⁹ Esta noción de “bloqueo conceptual” permite pensar el origen de las *tipologías*. Una tipología es una división en tipos. La representación, en su afán clasificatorio, busca dar un concepto a cada cosa, en una grilla ordenada, jerarquizada y completa. Los conceptos de la representación son máquinas de asignación de identidad que pueblan nuestra experiencia cotidiana. Una tipología consiste precisamente en una división de esos conceptos bajo distintos grados de generalidad; una partición y especificación que permite cubrir cada vez una mayor diversidad de rasgos e individuos (determinar qué diferencias admite, por ejemplo, el concepto “mano”, cuándo pasa a “pata”, cuándo a “ala”, cuándo a “aleta”, etc.). Deleuze indica que estos bloqueos pueden ser, o bien *artificiales* (limitación de la comprensión del concepto como artificio lógico para aumentar su extensión; este es el procedimiento de la inducción, que constituye una generalidad abstracta), o bien *naturales* (limitación propia a la esencia del concepto); y dentro de estos últimos, el bloqueo puede ser por *comprensión finita* de hecho (como el caso de las palabras, que se definen por un número finito de otras palabras y no necesitan extender su comprensión al infinito para pasar a la existencia), o por *comprensión indefinida* (conceptos que admiten una progresiva adición de marcas o notas sin llegar nunca a la infinitud y admiten siempre una extensión múltiple), o bien por ser una *representación sin autoconciencia* (como en el caso del inconsciente freudiano, donde la falta de elaboración consciente obliga a *repetir* un hecho de la vida psíquica bajo la forma del síntoma). Dar un concepto positivo de la repetición implica dar una *razón positiva* de la génesis

Ahora bien, definir a la repetición más allá de la negación supone *dar cuenta* de este bloqueo, asumiendo que no se da naturalmente como negatividad en la cosa representada o el concepto representativo. Hay un exceso *positivo* en lo real, que es responsable de ese bloqueo. La indagación acerca de esta razón positiva lleva a Deleuze a postular dos tipos de repetición: desnuda y vestida, o estática y dinámica, o repetición mecánica de lo Mismo y repetición oculta de *un diferencial que se desplaza* bajo la primera. Se repite desnuda o mecánicamente una cosa en tanto ella es pensada bajo el concepto fijo, y sentida en el espacio-tiempo homogéneos de la representación; pero se repite de manera vestida la cosa en tanto *ella se constituye a la vez que se repite*: aquí no hay identidad previa de la cosa repetida, sino constitución de la cosa en y por la repetición misma.

Nos representamos la gota de agua, percibimos su repetición monótona y mecánica como sucesivos casos individuales, iguales, pero mutuamente independientes, del concepto “gota de agua”. Si hay algo así como una Idea de agua, multiplicidad que subsume la serie de procesos y fenómenos que caracterizan esa sustancia (su “hervir a 100°”, por ejemplo), debe haber una “sub-multiplicidad” de ella que determine los procesos y límites dentro de los cuales tenemos “gotas de agua”. ¿Cuándo una masa de agua puede ser determinada como “gota de agua”? ¿Cuándo la gota pasa a ser “chorro”? ¿Cuándo pasa a ser “molécula” o “micro-gota”...? La determinación de estos límites, dentro de los cuales un concepto es aplicable, depende del bloqueo de sus predicados internos, bloqueo dependiente a su vez de un *problema* bajo el cual la identificación y fijación de *algo* como una gota se vuelve relevante, separándola del flujo del agua, y del ruido de fondo del universo.

de estos distintos tipos de bloqueo. Ellos están a la base de toda tipología conceptual, de toda taxonomía, de toda división y organización de la experiencia. Los conceptos remiten a una instancia extra-conceptual que los bloquea, pues el *hecho* de un concepto finito dado no explica el bloqueo (sino que lo supone); tampoco lo explica el apelar al libre arbitrio del sujeto que lo piensa (si así fuera, el tercer tipo de bloqueo natural sería imposible). Para ver en detalle lo que aquí no hacemos más que esbozar, cf. DR, pp. 20-26 [36-42].

Tanto el concepto como sus manifestaciones, localizadas y discretas, presuponen un problema que aísla el espacio-tiempo de una gota, y un movimiento de *pliegue*, de *envolvimiento* que recoge y unifica todas las repeticiones (todas las gotas), en virtud de una *potencia de diferenciación* que se repite por entero en cada gota y que impide su igualación recíproca y su agotamiento final. Las gotas, y cada gota, se hacen, deshacen y rehacen en la dinámica de esa repetición: repetición de una potencia capaz de ponerse *n* veces en la experiencia como una totalidad abierta, *envuelta* en un determinado “bloque” de espacio-tiempo que ella misma hace posible, al determinar los límites conceptuales dentro de los cuales un objeto es recortado y destacado de un fondo caótico e indeterminado de espacio-tiempos heterogéneos en devenir.

Esto remite a la tesis ontológica de *Diferencia y repetición*: la univocidad de Ser. Que el Ser sea *unívoco* implica que se dice o se predica en un solo y mismo sentido para todo aquello de lo cual se dice. Afirmar esto implica que aquello de lo cual el Ser se dice —el ente— no tiene el mismo sentido —o sea, es *equívoco*. Cada gota difiere de otra, en tanto entes equívocos, porque se sumerge en la pura positividad unívoca de un Ser oceánico que es, en el fondo, pura diferencia. De ahí el célebre final de *Diferencia y repetición*: “un solo y mismo Océano para todas las gotas, un solo clamor del Ser para todos los entes”...¹⁰ Las gotas en el mar son difusas, frágiles y efímeras, como los entes equívocos en el Ser unívoco. El Ser unívoco es potencia de diferenciación, el diferencial que se desplaza, envolviendo y re-envolviendo cada una de las equívocas configuraciones de la experiencia, en cada uno de los fragmentos y de los instantes que somos; diferencia que, en tanto “fundamento ambiguo”, se repite como totalidad abierta y dinámica, impulsando cada una de sus manifestaciones más allá de sí mismas.¹¹ La Idea, o lo virtual, aparece como el límite

¹⁰ DR, p. 389 [446]. Pablo Pachilla ha desarrollado los comentarios más significativos al concepto deleuziano de “univocidad” que se hayan publicado en lengua española. (Cf. su artículo en Ferreyra, Julián, y Soich, Matías, *Introducción en Diferencia y repetición*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2020).

¹¹ Seguimos a Rafael Mc Namara en el uso de la expresión “fundamento ambiguo” (cf. Mc Namara, Rafael, *La ontología del espacio de Gilles Deleuze*, op. cit., p. 266).

extremo del movimiento por el cual la potencia del Ser se desfonda hacia la indeterminación de la pura diferencia y, a la vez, se bloquea en una determinación que le permite plegarse, envolverse o individuarse en tal o cual configuración actual, en tal o cual gota.

Desde el punto de vista del Ser, toda repetición es originariamente “vestida”, envolvente y envuelta, disfrazante y disfrazada, enmascarante y enmascarada. No hay cosas originarias, entes “desnudos”, esencias primordiales que luego podrán (o no) ser repetidas o copiadas, sino constitución y disolución de individuaciones efímeras en interacción e interpenetración permanente, a través de una repetición que *expresa* la potencia de una diferencia genética, de una génesis diferencial de la experiencia. La repetición positiva no supone una *diferencia exterior* entre objetos dados en un espacio y un tiempo homogéneos y pre-orientados, como la de la mano izquierda y derecha o la de las gotas de agua, sino que en ella “la diferencia es *interior* a una Idea; ella se despliega como puro movimiento creador de un espacio y de un tiempo dinámicos que corresponden a la Idea”.¹² La Idea es ese mecanismo diferencial que se desplaza *adentro* de las repeticiones “de lo mismo”, en un desplazamiento constitutivo de los espacio-tiempos del “mismo” que se repite.

La interioridad (de los predicados en el concepto) y la exterioridad (como forma de la intuición espacio-temporal en tanto *partes extra partes*), se confunden en esta elaboración de la teoría de la Idea, al punto de aproximar las visiones de Kant y Leibniz en relación a la teoría del espacio:

Si el orden espacial de las diferencias extrínsecas y el orden conceptual de las diferencias intrínsecas alcanzan una armonía, tal como lo prueba el esquema [kantiano], ello se debe, más profundamente, a ese elemento diferencial intensivo, *síntesis de lo continuo en el instante*, que, bajo la forma de una *continua repetitio*, engendra interiormente el espacio conforme a las Ideas. Ahora bien, en Leibniz, la afinidad de las diferencias extrínsecas con las diferencias conceptuales

¹² DR, p. 36 [53]; cursivas nuestras.

intrínsecas exigía el proceso interno de una *continua repetitio*, fundada sobre un elemento diferencial intensivo que operaba la *síntesis del continuo en el punto para engendrar el espacio desde adentro*.¹³

Deleuze esboza entonces una lectura de Kant y de Leibniz según la cual la génesis de los conceptos y de las formas de la intuición supone la repetición de un elemento *diferencial intensivo*, en un proceso *interno*, es decir, que no puede ser localizado en un medio ambiente pre-existente. Al contrario, la forma de la exterioridad recíproca, propia del espacio empírico y geométrico tradicionales, está supeditada a ese proceso de producción interna. El espacio es homogéneo e indiferenciado sólo desde la perspectiva empírica, que lo capta como un *medio dado*; pero el punto de vista trascendental lo describe como un *proceso dinámico* de repetición de mecanismos diferenciales, que operan una *síntesis del continuo en el instante*, o *en el punto*. Instante y punto, límites *ideales* del tiempo y del espacio empíricos, extremos *virtuales* de su división, son el elemento de una génesis que unifica la variación continua y su corte, o límite. Esta unidad, o presuposición recíproca entre la continuidad y el límite será el *quid* de la teoría deleuziana de la Idea, el motor de la síntesis diferencial en lo virtual, y la fuente de toda su potencia disolutivo-genética. Y el cálculo diferencial, la herramienta expresiva para la construcción de la teoría de la determinación que esa potencia supone.

*

¹³ DR, pp. 39-40 [57-58]; cursivas nuestras. Deleuze remite en este punto al § 13 de los *Prolegómenos a toda metafísica futura que quiera presentarse como ciencia*, donde Kant desarrolla su paradoja de los objetos simétricos y esboza una noción de diferencia *interna* no conceptual, sino relativa a las formas de la sensibilidad. No hace ninguna referencia explícita a Leibniz, pero reencontraremos este motivo de la síntesis del espacio a partir de una *continua repetitio* en un artículo de Gueroult citado por Deleuze en el Capítulo V de *Diferencia y repetición* (cf. DR, p. 306 [356]). Allí, Gueroult rescata la teoría leibniziana del *spatium* como matriz de puras relaciones en el orden intelectual, y la génesis del orden espacial empírico a partir de ella. Volveremos sobre este punto.

La repetición mecánica disfraza el desplazamiento de un mecanismo diferencial trascendental. Pero, ¿cómo se manifiestan estos mecanismos en la experiencia? La representación exige fundamentalmente “formas” (conceptuales y espacio-temporales) estables, como medios homogéneos en los cuales localizar y comparar los fenómenos que se desarrollan en ella. Pero toda forma es inseparable de un fondo indeterminado del cual ella se destaca. La diferencia, en su sentido trascendental, supone un “momento” o un “estado” en el cual el fondo “sube a la superficie”, y donde las formas de la representación se disuelven en un caos informal. La disolución de la forma no implica, sin embargo, un estado de mera indiferencia, sino la desaparición de la diferencia empírica en provecho de una diferencia que emerge como el punto de génesis de *LA determinación*:

La diferencia es ese estado en el cual puede hablarse de *LA* determinación. La diferencia «entre» dos cosas es solamente empírica, y *las* determinaciones correspondientes, extrínsecas. Pero, en lugar de una cosa que se distingue de otra, imaginemos algo que se distingue —y sin embargo *aquello de lo cual* se distingue no se distingue de él. [...] La diferencia es ese estado de la determinación como distinción unilateral. [...] [E]l pensamiento es ese momento en el cual la determinación se hace una, a fuerza de sostener una relación unilateral y precisa con lo indeterminado.¹⁴

Al igual que en el caso de la repetición, la diferencia empírica es extrínseca, y se da entre dos o más formas dadas. La Diferencia *en sí misma*, por el contrario, supone el borramiento de estos límites empíricos para hacer emerger una nueva figura de la determinación, en relación unilateral con lo indeterminado. El fondo que sube disuelve las determinaciones empíricas al tiempo que hace emerger una determinación trascendental, la de la diferencia como distinción unilateral: las formas empíricas se disuelven en el ascenso del fondo, pero esto no lleva a un mero caos

¹⁴ DR, pp. 43-44 [61-62].

indiferenciado donde toda determinación cesa. Es el régimen de determinación empírica lo que cesa en este estado, en virtud de una determinación superior, que *envuelve* esa potencia extra-conceptual necesaria para engendrar un espacio-tiempo y/o bloquear un concepto. El pensamiento encuentra en esa potencia a la vez su máxima desposesión (con respecto al “yo” pensante y su mundo circundante) y su máxima capacidad (con respecto a la génesis o producción de nuevas formas).

El punto de vista de los conceptos representativos y el yo empírico se opone al de la génesis (de otros conceptos, otros yoes y otros mundos). Es preciso que una intensidad no domada por las formas de la representación *interfiera* la organización empírica al punto de hacer emerger esa potencia enésima del pensamiento (la Idea). Pero la filosofía, históricamente, ha intentado eliminar esas interferencias, pensando la diferencia desde el régimen representativo.¹⁵ Entre todos los filósofos, es Kant el que “descubre el prodigioso dominio de lo trascendental” y, sin

¹⁵ Deleuze distingue dos grandes figuras de esta empresa: la representación orgánica, o finita, y la orgiástica, o infinita. El máximo exponente del primer tipo es Aristóteles, mientras que en el segundo los exponentes son Leibniz y Hegel. Aristóteles funda el sistema de la representación finita al pensar a la diferencia como contenida entre dos límites absolutos: la diferencia máxima entre los grandes géneros del ser, y la diferencia mínima como *species infima*, paso previo a la diferencia individual. Más allá de estos límites, la diferencia es demasiado grande o demasiado pequeña *para ser pensada*; dentro de ellos, la diferencia más perfecta es la contrariedad en el género, o *diferencia específica*: ella *divide* el género en distintas especies, permitiendo armar el cuadro de la clasificación de los seres (cf. DR, pp. 45-52 [64-71]). Se llega así a la definición de una cosa por género próximo y diferencia específica. El *bloqueo* conceptual aparece aquí instaurando los cortes y transiciones entre estos elementos. “Racional” añade al género “animal” una diferencia específica que acota su dominio de aplicación a los animales humanos. “Tres lados” añade al género “figura” una diferencia específica que acota su dominio de aplicación a los triángulos. Con esto, Aristóteles inaugura una tendencia que remite la diferencia a la identidad conceptual y sus límites. La tentativa de la representación orgiástica intentará superar esta limitación del aristotelismo, llevando el concepto hasta lo infinito. Ella se dirige a pensar el Todo más allá de los límites impuestos por la representación finita, haciendo del infinito el elemento por el cual la representación alcanza su máximo (Leibniz por la vía de lo infinitamente pequeño, Hegel por la vía de lo infinitamente grande). Pero ambos piensan a la diferencia como contenida en conceptos, es decir sólo como diferencia conceptual —Leibniz en la convergencia de las series que conforman el orden componible en la mente de Dios, Hegel en la concentricidad de los círculos progresivamente crecientes de su dialéctica—, y la búsqueda de una potencia supra-conceptual capaz de dar cuenta de la génesis del espacio-tiempo y del concepto permanece frustrada en estos autores (cf. DR, pp. 61-71 [80-92]).

embargo, él es también el primero en traicionarlo, pues “calca las estructuras trascendentales sobre los actos empíricos de una conciencia psicológica”.¹⁶ Deleuze continúa el gesto kantiano de elaborar una doctrina de las facultades como pieza clave de un sistema de filosofía trascendental; pero, al partir de una crítica radical al concepto de representación —estructurante de la filosofía kantiana—, la distribución de todo el aparato crítico se ve trastocada. De acuerdo a lo que hemos expuesto hasta aquí, queda claro que para Deleuze toda representación es empírica, que no puede haber algo así como “representaciones trascendentales”, precisamente porque la representación supone como elementos fundamentales el concepto idéntico y el espacio y el tiempo como medios homogéneos, elementos que sólo funcionan en el régimen empírico (en el cual ni la repetición ni la diferencia podían ser cabalmente pensadas). La filosofía trascendental deleuziana abogará por una separación radical entre lo trascendental y lo empírico, en tanto lo empírico *no debe* servir metodológicamente ni de modelo, ni de ejemplo, ni de *telos*, a la indagación trascendental. Esta separación metodológica no niega, sin embargo, la radical inmanencia de lo trascendental en lo empírico: las estructuras trascendentales habitan la experiencia real, y la producen *desde adentro*, sin asemejarse a ella. Esto plantea al proyecto del empirismo trascendental un problema complejo: ¿cómo puede la estructura trascendental de la experiencia ser inmanente a ella y a la vez radicalmente disemejante? Veremos la riqueza interpretativa de la *interferencia* como hilo conductor de este problema: sin ser efectivamente experimentable, la Idea interfiere constructivamente en la experiencia, como razón diferencial de todo cambio de régimen, de ritmo, de forma, así como de sus estabilizaciones.

¹⁶ DR, pp. 176-177 [209]. La presencia de Kant en *Diferencia y repetición* es muy importante, en muchos aspectos: inspira el proyecto de una doctrina de las facultades (y el concepto de “acuerdo discordante” como modo de comunicación entre ellas), la teoría del tiempo como forma pura, la teoría de la Idea como horizonte regulativo de la experiencia, en suma, el proyecto general de una filosofía *trascendental*. Veremos reaparecer esta influencia repetidamente en el curso de las páginas que siguen.

La interferencia de la Idea en la experiencia puede enfocarse desde la perspectiva de las facultades que la constituyen. En “La imagen del pensamiento”, tercer capítulo de *Diferencia y repetición* —capítulo fundamental, que marca un quiebre en la obra y a partir del cual aparece su propia propuesta ontológica, que analizaremos a continuación en detalle—,¹⁷ Deleuze retoma la crítica a la representación bajo la perspectiva de una nueva doctrina de las facultades. En Kant, la interacción entre las facultades del sujeto trascendental —que determinan el núcleo de su proyecto crítico— está dada por la satisfacción de los intereses de la razón.¹⁸ Ella funge en el sistema kantiano como un mecanismo oculto a través del cual se introduce una imagen dogmática del pensamiento. Dicha imagen, que toma diversas formas a través de la historia de la filosofía, se caracteriza por una concepción pre-filosófica acerca del sentido del acto de pensar y de su relación con el ser. El aparato trascendental kantiano funciona bajo la condición de asemejarse notablemente con aquello que pretende fundar: el conocimiento del sujeto sobre el mundo en un momento dado del desarrollo histórico de la ciencia física. Desde el punto de vista del interés cognoscitivo de la razón, desarrollado en la *Crítica de la razón pura*, el paisaje trascendental kantiano refleja entonces al “yo” bajo la apercepción trascendental, a la exterioridad recíproca de las partes del espacio-tiempo bajo las formas puras de la sensibilidad, a los conceptos representativos bajo las categorías. Este reflejo implica postular un sistema de funciones y una jerarquización de roles entre las distintas facultades en juego en el ejercicio cognoscitivo, donde todas tienden a la optimización del uso del entendimiento, y donde

¹⁷ Acerca del papel estructurante de este capítulo en el libro de Deleuze, puede verse por ejemplo el artículo de John Protevi, “An Approach to *Difference and Repetition*”, en *Journal of Philosophy: a Cross-Disciplinary Inquiry*, Vol. 5, 11° entrega, 2010, pp. 35-43. El propio Deleuze considerará, años más tarde, a este capítulo como “el más necesario y concreto” (en el prefacio a la traducción inglesa de *Diferencia y repetición*, cf. DRE, p. 283 [271]).

¹⁸ El libro de Deleuze sobre Kant desarrolla en detalle el modo bajo el cual los distintos intereses de la razón condicionan los distintos regímenes de funcionamiento de las facultades desarrollados en las tres críticas kantianas (cf. PCK, particularmente pp. 15-17 [24-26]).

la sensibilidad debe contribuir, y no interferir, con el uso del entendimiento.¹⁹ Si Platón hacía de la experiencia una mera copia de Ideas, Kant delinearé las figuras de lo trascendental copiándolas de la experiencia.

Pero, ¿cómo captar a la pura diferencia, en tanto “principio filosófico” del empirismo trascendental? Existen dos regímenes de funcionamiento en todas las facultades: el empírico y el trascendente. En el régimen empírico, todas las facultades convergen en torno a un sujeto y un objeto idénticos: “yo pienso *x*” es el modelo de este régimen, donde *x* es el objeto idéntico y “yo” el sujeto que *reconoce* ese objeto bajo las distintas modalidades que sus facultades le permiten: “yo pienso *x*” implica “yo siento *x*”, “yo imagino *x*”, “yo recuerdo *x*”, etc. Es decir, sujeto y objeto permanecen idénticos a través de las diversas funciones de las facultades. El ejercicio trascendente de las facultades, al contrario, funciona bajo la condición de que ni el yo ni el objeto permanezcan idénticos, lo cual lo vuelve un momento de difícil descripción. De acuerdo con el modelo desarrollado por Deleuze, no pensamos naturalmente, debemos ser *forzados* a pensar, y aquello que fuerza a pensar es inicialmente *algo* que afecta la sensibilidad de tal manera que ella impulsa a las restantes facultades más allá de sus límites.²⁰ Ese *algo* es la diferencia de intensidad, intensidades impersonales que atraviesan el campo de la experiencia y cuya circulación pretende ser limitada y encauzada por los límites del funcionamiento empírico. Pero una intensidad puede desbordar ese funcionamiento y abrirnos al campo trascendental. “En verdad el empirismo deviene trascendental, y la estética, una disciplina apodíctica, cuando aprehendemos en lo sensible aquello que no puede ser sino sentido, el ser mismo *de lo* sensible: la diferencia, la diferencia de potencial, la diferencia

¹⁹ Escribe Kant: “el error es producido por el inadvertido influjo de la sensibilidad sobre el entendimiento por lo cual acontece que los fundamentos subjetivos del juicio se confunden con los objetivos” (Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, trad. Mario Caimi, Buenos Aires, Colihue, 2008, p. 380 [A294/B351]).

²⁰ Sobre el *orden* del ejercicio trascendente de las facultades, cf. DR, pp. 180 [214] y ss.

de intensidad como razón de lo diverso cualitativo”.²¹ Se trata del ascenso del fondo a la superficie en el régimen de las facultades, un evento que Deleuze conceptualiza mediante el término *bêtise*: la interferencia del fondo indómito sobre el existente humano.²²

La diferencia de intensidad, en tanto lleva a la sensibilidad a su límite, se llama *sentiendum*, y ella fuerza el pensamiento a captar el *cogitandum* como límite de lo pensable: “el ser de lo inteligible como última potencia del pensamiento, impensable a su vez. Del *sentiendum* al *cogitandum*, se desarrolla toda la violencia de lo que fuerza a pensar. Cada facultad ha salido de sus goznes”.²³ La intensidad abre así al pensamiento a lo que sólo puede ser pensado: la Idea, ahora desde el punto de vista de la doctrina de las facultades. “Quizá, lo veremos, haya que reservar el nombre de Ideas, no a los puros *cogitanda*, sino a esas instancias que van de la sensibilidad al pensamiento y del pensamiento a la sensibilidad, capaces de engendrar en cada caso, siguiendo un orden que les pertenece, el objeto trascendente de cada facultad”.²⁴ La Idea se encuentra entonces en el límite de la experiencia, así como se encontraba en el límite del ser: ella es lo impensable que sólo puede ser pensado, pues es el ?-ser, lo problemático, el ser *más allá del ser* que sin embargo determina sus diversas modificaciones.

*

²¹ DR, p. 80 [102].

²² La *bêtise* es un concepto fundamental de la filosofía trascendental deleuziana. Traducido en general como “necedad” o “estupidez”, términos que despojan al concepto de su carga animal (*bête* es, en francés, “bestia” o “animal”, además de un insulto). Sobre este concepto cf. DR, pp. 196-198 [231-232], y el trabajo de Julián Ferreyra que explora la carga trascendental del mismo: cf. Ferreyra, Julián, “Deleuze’s *Bêtise*: Dissolution and Genesis in the Properly Human Form of Bestiality”, en *Comparative and Continental Philosophy*, Vol. 8, 1ª entrega, 2016, pp. 26-36.

²³ DR, pp. 183-184 [217].

²⁴ DR, p. 190 [225].

Hemos visto una serie de presentaciones fugaces que reunían fragmentariamente distintas facetas del concepto de Idea. Ella aparece como núcleo de los *mecanismos diferenciales* que condicionan la producción de la repetición empírica, impensables para la filosofía que ha permanecido bajo el yugo del régimen representativo, impensable asimismo para la experiencia común que se despliega en el ejercicio empírico de las facultades; pero, en este sentido, ella aparecía también como *fondo que sube y borra los límites de la representación*, cuando la sensibilidad es desatada más allá de sus límites empíricos y forzada a pensar lo impensable, en un *acuerdo discordante* en el cual las facultades se comunican violentamente bajo un régimen diferencial. Aparece entonces la Idea como *problema*, que fuerza a producir una solución; como *estructura*, que debe encarnar el sentido en un sistema espacio-temporal; como *generadora*, entonces, de determinaciones que se corresponden con creaciones originales de espacio-tiempos, o *dinamismos espacio-temporales*; como generadora, asimismo, de determinaciones que se traducen en *bloques* conceptuales, reconduciendo esos dinamismos al régimen de la representación, y produciendo nuevos conceptos para *conocer y reconocer* los fenómenos. La Idea forma parte de un complejo mecanismo disolutivo-genético de la experiencia, cuyos conceptos y procesos específicos Deleuze desarrolla en detalle en el curso del Capítulo IV de *Diferencia y repetición*. Pero el detalle de estos conceptos y procesos implican una gran dificultad para la filosofía, porque muchos de ellos son contruidos en interferencia con el campo de las matemáticas. En lo que sigue, recorreremos estos elementos matemáticos que interfieren insistentemente en la construcción del concepto de Idea: el cálculo diferencial para el desarrollo de la estructura de lo indeterminado-determinable-determinación (capítulo I), el concepto de dialéctica ideal lautmaniana y la teoría de grupos de Galois para pensar el *tiempo* de la Idea y su determinación progresiva (capítulo II), la noción riemanniana de multiplicidad y su influencia en la concepción de un *espacio* ideal (capítulo III).

Capítulo I

Cálculo diferencial y estructura ideal:
indeterminado-determinable-determinación

Luego de esta metafísica podrá decirse, a modo de comparación, que el Dios de Spinoza es la diferencial del universo, y el universo, la integral del Dios de Spinoza.

JEAN BAPTISTE BORDAS-DEMOULIN

La Idea se manifiesta en el pensamiento cuando él es forzado a pensar lo impensable. Impensable es aquello que no puede ser captado desde el punto de vista del ejercicio empírico o representativo de las facultades. El concepto, precisamente como instancia representativa que prima en ese ejercicio, es incapaz de pensar la diferencia y la repetición positivamente.

Desde el comienzo del Capítulo IV de *Diferencia y repetición*, la Idea se presenta bajo un carácter triple: ella es *indeterminada* en sí misma, pero es *determinable* en relación con los objetos de la experiencia, de lo cual se extrae un ideal de *determinación completa*, como capacidad de determinación al infinito del campo de la experiencia. Estos tres caracteres son derivados de la lectura deleuziana de las Ideas trascendentales kantianas, tal como ellas son presentadas en la Dialéctica trascendental de la *Crítica de la razón pura*.¹

¹ Kant presenta las Ideas de la razón como la fuente de las ilusiones dialécticas que llevan a escollos metafísicos insolubles, pero también como el antídoto contra las diatribas de la metafísica, si se las considera según su naturaleza trascendental —no como objetos de una experiencia posible sino como la instancia que *regula* el uso empírico del entendimiento en su aplicación a objetos de la experiencia, con el fin de maximizar la unidad y la extensión de esa aplicación. Bajo esta última perspectiva, las Ideas son un foco o un horizonte que, permaneciendo fuera de la experiencia, la

Pero las Ideas kantianas son recusadas por Deleuze casi tan pronto como eran invocadas. Al haber identificado los tres caracteres de la Idea con tres Ideas distintas (mundo, alma y Dios), Kant reproduce en el plano dialéctico la misma imprudencia que en su estética y su analítica: copiar las figuras de lo trascendental de las figuras de lo empírico.

Tal vez debamos buscar ahí las verdaderas razones por las que Kant, como le reprocharon los poskantianos, se atiene al punto de vista del condicionamiento sin alcanzar el de la génesis. Y si la falla del dogmatismo es siempre colmar lo que separa, la del empirismo es dejar exterior lo separado; en ese sentido, hay aún demasiado empirismo en la Crítica (y demasiado dogmatismo en los poskantianos).²

Es decir que el dogmatismo y el empirismo no son elididos por la indagación trascendental en tanto fundamentación de la experiencia posible. Ellos persisten como peligros de esa empresa, bajo nuevos ropajes. El “empirismo” que acecha a la crítica de Kant se hace manifiesto en el extrinseguismo que afecta los distintos elementos que conforman el sistema de la razón, cuya unidad no queda clara (crítica que ya el primer Fichte esboza contra Kant y que encontrará potentes ecos en Hegel). Ahora bien, el dogmatismo acecha bajo esta crítica, como tendencia a “colmar lo que separa”: las separaciones propias al sistema kantiano aparecerían, en los sistemas de los idealistas poskantianos, colmadas por una unidad acríticamente admitida: la unidad superior de la razón —lo Absoluto— amenaza con borrar las diferencias entre los elementos del sistema.

encauza y habilita un máximo de interconexión sistemática (racional) entre sus partes. Kant distingue tres Ideas: la del alma (que busca unificar y sistematizar la experiencia interna del sujeto), la del mundo (que pretende ensanchar el uso del entendimiento en la experiencia externa), y la de Dios (que pretende unificar el conjunto global de la experiencia posible bajo una causa inteligente); cf. el “Apéndice a la dialéctica trascendental”, en Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, op. cit., pp. 684-707 [A642-669 / B670-697]). De acuerdo con la lectura deleuziana, los tres caracteres de la Idea se corresponden con estas tres Ideas kantianas: el alma es existencia indeterminada, el mundo determinable (por analogía con los objetos que lo pueblan) y Dios, ideal de la determinación completa.

² DR, p. 221 [260].

La justicia de esta lectura deleuziana nos parece menos interesante que la consecuencia que debe extraerse de ella, y que remite a uno de los puntos principales de la agenda de la filosofía de la diferencia: ni multiplicidad desarticulada ni unidad superior, sino universal concreto. Pero, más allá de esta crítica fugaz, tanto la filosofía de Kant como las de Fichte, Schelling, Hegel,³ y —sobre todo— Maimon, tienen un rol fundamental en la construcción de los elementos propios a la Idea deleuziana. La referencia general a Kant y los poskantianos al comienzo del tratamiento de la Idea nos sugiere, ante todo, la voluntad deleuziana de enmarcar la exposición que sigue en cierta sintonía con la tradición idealista trascendental alemana, pero dentro de un marco que eluda las derivas subjetivistas, representacionistas, teológicas, teleológicas y racionalistas que signan la tesitura general bajo la cual Deleuze leyó a esta tradición.

Ahora bien, ¿cuál es el medio por el cual Deleuze pretende eludir estas amenazas filosóficas? De acuerdo al orden expositivo del Capítulo IV, el nuevo marco para la filosofía trascendental vendrá principalmente de la mano de las matemáticas: “Oponemos dx a no-A, como el símbolo de la diferencia (*Differenzphilosophie*) al de la contradicción —como la diferencia en sí misma a la negatividad”.⁴ dx aparece como “símbolo” de la filosofía de la diferencia, símbolo que permite expresar simultáneamente

³ Hegel, en particular, es una influencia tácita pero crucial durante toda la exposición deleuziana en torno al cálculo. Todo conocedor de las extensas notas sobre el infinito matemático que Hegel presenta en la primera parte de su *Ciencia de la lógica* encontrará paráfrasis y resonancias manifiestas en la exposición deleuziana. Desde luego, no podía escapar a Deleuze el hecho de que cualquier lector versado en la obra de Hegel descubriría esto en seguida. Señalaremos brevemente, en los momentos de la argumentación que así lo exijan, ciertos puntos de contacto y de distancia entre Hegel y Deleuze. Las notas de Hegel pueden encontrarse en Hegel, Georg W. F., *Ciencia de la lógica*, traducción de Rodolfo Mondolfo, Buenos Aires, Las cuarenta, 2013, pp. 305-393; para un comentario de estas páginas hegelianas recomendamos el libro de Miranda, Francisco Xavier, *La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel*, Navarra, Ediciones de la Universidad de Navarra, 2003. Julián Ferreyra, por su parte, analiza esta continuidad en el marco de una lectura comparativa de la cuestión política y metafísica entre estos autores (cf. Ferreyra, Julián, *Danza Turbulenta. Hegel y Deleuze*, Buenos Aires, La Cebra, 2022, pp. 48-52 y 73-81).

⁴ DR, p. 221 [260].

aquellos tres caracteres que Deleuze supo extraer de su lectura de las Ideas trascendentales kantianas:

El símbolo dx aparece *a la vez* como indeterminado, como determinable y como determinación. A estos tres aspectos corresponden tres principios que forman la razón suficiente: a lo indeterminado como tal (dx , dy) corresponde un principio de indeterminabilidad; a lo realmente determinable ($\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación recíproca; a lo efectivamente determinado (valores de $\frac{dy}{dx}$) corresponde un principio de determinación completa. En suma, dx es la Idea —la Idea platónica, leibniziana o kantiana, el «problema» y su ser.⁵

“Problema” es uno de los múltiples *nombres* de la Idea deleuziana. Ella aparece ahora bautizada bajo el símbolo de la filosofía de la diferencia, símbolo que remite por su cuenta a una herramienta matemática que fue objeto de una de las principales revoluciones científicas. dx , como veremos, puede de hecho ser considerado bajo su carácter de *elemento* diferencial, bajo una *relación* diferencial, y finalmente bajo los *valores* que corresponden a esa relación (que remiten a series de puntos ordinarios y a singularidades). Estas distintas perspectivas sobre dx se condicen con los caracteres de la Idea. Los aspectos de lo indeterminado, lo determinable y la determinación son conceptualizados —en el Capítulo II de *Diferencia y repetición*— como “valores lógicos”.⁶ Estos valores se corresponden con tres *principios* que, en tanto contribuyen a “formar” la “razón suficiente”, podemos con justeza considerar como principios *ontológicos*. A la vez, el desarrollo de la teoría deleuziana de la Idea atribuirá a estos valores y

⁵ DR, pp. 221-222 [261]; las cursivas en “a la vez” son nuestras.

⁶ Al respecto, ver la lectura deleuziana de la confrontación entre el *cogito* cartesiano y el kantiano: Deleuze recupera la importancia de la forma pura y vacía del tiempo (en tanto *a priori* kantiano) como aquello que introduce el valor lógico de lo determinable a la estructura de la subjetividad. El *cogito* de Descartes operaba con solo dos valores lógicos en tanto pretendía determinar directamente lo indeterminado (en concreto, lo determinaba como una *sustancia pensante*), sin mostrar bajo qué forma esa determinación era posible. Uno de los aspectos por los que puede afirmarse que Deleuze es un kantiano es esta reivindicación de la paradoja del sentido interno como principio para pensar al yo (cf. DR, pp. 116-119 [141-144]).

principios tres *elementos puros*: un elemento puro de la cuantitabilidad (correspondiente al valor lógico de lo indeterminado y al principio ontológico de la determinabilidad), un elemento puro de la cualitabilidad (correspondiente al valor lógico de lo determinable y al principio ontológico de la determinación recíproca), y un elemento puro de la potencialidad (correspondiente al valor lógico de lo determinado, y al principio ontológico de la determinación completa).⁷ La *pureza* de estos elementos nos remite al carácter *trascendental* de la Idea, liberado de las figuras de lo empírico que ella debe determinar (*puro*, en el sentido kantiano, implica precisamente la independencia con respecto a lo empírico).⁸ Valores lógicos, principios ontológicos y elementos trascendentales se entrelazan en el desarrollo de la teoría deleuziana de la Idea, vuelven difusas las fronteras entre estos ámbitos del pensamiento filosófico, y señalan una instancia donde los principios de lo pensable, lo existente y lo experimentable se reúnen.

La Idea es, así, la instancia que *anuda*, en su estructura tripartita, la génesis de LA determinación. Ella está en el límite de todas las facultades, lo cual no quita que mantenga “con el pensamiento puro una relación muy particular [...]: el pensamiento no está determinado a asir su propio *cogitandum* sino al extremo del cordón de violencia que, de una Idea a la otra, pone primero en movimiento la sensibilidad y su *sentientum*”.⁹ El pensamiento, y con él la Idea, son menos un movimiento que aquello que está en el límite de un movimiento con origen y destino en la sensibilidad. La Idea está, como vimos, más allá de la representación

⁷ Esta correspondencia está dada progresivamente en el desarrollo argumental del tratamiento deleuziano del cálculo, y se encuentra explícitamente enunciada en DR, p. 356 [410-411].

⁸ “Llamamos *puras* (en sentido trascendental) a todas las representaciones en las que no se encuentra nada que pertenezca a la sensación” (Kant, Immanuel, *op. cit.*, p. 88 [A20 / B34]). Esto permite a Kant hablar de intuiciones y de conceptos *puros*, que serán las instancias constitutivas del sistema de la experiencia posible. Puesto que las Ideas trascendentales, según Kant, carecen en sí de todo contenido empírico (y sirven antes bien para regularlo), es una redundancia referirse a ellas como “*puras*”. En el caso deleuziano, como veremos, esta caracterización de las Ideas es kantiana, si consideramos que remite al *afuera* de la sensación.

⁹ DR, p. 251 [294].

y de la percepción; los elementos y relaciones diferenciales no están en la experiencia sino como *tareas* por cumplir, *problemas* por resolver. En esto consiste la realidad de lo virtual: no es él mismo un movimiento, no está en movimiento, pero está en el límite de todo movimiento, y lo estructura, en tanto determina o articula el *pasaje de un régimen de movimiento a otro*. Todo esto surgirá de la fina maquinaria conceptual que conforma la teoría de lo virtual deleuziano. La Idea es efectivamente una máquina, máquina de pensar o máquina de *hacer-pensar*, mecanismo diferencial que se desplaza bajo las formas, y que tiene su punto de pivote en el valor lógico de lo determinable, o principio de determinación recíproca. “Es la diferencia, o la forma de lo determinable, lo que hace funcionar el pensamiento, es decir la máquina entera de lo indeterminado y de la determinación”.¹⁰

Precisamente por estar *afuera* del movimiento empírico, la Idea es el lugar de una génesis *estática*, instantánea o intempestiva; sin forma, sin movimiento, ella genera las determinaciones de las formas y movimientos. Hace esto en virtud de una estructura interna altamente diferenciada, rebosante de diferencia, *diferencia en sí misma*. Ni indiferencia indiferenciada ni diferencias indiferentes, sino un complejo genético de relaciones de determinación recíproca y singularidades, una *máquina de emisión de singularidades pre-individuales* —a partir de las que se engendra LA determinación, haciendo posible una individuación. Si la generalidad abstracta de los conceptos del entendimiento y la exterioridad recíproca de las formas de la sensibilidad no daban cuenta de la génesis, era precisamente porque se daban la determinación *ya hecha*, dada, bien como predicado o marca que se insertaba en la noción de una cosa, bien como posición en un espacio-tiempo homogéneo y preexistente. La Idea, por el contrario, es el elemento de una razón suficiente propiamente diferencial, ella está al origen de un principio de individuación que no procede ni por identificación conceptual ni por localización espacio-temporal, sino por *creación* de conceptos, espacio-tiempos y cualidades.

¹⁰ DR, p. 354 [408].

Los conceptos filosóficos en torno al aparato de la génesis de la determinación son enhebrados desde las herramientas provistas por la historia del cálculo diferencial. Dedicaremos un primer momento de este capítulo a reponer una serie de elementos histórico-conceptuales del campo de la matemática que serán de utilidad para, a continuación, recorrer en detalle los tres momentos de la estructura ideal (lo indeterminado, lo determinable y la determinación) y sus relaciones. Nuestra pregunta rectora era acerca de la naturaleza de esos *mecanismos diferenciales* que, de acuerdo a Deleuze, subyacen la génesis de espacio-tiempos diversos. En la historia del cálculo, los espacios en cuestión son curvas y superficies geométricas, y los elementos diferenciales funcionarán como un agente modulador que provee las determinaciones topológicas esenciales para caracterizar estos espacios.

I.I.- Breve reseña histórica del cálculo diferencial

I.I.1.- Antecedentes

El cálculo es una herramienta matemática perteneciente al análisis matemático. Si por un lado la aritmética se las ve con las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división) entre números, y el álgebra consiste en una suerte de extensión de la aritmética para abarcar operaciones entre estructuras más complejas (como cuerpos y grupos), el análisis introduce la novedad de realizar operaciones que involucran sucesiones de un número infinito de elementos. En cierto modo, podemos decir que el elemento fundacional de esta rama de las matemáticas es el *infinitesimal*; sin embargo, el establecimiento del análisis como disciplina universalmente aceptada fue precedido por más de dos siglos de polémica metafísica y epistemológica en torno a la naturaleza de ese elemento, descartando finalmente muchas de sus concepciones originales.¹¹

¹¹ En *Lógica del sentido*, Deleuze refiere a la obra de Carl Benjamin Boyer *The History of Calculus and*

Lo infinitesimal remite a lo infinitamente pequeño. Así como la sucesiva adición de números naturales permite formarnos una idea de lo infinitamente grande (la idea del conjunto de *todos* los números naturales), la sucesiva división de un número cualquiera permite formarnos la idea de lo infinitamente pequeño (la idea del término de *todas* las divisiones). Desde luego, tanto lo infinito como lo infinitesimal así concebidos no nos dan ni una intuición clara ni un concepto distinto de los mismos; más bien, ellos empujan a la intuición y al concepto a una serie de paradojas, que Zenón de Elea fue el primero en explotar. La diferencia principal entre lo infinito y lo infinitesimal se basa en que la idea del primero surge de la posibilidad de una adición discreta de elementos, mientras que la del segundo, por la posibilidad de una disminución *continua*. Si concebimos la extensión como continua, infinitamente divisible en tanto ninguna de sus partes es *la menor posible*, su disminución progresiva puede ser continuada indefinidamente. Esta idea, incluso desde toda su vaguedad, condujo a la invención de métodos matemáticos originales cuyo inmenso potencial emerge en toda su amplitud en el siglo XVII, con la sistematización newtoniana y leibniziana.

Si bien Newton y Leibniz son los personajes principales de esta historia, el cálculo diferencial cuenta con múltiples y célebres antecedentes. Los más antiguos son los métodos exhaustivos (o por agotamiento) de Eudoxo y Arquímedes, cuya idea básica es *cuadrar* un círculo o una curva, inscribiéndola o circunscribiéndola en una serie de polígonos

its Conceptual Development (Nueva York, Dover, 1959) como “el mejor estudio sobre la historia del cálculo diferencial y su interpretación estructural moderna” (LS, p. 65 [70]). El recorrido histórico trazado allí por Boyer va desde las concepciones pre-modernas acerca de lo infinitesimal, hasta su formulación en el siglo XIX por la escuela de Weierstrass, Cantor y Dedekind. Hemos seguido este hilo propuesto por Boyer (complementando con otras fuentes históricas, para trazar un recorrido que destacara los puntos principales del bagaje conceptual necesario para comprender la recepción deleuziana del cálculo) en Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental. Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2023 (reed.), pp. 39-84. En lo que sigue, presentamos una versión breve de los resultados de esa investigación –lo necesario para desarrollar una interpretación clara de la Idea deleuziana que permita articular con los capítulos siguientes.

regulares. Cuantos más lados posea el polígono inscrito o circunscripto, más aproximado es el cálculo del área de la curva (ilustración 1). Eudoxo acompañaba este procedimiento con un cálculo de proporciones, Arquímedes, con un cálculo de series (en su método, el área de una parábola se calculaba como el *límite de la sucesión* correspondiente a una serie de triángulos progresivamente encajonados bajo la parábola). Los procedimientos de Eudoxo y Arquímedes son el más claro precursor del cálculo, pero se desarrollaron en el contexto de un pensamiento matemático más preocupado por los problemas relativos a la armonía y la proporcionalidad que a la experimentación con la infinitud, y del cual los *Elementos* de Euclides configurarían la máxima expresión. Las reflexiones estrictamente matemáticas sobre lo infinitesimal serán objeto de toda la atención del pensamiento moderno.

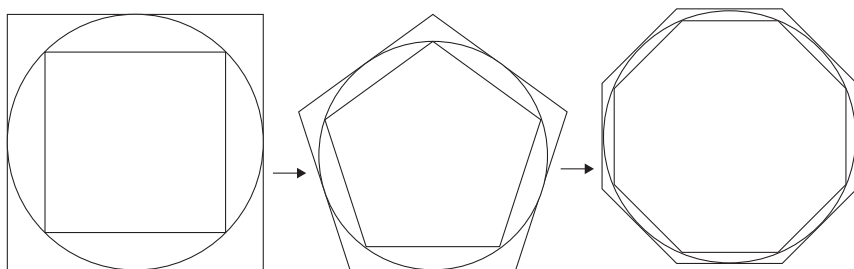


Ilustración 1: el método exhaustivo

Un siglo antes del nacimiento del cálculo propiamente dicho, la ciencia moderna y sus problemas ya rebosaban de concepciones y métodos tendientes a su creación. Lentamente, el concepto de *función* va formándose en la escena científica moderna. De un modo muy general, podemos definir una función como una *relación* entre cantidades *variables* (es decir, cantidades indeterminadas a las que se pueden asignar diferentes valores numéricos, obteniendo diferentes resultados). El incipiente análisis del siglo XVII carecía de una noción acabada de función, pues faltaba aún

una notación unificada y una fundamentación axiomática del conjunto de las matemáticas que la sostuviera.¹²

En su monumental obra histórica sobre el pensamiento matemático, Morris Kline señala cuatro problemas fundamentales de la ciencia del siglo XVII que condujeron a la invención del cálculo.¹³ Uno de ellos viene del estudio del movimiento: dada la distancia recorrida por un móvil en función del tiempo, calcular la velocidad o la aceleración instantáneas, o bien, dada la aceleración del móvil en función del tiempo, calcular la velocidad y la distancia recorridas en un instante determinado. El segundo problema, propiamente geométrico (pero fundamental para la óptica y el estudio de los movimientos curvilíneos), era obtener la tangente a una curva. Se denomina tangente a la curva en un punto a la línea recta que toca a la curva sólo en ese punto.¹⁴ El tercer problema (particularmente relevante en el cálculo de órbitas planetarias) era obtener los va-

¹² Hoy en día se presenta el cálculo diferencial como una herramienta para la obtención de funciones derivadas a partir de una función primitiva. Por eso, en su reconstrucción histórica del cálculo leibniziano, Hendrik Bos señala la dificultad de nuestra perspectiva para asir su sentido, dada la ausencia del concepto actual de función durante la modernidad. En el siglo XVII, “ni las ecuaciones ni las variables son funciones en el sentido de un mapeo $x \rightarrow y(x)$, esto es, una relación unidireccional entre una variable «independiente» x y una variable «dependiente» y . Una relación entre x e y era considerada como una entidad, no como una combinación de dos mapeos mutuamente inversos $x \rightarrow y(x)$ e $y \rightarrow x(y)$. La curva no era entonces vista como el gráfico de una función $x \rightarrow y(x)$, sino como una *figura que encarna la relación entre x e y* . Las variables no son funciones, porque el concepto de variable no implica dependencia con respecto a otra variable, especialmente indicada como «independiente»” (Bos, Hendrik Jan Maarten, “Differentials, Higher Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus”, en *Archive for History of Exact Sciences*, Vol. 14, 1974, p. 6; cursivas nuestras). Existen dos factores que conducen al nacimiento de la proto-noción de función en la modernidad: por un lado, la creación del álgebra literal simbólica de la mano de François Viète, la cual mejoró la notación algebraica para expresar fórmulas más complejas; por otro lado, la matematización de la naturaleza, con Galileo a la cabeza (cf. Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, París, Éditions du Seuil, 1986, pp. 211-212.)

¹³ Cf. Kline, Morris, *Historia del pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, trad. Mariano Martínez, Juan Carrés y Alfonso Casal, Madrid, Alianza, 1992, p. 452 y ss.

¹⁴ El problema de las tangentes fue caracterizado por Descartes en *La Géométrie* como “el problema más útil y general que conozco, y aquel que desde siempre he deseado resolver en geometría” (Descartes, René, *Oeuvres publiées. La dioptrique. Les météores. La géométrie. Traité de la mécanique. Abrégé de la musique*, París, ed. por F. G. Levrault, 1824, p. 358-359; citado por Boyer, C. B., *op. cit.*, p. 166).

lores máximos y mínimos de una curva. Dada la curva, o la trayectoria de un móvil, calcular sus alturas máximas (por ejemplo, para un proyectil disparado con una cierta inclinación), o mínimas (por ejemplo, el radio menor de una elipse describiendo una órbita). El cuarto problema estaba relacionado con la obtención de longitudes o áreas encerradas por curvas o fragmentos de curvas (problemas abordados por el método exhaustivo de Eudoxo y Arquímedes). Veamos dos ejemplos de los métodos matemáticos para abordar estos problemas: las tangentes de Fermat y el triángulo característico de Pascal.

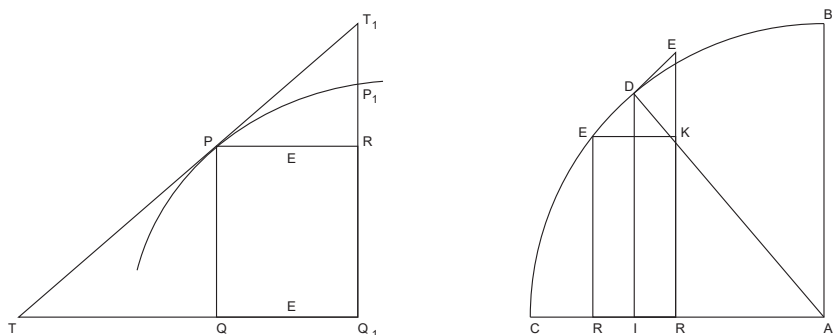


Ilustración 2: el método de Fermat (izquierda) y de Pascal (derecha)

Fermat quiere conocer la inclinación de la recta tangente a la curva en el punto P. Podemos considerar esa tangente como la hipotenusa del triángulo rectángulo TQP, que se construye respecto a la horizontal de modo tal que el valor del cateto menor PQ sea conocido. La estrategia de Fermat es calcular el valor de la *subtangente* TQ (la línea horizontal que es a la vez el eje de la curva y el cateto mayor del triángulo, y que corta a la tangente en el punto T). Este valor permitiría trazar la tangente TP. El método se basa en la *semejanza o proporcionalidad* del triángulo TQP con el PRT_1 , que se construye de modo tal que el lado T_1R pueda considerarse casi idéntico a P_1R (la base E toma entonces un valor muy pequeño). Por semejanza, TQ es a PQ como E es a P_1R . De hecho, $P_1Q_1 > PQ$, pero si el valor de

E es muy pequeño, esa diferencia puede considerarse ínfima y —según la expresión que Fermat toma del matemático alejandrino Diofanto— “adigular” los segmentos, o considerarlos iguales ($P_1Q_1 \approx PQ$). A partir esto (y basándose en algunas propiedades de la parábola), Fermat llega a calcular el valor de TQ , y de ahí, la inclinación de la tangente en P .¹⁵

Pascal¹⁶ parte de la semejanza entre el triángulo EKE y el IDA , gracias a la cual puede afirmarse que AD es a DI como EE es a EK . Para intervalos muy pequeños, el arco puede ser reemplazado por la tangente, y tomando a ésta en puntos sucesivos, puede calcularse el área por debajo de él. El área de la curva estaría representada por una serie de áreas idénticamente obtenidas en sucesivos fragmentos infinitesimales de la curva, representados como pequeñas rectas. Estos procedimientos prefiguran lo que serán las dos operaciones principales del cálculo: derivación e integración. Fermat recurre a lo infinitamente pequeño para descubrir las propiedades puntuales de una curva (básicamente, la tangente a la recta en un punto); Pascal concibe a la curva como una conjunción de figuras rectilíneas infinitamente pequeñas cuya sumatoria nos da el área encerrada bajo la misma. El aporte fundamental que Newton y Leibniz hacen a la historia de la ciencia es haber descubierto la reciprocidad de estos procedimientos (lo cual constituye el teorema fundamental del cálculo).

I.II.2.- La sistematización de Leibniz

Hacia fines del siglo XVII, Newton, desde una perspectiva física (basada en una construcción dinámica de líneas y planos engendrados por el

¹⁵ Una explicación detallada, que comprende la noción de “adigualdad”, la relación del método de tangentes con el de los máximos y mínimos, y con el cálculo de derivadas actual, puede encontrarse en Alarcón, Sergio Alberto, de la Torre, Andrés, y Suescún, Carlos Mario, “El método de las tangentes de Fermat”, en *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, XIII, diciembre de 2005, pp. 101-123.

¹⁶ Pascal, Blaise, *Traité des sinus du quarte de cercle*, en *Oeuvres de Blaise Pascal. Ouvrages de mathématiques*, T. V, París, Lefèvre, 1819, pp. 312 y ss.

movimiento continuo de puntos y líneas),¹⁷ y Leibniz, desde una netamente matemática (basada en la construcción de líneas y áreas por una agregación de diferencias infinitamente pequeñas), elaboraron, respectivamente, el método de las fluxiones y el cálculo diferencial e integral. Nos detendremos en los aportes del segundo por ser la fuente de Deleuze. Hay un relativo consenso entre los historiadores de la matemática en situar la invención leibniziana en la primera mitad de la década de 1670, en el contexto de su exploración de sucesiones finitas y series infinitas.¹⁸ A esta aproximación formalista y aritmética, señala Boyer, Leibniz une de manera original ciertas consideraciones geométricas. Leyendo el tratado de Pascal citado en nuestra sección anterior, Leibniz dice haber tenido la súbita idea de que los problemas de tangentes y los de cuadraturas (cálculo de áreas mediante el uso del triángulo característico) eran recíprocos, como la sustracción y la adición en aritmética básica.¹⁹

Leibniz constató que podían trasladarse las leyes de las sucesiones finitas a la operación con sucesiones infinitas, donde la variación entre los términos sucesivos de una sucesión ordenada no fuera discreta sino continua: en una sucesión continua, la diferencia entre dos términos sucesivos es inasignable, o infinitamente pequeña, de modo que ninguna es la más pequeña posible; “hablando anacrónicamente, diríamos que los términos yacen densos en el rango de la variable correspondiente. En la práctica del cálculo leibniziano, la variable es concebida como tomando solamente los valores de los términos de la secuencia. Así, la concepción de una variable y la concepción de una secuencia de valores infinitamente cercanos de una secuencia llegan a coincidir”.²⁰ Se trata de la posibilidad de

¹⁷ Cf. Newton, Isaac, “Tratado sobre la cuadratura de las curvas”, en Newton, Isaac, y Leibniz, Gottfried Wilhelm, *El cálculo infinitesimal*, trad. José Babini, Buenos Aires, Eudeba, 1977, p. 69.

¹⁸ Cf. Kline, Morris, *op. cit.*, p. 491; Bos, Hendrik Jan Maarten, *op. cit.*, p. 13; y Babini, José, y Pastor, Julio Rey, *Historia de la matemática*, Vol. 2, Barcelona, Gedisa, 1985, pp. 145-146.

¹⁹ Cf. Boyer, Carl Benjamin, *op. cit.*, p. 203; Cf. Leibniz, Gottfried Wilhelm, *The early mathematical writings*, Chicago, The open court publishing company, 1920, pp. 15-16.

²⁰ Bos, Hendrik Jan Maarten, *op. cit.*, p. 16. Traducción nuestra.

una indefinida interpolación de términos intermediarios entre dos cualesquiera.²¹ En una secuencia discreta de términos, la diferencia entre dos de ellos se indica con la notación Δ (diferencia), y la sumatoria de todos ellos, con la Σ (sumatoria). Para una secuencia infinita, basada en la ley de continuidad, Leibniz introduce los operadores d (diferencial) y $\int$ (integral). Así, cuando una variable x es asignada a una secuencia finita, las diferencias entre los términos que caen bajo el rango de esa variable se escriben " Δx "; pero cuando la variable se asigna a una variación continua, ellas se escriben " dx ".

Bos insiste en considerar al diferencial leibniziano como una variable, cuyo rango se extiende sobre los distintos puntos de una curva como sobre los términos de una secuencia numérica, y a la que le corresponden por lo tanto diferentes valores de la secuencia o puntos de la curva. Contrariamente a las Δx , donde las diferencias entre los términos son cantidades asignables, expresadas en una cantidad finita, en las dx la diferencia es inasignable, menor que cualquiera dada. Esto exige que las dx remitan necesariamente a otras variables involucradas en el problema, y casi nunca aparezcan por sí mismas como entidades aisladas.²²

En la ilustración 3 vemos un ejemplo al que Deleuze recurre para la caracterización de la diferencial leibniziana.²³ El triángulo XCY es opuesto por el vértice al ECA. Si desplazamos la hipotenusa (línea punteada) continuamente, hasta el momento en que los puntos E, C y A coincidan, el triángulo ECA "desaparece". Sin embargo, la relación de proporcionalidad

²¹ La definición leibnizana de continuidad como "interpolación de intermediarios", que permite fundir la cantidad en un continuo, posee una impronta intuitiva que marca la discusión sobre los fundamentos del cálculo hasta el proceso de aritmetización que determina de un modo puramente estático y estructural. Es el recorrido "oficial" de la historia del cálculo, apoyado también por Vuillemin, otra importante fuente deleuziana (cf. Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, París, PUF, 1962, pp. 39-40, nota 3).

²² Cf. Bos, Hendrik Jan Maarten, *op. cit.*, p. 17.

²³ Cf. PLB, p. 25 [29], y EF, pp. 60-61. El ejemplo está tomado de un breve texto de Leibniz titulado "Justification du calcul des infinitésimales par celui de l'algèbre ordinaire", en *Mathematische Schriften*, Halle, C. I. Gerhardt, 1859, p. 104 y ss.

entre las partes $\frac{CX}{XY} = \frac{CA}{AE}$ permanece. CA y AE pueden considerarse en este caso como variables cuyo rango se extiende sobre una variación continua evanescente, dx y dy . Ellas son por sí mismas cantidades despreciables con respecto a CX y XY, pero su relación no desaparece cuando sí lo hacen los valores finitos que les corresponden.

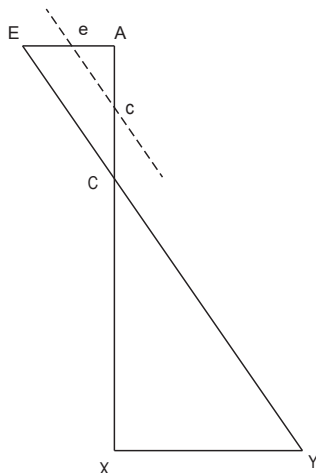


Ilustración 3: triángulos semejantes

Junto con la noción de diferencial, Leibniz introduce la posibilidad de pensar diferentes órdenes de diferenciales. Imaginemos que sobre el triángulo infinitesimal EAC del ejemplo precedente se añade otro opuesto por el vértice tal que replique el movimiento del anterior, como muestra la ilustración 4. En este caso el triángulo BAD es infinitesimal con respecto al EAC; es decir que si $CA = dx$ y $AE = dy$, entonces $BA = ddx$ y $AD = ddy$, o d^2x (diferencial del diferencial, donde x es a dx como dx es a d^2x). Con la repetición de la operación d , se obtienen diferentes órdenes: ddy o d^3y , y luego d^4y , d^5y , etc.²⁴ El cálculo leibniziano se presenta entonces

²⁴ Cf. Bos, Hendrik Jan Maarten, *op. cit.*, pp. 19 y 23. Esta noción leibniziana ha sido cuestionada

como una auténtica experimentación matemática en torno a diferentes órdenes de infinitud.

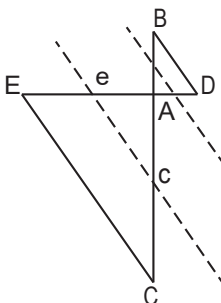


Ilustración 4

La operatividad de las diferenciales no se restringe al cálculo de proporcionalidad de triángulos, pero se apoya en él para sistematizar el estudio de propiedades de curvas diversas. El cálculo no sólo permite sistematizar métodos para estudiar tangentes y áreas, sino también propiedades puntuales de las mismas, como sus valores máximos y mínimos,²⁵ o la localización de puntos de inflexión (donde la concavidad o convexidad de la curva cambia de naturaleza), entre otras. Dada una curva cualquiera, el matemático puede considerarla como compuesta por una infinitud de triángulos cuyos catetos sean diferenciales (como muestra la ilustración 5), y sus hipotenusas, dos puntos infinitamente próximos sobre la curva. Esto se traduce como la

por su falta de rigor (cf. Boyer, Carl Benjamin, *op. cit.*, p. 211); pero más allá de su justeza, nos interesa retener la idea de órdenes de diferenciales puesto que será importante para la dialéctica deleuziana.

²⁵ De hecho, la primera publicación de Leibniz sobre el cálculo, en la revista *Acta Eruditorum* de 1684, se tituló “Nuevo método para los máximos y mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene frente a cantidades fraccionarias e irracionales, y un peculiar tipo de cálculo para esos problemas” (hay versión castellana traducida por José Babini en Newton, Isaac, y Leibniz, Gottfried Wilhelm, *El cálculo infinitesimal*, Buenos Aires, Eudeba, 1977, pp. 41-68).

inclinación de la pendiente a la curva en cada punto, considerándola como el trazado de la recta definida por dos puntos infinitamente cercanos de la curva. Siguiendo la curva de la ilustración, vemos que para los dx (todos equivalentes entre sí), los dy son diferentes. A pesar de que, en teoría, estos segmentos poseen una longitud inasignable, menor que cualquiera dada, evanescente, etc., sus relaciones varían. La relación de los dx con su dy correspondiente es diferente según su localización sobre la curva, pues la curva no es homogénea, y el grado de inclinación de la tangente varía de punto a punto. La estrategia es construir un triángulo asignable semejante al triángulo infinitesimal en el punto cuya tangente se desee conocer. Según Leibniz, dx es para la abscisa x una cantidad arbitraria, y dy es a dx como la ordenada a la subtangente de un hipotético triángulo asignable. Además de esta definición, Leibniz indica que habrá un punto de inflexión allí donde d^2y es = 0.²⁶

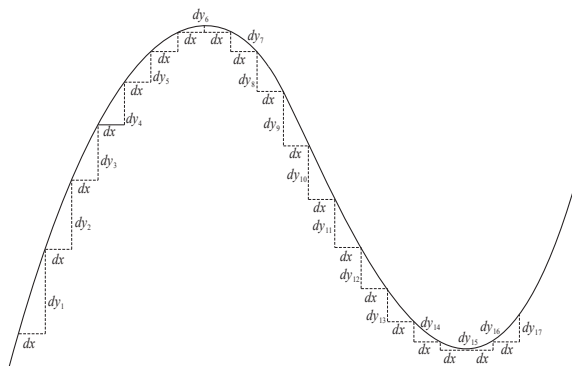


Ilustración 5: triángulos infinitesimales sobre una curva

²⁶ Cf. *ibid.*, p. 43.

La ilustración 6, por su parte, considera el área contenida entre la curva y el segmento AB como compuesta por una serie de rectángulos infinitesimales de bases dx (iguales) y alturas h (variables según su posición). La suma, o integración, del área de estos polígonos da por resultado el área buscada.

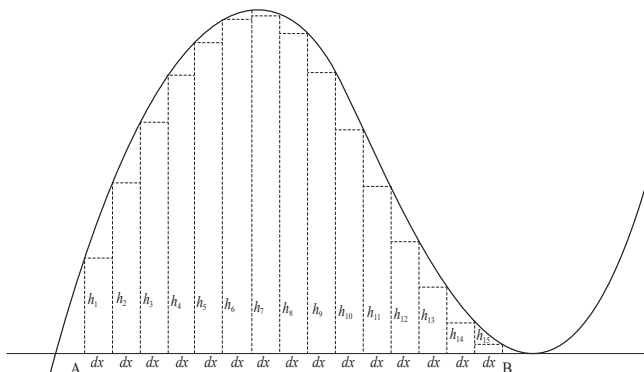


Ilustración 6: la integral definida (a) entre los puntos A y B es la sumatoria del producto de las distintas alturas (h) de los polígonos por la base constante (dx):

$$a = \int_A^B h_i dx$$

Estas explicaciones no pretenden más que mostrar intuitivamente la operatoria. En tanto se definen en un campo de continuidad, no hay distinción numérica entre los elementos diferenciales. El genio matemático de Leibniz consistió en desarrollar las técnicas necesarias para traducir algebraicamente estos procedimientos y mostrar la reciprocidad entre, por un lado, la suma de series infinitas para las áreas, y por el otro, la proporcionalidad de triángulos infinitesimales para las tangentes. Léon Brunschvicg señala que la originalidad de Leibniz en este punto fue concebir el reino de lo infinitesimal como uno de puras relaciones: “los costados del triángulo pueden devenir tan pequeños como se quiera, pero a la vez que devienen *inasignables*, permanecen perfectamente determinados por la similitud del triángulo *inasignable* al triángulo *asignable*”, y es así

como “se introduce en el dominio de lo infinitamente pequeño la noción de relación (*rapport*)”.²⁷

Sin embargo, Leibniz nunca se preocupó por dar una definición precisa, en términos lógico-matemáticos, de lo infinitesimal. Entre la postulación de la existencia en acto de esas cantidades y su carácter ficticio y utilitario, su vocabulario al respecto variaba, como era su costumbre, según el público al que se estuviera dirigiendo en ese momento.²⁸ Su concepción se apoyaba en la continuidad de los segmentos lineales, “como un resultado del pasaje de la variación de la cantidad discontinua al de la cantidad continua, y de la aplicación de la primera a la medida de la segunda”.²⁹ Las derivas matemáticas que siguieron tuvieron por fin llegar a nociones acabadas de esta noción de continuidad y de límite, asociada a la variación continua, cuyo carácter intuitivo implicaba una falta de rigor lógico señalada por muchos.³⁰

I.I.3.- La aritmetización del cálculo

El trabajo matemático del siglo XVIII, principalmente de la mano de Euler y de Lagrange, desarrolló el concepto de función, todavía naciente en tiempos de Leibniz, y sistematizó notablemente el uso de funciones. El cálculo diferencial fue independizándose de sus orígenes geométricos, y territorializándose en el campo del análisis de funciones. Una función $f(x)$ se define hoy como una aplicación con (por lo menos) una variable independiente (x)

²⁷ Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, París, PUF, 1947 [primera edición 1912], p. 173.

²⁸ Así lo afirma Guéron, René, *Les principes du calcul infinitésimal*, París, Gallimard, 1946, p. 39 (al igual que el de Brunschvicg, este libro de Guéron no es citado en *Diferencia y repetición*, pero constituye una obra de referencia para el problema de lo infinitesimal para el ámbito intelectual francés del s. XX, abordado desde una perspectiva “esotérica”). Sobre las consideraciones leibnizianas acerca del estatus ontológico de las diferenciales, cf. Boyer, *op. cit.*, pp. 214 y ss., y Kline, Morris, *op. cit.*, pp. 508 y ss.

²⁹ Guéron, René, *op. cit.*, p. 39.

³⁰ Sobre la polémica moderna en torno al estatuto de las magnitudes infinitesimales cf. Boyer, Carl Benjamin, *op. cit.*, pp. 224-266.

que toma una serie de valores a partir de un conjunto de partida (llamado dominio) y devuelve una serie de resultados correspondientes a cada uno de los valores del dominio, contenidos en el conjunto de llegada (llamado imagen), que constituye el rango de la variable dependiente (y). Puede contener numerosas variables independientes ($f(x, y)$; $f(x, y, z)$, etc.), pero por ahora basta considerar la función de una variable, a la cual corresponde un tipo de línea. En el análisis de funciones, el cálculo reveló su importancia en la obtención de funciones derivadas, esto es, una función que se extrae de otra (llamada primitiva). A continuación, tomamos algunos puntos históricos nodales relativos a la aritmetización del cálculo, que permitirán abordar las referencias que Deleuze retoma para su teoría de la Idea. Se trata de las series de Lagrange y de la definición de continuidad y límite dadas por Cauchy y perfeccionadas por la escuela alemana del siglo XIX.

En el contexto de la discusión sobre el estatuto de las magnitudes infinitesimales, Lagrange publica un trabajo titulado “Teoría de las funciones analíticas, conteniendo los principios del cálculo diferencial desprendido de toda consideración de infinitamente pequeños o evanescentes, de límites o de fluxiones, y reducidos a un análisis algebraico de las cantidades finitas” (1797). Lagrange deseaba desterrar a los infinitesimales de su uso en matemática, basando el cálculo en las reglas de la aritmética y el álgebra. La herramienta que utiliza para esto es un algoritmo conocido como *serie de Taylor*, que consiste en una sumatoria de un término elevado a potencias crecientes, y afectado por coeficientes variables término a término, que son funciones conectadas entre sí por relaciones de derivación.

La serie de Taylor es una sumatoria de la forma:

$$f(x+i)=f(x)+p\,i+q\,i^2+r\,i^3+\dots$$

Donde f es una función de la variable x , i es un valor cualquiera indeterminado (llamado *incremento*) que se añade a la variable (como se ve en el miembro izquierdo de la fórmula), y las letras p , q , r (los *coeficientes* de la sumatoria) representan distintas funciones de x independientes de

i . Estos coeficientes son funciones *derivadas* sucesivas de la función primitiva $f(x)$, lo cual permite formular la serie de la siguiente manera:

$$f(x+i) = f(x) + if'(x) + \frac{i^2}{2!} f''(x) + \frac{i^3}{3!} f'''(x) + \dots,$$

donde los coeficientes son expresados por f', f'', f''' , y consisten en las derivadas sucesivas de $f(x)$, derivadas de derivadas, las cuales pueden obtenerse siguiendo operaciones algebraicas. Para calcular la primera derivada $f'(x)$, Lagrange plantea la relación:

$$p = \frac{(f(x+i) - f(x))}{i}$$

Donde $p = f'(x)$. Cuando i tiende a cero, esta fórmula se denomina “cociente incremental”, y es el método mediante el cual se introduce actualmente en análisis matemático la operación de derivación de funciones. Sin embargo, la demostración de Lagrange pretendía obtener la derivada primera sin apelar a cantidades infinitesimales, pues i puede tomar un valor cualquiera. Al considerar aisladamente una función, esta fórmula vale para extraer la derivada sólo en la medida en que i sea una cantidad infinitesimal o tendiente a cero, pero en el contexto de una serie de Taylor, al considerar los infinitos términos de la serie, el valor efectivo de i deja de tener importancia. El objetivo de Lagrange es entonces eliminar las problemáticas magnitudes infinitesimales mediante la derivación sucesiva en los términos de la serie de Taylor.

Esto provee un valioso aporte a la historia del cálculo: el concepto de función “primitiva” y “derivada”. Como dicen Dalmedico y Peiffer: “El desarrollo en serie de funciones le permitirá [a Lagrange] construir, de un modo puramente algebraico y formal, a partir de una función dada (llamada *primitiva*), otras funciones (llamadas *derivadas*). El término «derivada» se ha mantenido en la literatura matemática, así como la notación f', f'' , etc.,

las funciones derivadas sucesivas de la función f [primitiva]”.³¹ La derivada es importante porque provee información sobre la función primitiva: para cada valor de x , la derivada da por resultado el grado de la pendiente de la recta tangente a la curva descrita por la primitiva en ese valor. Esto permite mapear el comportamiento global de la curva, determinar sus máximos y mínimos, sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento, su concavidad y convexidad, etc., y, más generalmente, permite establecer lo que se conoce como *tasa de variación instantánea* de la primitiva (es decir, cómo varían los valores de la función en todo su recorrido y para cada mínima diferencia en los valores de x). A su vez, las derivadas segunda y tercera de la función primitiva (los sucesivos coeficientes de la serie, obtenidos por derivación de la derivada, o a través de lo que Leibniz llamaría una relación diferencial de *segundo orden*, $\frac{d^2y}{dx^2}$, y de *tercer orden*, $\frac{d^3y}{dx^3}$), permiten obtener información de los puntos de inflexión de la curva.

Pero más allá de su importancia, el planteo de Lagrange es insatisfactorio por varios motivos. En primer lugar, como señala Kline,³² es circular, dado que para extraer los términos sucesivos de la serie es preciso conocer la primera derivada, y para ello, como vimos, se necesita suponer las nociones infinitesimales que Lagrange pretendía desterrar. Para obtener la primera derivada en términos de la serie de Taylor del modo en que hemos indicado, Lagrange debe despreciar todos los términos de la serie a partir del tercero, cosa que sólo puede justificarse teóricamente si el incremento i es infinitesimal y el error de esta anulación tiende a cero. Las magnitudes infinitesimales son así eliminadas con una mano y reintroducidas subrepticamente con la otra. Por otra parte, hoy se sabe que no toda función es pasible de ser expresada según la serie de Taylor, sino sólo las que cumplen con las propiedades de ser continuas o infinitamente derivables. Lagrange no se plantea adecuadamente el problema relativo a la posibilidad de llevar a cabo efectivamente su procedimiento, apresurándose a concluir que vale

³¹ Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *op. cit.*, p. 200.

³² Cf. Kline, Morris, *op. cit.*, p. 574. Volveremos más abajo a las falencias de Lagrange.

para todas las funciones. Sin embargo, durante largo tiempo este esquema gozó de amplia aceptación. Veremos su importancia relativa al tercer momento de la Idea deleuziana.

Cauchy, en el siglo XIX, consideró el cálculo diferencial como estrictamente vinculado a la operatoria con funciones, y específicamente a la derivación e integración. Definió a la derivada de $f(x)$, utilizando la fórmula del cociente incremental:

$$f'(x) = \lim_{(i \rightarrow 0)} \frac{f(x+i) - f(x)}{i}$$

El incremento i es aquí una cantidad cuyo valor está definido como *tendencia al límite* cero. Es entonces el análogo de lo que Leibniz llamaba dx . Para una función primitiva de una variable independiente, $y = f(x)$, la aplicación de un incremento tendiente a cero (llámese i o dx) producirá un incremento correspondiente en la variable dependiente y , esto es: $f(x+dx) = y + dy$. Realizando los despejes necesarios hasta obtener $\frac{dy}{dx}$, el resultado de esta relación será la función derivada de la primitiva $f(x)$, a saber, $f'(x)$.

A partir de la noción de límite, Cauchy define también la *continuidad* como relativa a un intervalo de valores de una función; una función será continua entre dos límites si, en el intervalo definido por ellos, todo incremento en las abscisas, por pequeño que sea, produce una variación en las ordenadas. De aquí extrae que una función puede ser discontinua en un punto (cuando no hay un valor definido de $f(x)$ para una x definida), y que en esos puntos es imposible la derivación (de aquí el problema de la pretensión de Lagrange de aplicar la serie de Taylor a cualquier función, sin averiguar antes si ésta es continua). La expresión del cálculo alcanzada por Cauchy se sigue utilizando hoy en manuales introductorios al análisis.

Sin embargo, estas nociones todavía contenían algunos puntos conflictivos para la visión formalista que comenzó a imperar en la segunda mitad del s. XIX y principios del XX en el ámbito sajón. La

definición cauchiana de límite contiene la referencia a una *aproximación*, entendida como un *pasaje* de la variable a través de *todos los valores de un intervalo*. Esta referencia mantiene, en la definición de elementos matemáticos, caracteres dinámicos extrapolados de la intuición del movimiento. La escuela formalista alemana del siglo XIX —cuyos principales exponentes fueron Georg Cantor, Julius Dedekind y Karl Weierstrass— proveyó las herramientas matemáticas para basar el cálculo en la lógica de las operaciones aritméticas. Uno de los puntos principales de este abordaje fue brindar una definición acabada del *número irracional*. Esto es fundamental para la construcción de series infinitas y para asegurar el carácter *denso* de los números reales, a saber, que siempre haya infinitos números entre dos cualesquiera del conjunto. Para asegurar lo que en términos intuitivos Leibniz llamaba *continuidad*, es decir, la posibilidad de que ninguna diferencia fuera *la menor posible*, debía darse una definición ni intuitiva ni meramente negativa de número irracional.

Se llama “recta real” al establecimiento de una correspondencia entre la línea recta y el conjunto de los números reales, tal que, a cada punto de la recta, corresponde un número real (y viceversa). Los puntos en la recta y los números reales forman así dos sistemas *ordenados* de elementos, en los que existen infinitos elementos entre dos cualesquiera. Ahora bien, esta propiedad ya es cumplida por los números racionales (conjunto ordenado y con infinitas fracciones posibles entre dos cualesquiera). Pero estos números no expresan todos los números posibles obtenidos por el álgebra, y al operar con cantidades inexpressables en una fracción, como $\sqrt{2}$, π , etc., se plantea el problema sobre cómo localizarlas en la recta. Estas cantidades representaban una suerte de “meta-agujeros” en el sistema denso de los números racionales: si bien siempre existe un racional entre dos cualesquiera, estos no bastan para definir la recta, pues numerosas expresiones algebraicas remiten a estas cantidades irracionales. Para abordar este problema, Weierstrass y Dedekind recurrieron a las series infinitas. Sistematizando las series a partir de sus análisis de convergencia, ellos

permitieron alcanzar una definición del diferencial donde no interviniera la idea de infinito.³³

Weierstrass es considerado como el “padre del movimiento crítico en análisis”.³⁴ Su trabajo con series de potencias (como la serie de Taylor, que definimos más arriba, y a la que volveremos más abajo) permitió determinar las condiciones bajo las cuales era posible la expresión de una función por medio de una suma de sus funciones derivadas. Esto permitió zanjar los problemas que abría la intervención de Lagrange.³⁵ En cuanto a su contribución a la definición de los números reales, Weierstrass elimina la idea de que la variable *tiende* a un límite, o se *aproxima* a él, mediante una *identificación del límite con la secuencia misma* de la cual es el límite. Es decir, el límite al cual tiende una secuencia infinita de términos sumados es la secuencia misma, y viceversa. Ya no se trata de un pasaje o un movimiento, sino de una identidad estricta. “[D]e un modo simplificado, podemos decir que el número no es el *límite* de la serie $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots + \frac{3}{10^n}$; él es la secuencia asociada a esa serie”.³⁶ Según esta teoría, los números irracionales *son* estrictamente *agregados convergentes de números racionales*. Definir acabadamente un número irracional consiste en encontrar la serie que lo expresa en función de sumas o restas infinitas de números racionales. Los números irracionales se presentaban como un *corte* en el conjunto “continuo” de los racionales, y es justamente mediante el concepto de corte que se llega a una definición rigurosa de los mismos. Quien se destacó en esta definición fue Dedekind.

³³ Jules Vuillemin analiza este movimiento en uno de los apéndices a su obra *La philosophie de l'algèbre*, que influencia los pasajes deleuzianos sobre la Idea, si bien no aparece citado explícitamente en ellos (cf. “Mathématique de l'infini”, en Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., pp. 519-532). Para una exposición breve y técnica, cf. Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, op. cit., pp. 205-208.

³⁴ Boyer, Carl Benjamin, y Merzbach, Uta, *A History of Mathematics*, Nueva Jersey, John Wiley & sons, 1968, p. 532.

³⁵ La intervención de Weierstrass a este respecto corresponde a su teoría de la continuación analítica, que presentamos más abajo, para caracterizar el tercer momento de la Idea.

³⁶ *Ibíd.*, p. 536.

En 1872, Dedekind publica *Continuidad y números irracionales* bajo una motivación semejante a la de Weierstrass, aunque desde una perspectiva diferente. Su objetivo era elucidar la noción de continuidad, esa curiosa propiedad característica de la intuición de las líneas geométricas de transcurrir sin saltos ni fisuras a lo largo de toda su infinita extensión, y propia también del conjunto de los números reales, carente de saltos entre un número y otro, por cercanos que sean.³⁷ Para una clara definición de número irracional era necesario dar al conjunto de los reales la densidad propia de la línea desde un criterio exclusivamente numérico, desligando definitivamente la conceptualización aritmética de la intuición geométrica, y pudiendo a la vez establecer una traducción precisa entre estos ámbitos.

Para ello, Dedekind plantea que la esencia de la continuidad de un segmento (lineal o numérico) no reside en la consistencia o subsistencia conjunta de sus elementos, sino que se manifiesta en la posibilidad de la *divisibilidad* en dos segmentos y la *ordenación* de los mismos.³⁸ Todo segmento continuo es divisible, de modo tal que al dividirlo obtenemos dos segmentos continuos y *un punto* (inextenso) *en el que se produce el corte*. Para cada división obtenemos dos clases, A y B, y el punto que las divide. Aritméticamente A y B —intuitivamente derecha e izquierda— pasan a significarse como mayor y menor respecto al punto de corte. La lógica del razonamiento de Dedekind es compleja y supone una exposición especializada, pero podemos decir que se basa en la propiedad de los segmentos A y B de poseer o no, respectivamente, un máximo y un mínimo, una cota superior y una inferior. Si los poseen, el punto de corte define un número racional, si no los poseen, el corte es un irracional. Por ejemplo, el número $\sqrt{2}$ es definido como el corte en el conjunto de los reales tal que $m < \sqrt{2} < n$, donde el subconjunto m carece de máximo y el n de mínimo, pero ambos tienden al límite $\sqrt{2}$.

³⁷ Hoy en día la noción de continuidad es reservada para referirse a funciones, y se denomina “densidad” a esta propiedad, diciendo que el conjunto de los irracionales es “denso” en los reales.

³⁸ Cf. Boyer, Carl Benjamin, y Merzbach, Uta, *op. cit.*, p. 536.

El conjunto de los números reales se convierte en una sucesión de segmentos continuos *cortados* por una serie de puntos dispersos (irracionales), que son definibles gracias a los puntos que constituyen esos segmentos continuos (rationales). Cada número irracional puede determinarse como un corte (en la línea de los reales) y llevarse a una expresión en función de los números racionales, volviendo al conjunto de los primeros reductible al de los segundos. *El paisaje de la línea recta se anima*: ya no se trata de una mera sucesión de puntos yuxtapuestos, sino de un complejo de segmentos inter-solapados definidos por la convergencia de series fraccionarias en torno a *cortes irracionales*, tales que entre cada dos fraccionarios hay siempre infinitos fraccionarios *e* infinitos irracionales, así como también infinitos irracionales entre cada dos irracionales. Esto define desde un punto de vista puramente estático y estructural la continuidad, y permite dar una definición del diferencial que goce de esas mismas propiedades.

Las intervenciones de Weierstrass y Dedekind constituyen una suerte de *crítica de la razón matemática*, que pretendió liberar a la misma de los escollos a los que condujeron décadas de discusión en torno al infinito en la determinación de las diferenciales. En términos de Vuillemin: “La diferencial es ahora una magnitud que se deja *indeterminada* para poder volverla ocasionalmente más pequeña que un número asignado. Al contrario, si se entiende por diferenciales magnitudes a la vez más pequeñas que nuestra magnitud asignable y sin embargo distinta de cero, se retorna a la época pre-crítica del cálculo”.³⁹ La época “crítica” remite entonces a una definición aritmética —finitista— de la noción de *límite*, de la cual dependería la intuición de la continuidad. En este contexto, se llama límite L de una secuencia infinita de términos a aquella magnitud que, para un número real positivo ε (tan pequeño como se quiera), existe un entero positivo N tal que para todo $n > N$ (siendo n los términos sucesivamente crecientes de una sucesión) se da que la diferencia entre L y n es

³⁹ Vuillemin, Jules, *op. cit.*, p. 523.

menor que ε .⁴⁰ Mediante este concepto se define a dx como una variable *indeterminada* que tiende al límite 0. El descubrimiento de la relación inversa entre derivación e integración, y su unificación en un único método general a partir de una multiplicidad de operaciones particulares diversas, son el legado de Leibniz y Newton, del espíritu experimental de sus precursores, y de los esfuerzos interpretativos de sus sucesores, a través de cuyas investigaciones se alcanzó la formulación actual del *teorema fundamental del cálculo*. Este teorema afirma la relación inversa entre derivación e integración: “la integral definida $F(x) = \int_a^x f(x) dx$ de la función continua $f(x)$ tiene una derivada que es esta misma función, $F'(x) = f(x)$. Esto es, el valor de la integral definida de $f(x)$ de a hasta b puede en general encontrarse desde los valores, para $x=a$ y $x=b$, de la función $F(x)$, de la cual $f(x)$ es la derivada”.⁴¹

Dejando definidos los principales caracteres de la evolución histórica de los infinitesimales, tal como Deleuze recepciona esta historia, volvemos a la estructura de la Idea deleuziana para mostrar cómo ellos se red despliegan en el contexto de la filosofía trascendental de la diferencia.

I.II.- Primer momento de la Idea: lo indeterminado

I.II.1.- Indeterminación y continuidad: el quantum y la quantitas

Volvamos a *Diferencia y repetición*, y a la recuperación deleuziana de la metafísica del cálculo diferencial: “es un error ligar el valor del símbolo dx a la existencia de los infinitesimales; pero es también un error negarle todo valor ontológico y gnoseológico en nombre de una recusación de éstos.”⁴² Este “valor ontológico y gnoseológico” del símbolo dx está directamente en relación con la

⁴⁰ Cf. Boyer, Carl Benjamin, *op. cit.*, p. 8.

⁴¹ Boyer, Carl Benjamin, *op. cit.*, p. 10. Esta definición de Boyer puede adolecer de ciertas falencias formales desde el punto de vista del análisis estricto (por ejemplo, es necesario aclarar que la función $F(x)$ es derivable, y que el valor de $F(a) = 0$), pero sirve a los efectos prácticos de nuestra exposición donde solo interesa recalcar la relación inversa entre derivación e integración.

⁴² DR, p. 221 [260].

elucidación de la estructura de la Idea, la trinidad indeterminado-determinable-determinación. Más allá de su invención y su proceso de aritmetización, algunas interpretaciones del cálculo, “llamadas bárbaras o pre-científicas”, o bien “esotéricas”, contienen algunos “tesoros” que interferirán constructivamente en la determinación de la Idea.⁴³ En su estructura tripartita, los valores lógicos se entrelazaban con principios ontológicos y elementos trascendentales. La estructuración en términos de tres “momentos” es una propuesta de lectura que esbozamos para desenmarañar la complejidad de un proceso ontológico que se da todo simultáneamente. Aclarado esto, pasemos al primer momento.

La Idea aparece como un “estado” en el cual las determinaciones de la representación son eliminadas en ese “ascenso del fondo” que conducía al pensamiento a su límite. De manera paradójica, esto, por un lado, afirma la *continuidad* como carácter esencial de la Idea, pero, por otro lado, rechaza tajantemente la apelación a todo tipo de intuición empírica.⁴⁴

La Idea de fuego subsume el fuego como una sola masa continua, susceptible de acrecentarse. La Idea de plata subsume a su objeto como una continuidad líquida de metal fino. Pero si es verdad que lo continuo debe relacionarse con la Idea y su uso problemático, lo es a condición de ya no ser definida por caracteres tomados de la intuición sensible o incluso geométrica, como sucede cuando se habla de interpolación de intermediarios, de sucesiones intercalares infinitas o de partes que nunca son lo más pequeñas posibles. Lo continuo no pertenece verdaderamente a la Idea sino en la medida en que se determine una causa ideal de la continuidad.⁴⁵

⁴³ DR, p. 221 [260]. Deleuze se refiere específicamente a los desarrollos filosóficos en torno al cálculo diferencial que realizan Jean Baptiste Bordas-Demoulin, Salomon Maimon y Hoëné Wronski. Estos autores desarrollan sistemas metafísicos en los cuales el elemento diferencial juega un papel central. Para una exposición más extensa puede verse Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental*, op. cit., pp. 85-126.

⁴⁴ Vimos en el apartado anterior cómo el concepto de continuidad (además del de infinitud) fue precisamente el punto polémico en la historia del cálculo, por su apelación a la intuición geométrica.

⁴⁵ DR, p. 222 [261].

Al igual que las gotas de agua, el fuego o la plata se nos presentan en la experiencia como elementos discretos, individuos separados (*este* fuego, o *aquel* otro, *esta* o *aquella* pieza de plata). Pero su *Idea* los subsume como *una sola masa continua*. Esto exige entonces un particular ejercicio de abstracción. El llamado a la abstracción de los caracteres empíricos busca normalmente extraer de una cosa sus propiedades “secundarias”, accidentales o mudables, para retener lo esencial, lo formal, lo inmutable, lo permanente... En este caso, la abstracción de lo empírico llama a determinar una *causa ideal de la continuidad*. Esto no pretende vaciar a la cosa de sus determinaciones, como una forma sin contenido que venga a darle individualidad, sino sumergir a la cosa en un fondo disolvente, una *materia ideal continua*⁴⁶ en la cual ella pierde su individualidad sin perder su materialidad. O más bien, se trata de un ejercicio de abstracción donde la fijeza y la identidad individual son “lo secundario”, y se privilegia la potencia de variación de la cosa. Este fuego, esta pieza de plata son tragadas por un fondo continuo del cual ellos se distinguen, *pero que no se distingue de ellos*.⁴⁷ Lo esencial es, entonces, la *variación continua*, en el movimiento de una continuidad ideal que rompe con los caracteres tanto individuales como generales, subsumiendo una multiplicidad de variaciones en inmediata coexistencia y fusión.⁴⁸ En este sentido, está más allá de la experiencia

⁴⁶ La caracterización de lo virtual no se da siempre únicamente como *ideal*; en DR, pp. 225 y 323 [265 y 374], Deleuze emplea las expresiones “materia de la Idea” y “materia virtual”, respectivamente, para remitir a las relaciones diferenciales virtuales no actualizadas. Del mismo modo, esta remisión a la Idea de fuego y a la Idea de plata muestra una tensión entre idealismo y materialismo. Esta fusión de lo material y lo ideal se mostrará como una de las bases teóricas de *El anti-Edipo*, y reaparece en la dualidad *funcional y material* del concepto de diagrama, así como también en el ejemplo de la metalurgia desarrollado en MP, pp. 505-506 [407-408], donde fuego y metales hacen aparición bajo el concepto de *phylum* como flujo de materia-movimiento.

⁴⁷ Esta es la imagen que Deleuze presenta para pensar la diferencia en sí misma al inicio del Capítulo I, cf. DR, p. 43 [61].

⁴⁸ Aden Evens da a este respecto un buen ejemplo, relativo a una hipotética Idea de “cuerpo humano”: “el conjunto de participantes en una Idea forman un *continuum* sensible. Por ejemplo, la Idea de fenotipo humano es irreductible: no hay elementos necesarios y suficientes que hagan humano a un cuerpo. Pero hay muchas características de los cuerpos humanos, y estas características varían continuamente —pelo, densidad, color de piel, color de ojos, forma de la cabeza, etc. La Idea de cuerpo produce una continuidad, una masa de cuerpos individuales que oscila

o de la sensación empíricas, no por carencia, sino por *exceso*. La continuidad no se define por la posibilidad de una infinita divisibilidad en una extensión individuada, sino por una paradójica *materia ideal* que efectúa una subsunción de variaciones, excediendo toda marca de individualidad y definiendo un espacio abierto, *objetiva o esencialmente indeterminado*. La puesta en variación continua es puesta en abismo del individuo, apertura a la indeterminación.

Hay que precisar rigurosamente en qué consiste esta variación continua definida por la causa ideal de la continuidad: “La continuidad, tomada con su causa, forma el elemento puro de la cuantitabilidad. Esta no se confunde ni con las cantidades fijas de la intuición (*quantum*), ni con las cantidades variables del entendimiento (*quantitas*)”.⁴⁹ En el contexto del cálculo matemático, podemos pensar el *quantum* como el número —una cantidad finita determinada—, y la *quantitas* como la variable (*x*) —cantidad general que vale por todas las cantidades que caen en su dominio, como un concepto del entendimiento *vale por* los múltiples individuos empíricos que caen bajo él. Las funciones matemáticas son análogas a los conceptos representativos. Es probable que Deleuze se inspire aquí en el uso de los términos *quantum* y *quantitas* en la *Crítica de la razón pura*.⁵⁰

continuamente en una variedad de maneras” (Evens, Aden, “Math Anxiety”, en *Angelkai. Journal of the Theoretical Humanities*, Vol. 5, n° 3, diciembre de 2000, p. 107). Análogas consideraciones pueden hacerse de la “Idea de trabajo”, presentada por Marx al inicio de *El Capital* como trabajo abstracto, “objetividad espectral, una mera gelatina de trabajo humano indiferenciado” (Marx, Karl, *El Capital*, T. I, V. I, trad. de Pedro Scaron, Buenos Aires, Siglo XXI, 2002, p. 47).

⁴⁹ DR, p. 222 [261].

⁵⁰ El empleo de los términos *quantum* y *quantitas* referidos, respectivamente, a la intuición y al concepto, remite —aunque Deleuze no lo hace explícitamente— a la primera *Crítica*, donde Kant asocia, por un lado, a la *quantitas* al concepto de número, y como tal a la cantidad extensiva: “el esquema puro de la cantidad (*quantitatis*), como [esquema] de un concepto del entendimiento, es el número, que es una representación que abarca la adición sucesiva de lo uno a lo uno (homogéneos)” (Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, op. cit., p. 241 [A142-3/B182]); por otro lado, el *quantum* “es caracterizado como una unidad en la que se da o se genera una multiplicidad. [...] El *quantum* se vincula con la cantidad intensiva y, por tanto, con la síntesis de coalición y las categorías de cualidad” (Herszembraun, Miguel, *La antinomia de la razón pura en Kant y Hegel*, Madrid, Alamanda ediciones, 2018, pp. 392 y 394; en general, cf. todo este capítulo para un recorrido preciso sobre el uso kantiano de estos términos). La confrontación con Hegel es

“Los quanta como objetos de la intuición son siempre valores particulares; e incluso unidos en una relación fraccionaria, cada uno conserva un valor independiente de la relación. La *quantitas* como concepto del entendimiento tiene un valor general, que designa aquí una infinitud de valores particulares posibles, tantos como la variable pueda recibir”.⁵¹ Se rechaza así la particularidad empírica y la generalidad conceptual. Número y variable, objeto y concepto, son figuras de la representación que deben ser recusadas en función del elemento *puro* de la cuantitabilidad, primer momento de la Idea. Un empirismo superior reclama una *abstracción superior*: no ya abstracción del accidente para alcanzar la esencia (concepción representacional de la abstracción), sino abstracción simultánea de los caracteres particulares y generales de un objeto individual y determinado de la experiencia, en virtud de una puesta en variación continua de los múltiples caracteres concretos que concurren en su determinación.

I.II.2.- Continuidad y límite: Bordas-Demoulin y Dedekind

Siguiendo la impugnación del *quantum* y la *quantitas*, la variación continua no puede caracterizarse como pasaje alternativo de cantidades particulares que caen bajo el rango de la variable general. Para caracterizar la continuidad ideal, Deleuze recurre a las ideas de uno de los personajes

también significativa en este punto. Hegel ve en *dx* el signo del auténtico infinito, que supera la mala infinitud definida por agregación indefinida en un perpetuo *más allá* de lo finito (cf. Hegel, Georg W. F. *Ciencia de la lógica*, op. cit., pp. 290-296). Definiendo una magnitud como aquello que “puede ser aumentado y disminuido” (*ibid.*, p. 308), y afirmando que el infinito (grande o pequeño) no puede ser aumentado ni disminuido, Hegel separa las diferenciales de aquello que puede definirse cuantitativamente, y reserva para ellas la determinación *cualitativa*. Muestra entonces (cf. *ibid.*, pp. 311-312) por qué la relación diferencial no puede ser confundida con una relación fraccionaria particular ($-\frac{2}{7}$) ni una general ($-\frac{a}{b}$). Sin embargo, la definición hegeliana de la continuidad está asociada a la “consideración de la mutación *extrínseca* y *empírica* de las magnitudes” (*ibid.*, p. 340), mera negación del “monto” discreto. El cuanto infinito es a la vez *exterioridad* y *negación* de esa mutación (cf. *ibid.*, p. 310), y en tanto tal, *negación* de lo esencial al cuanto, implicando por ello un traspaso cualitativo.

⁵¹ DR, p. 222 [262].

de la historia esotérica del cálculo diferencial: Jean Baptiste Bordas-Demoulin. En su monumental obra *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences* (1843), este filósofo francés estudia la revolución científica que significó el cartesianismo en la modernidad; en ella, el cálculo diferencial constituye un capítulo central.

Bordas concibe la *continuidad* en el contexto de una metafísica del infinito, que caracterizará el punto de vista de lo Universal o lo Absoluto como *una multiplicidad de órdenes de infinitud, infinitos que envuelven infinitos sin término*, contenidos todos en el supremo infinito divino. En este marco, el cálculo diferencial “no es sino el cálculo de los infinitos órdenes de infinito y de todas sus combinaciones posibles”;⁵² es decir, la herramienta matemática de lo Absoluto. El infinito —tanto el matemático como el filosófico— es definido por Bordas como “unidad y número a la vez”,⁵³ *unidad de la unidad y la pluralidad*. Así ocurre, por ejemplo, con la serie $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$, donde ambos miembros de la igualdad equivalen, no por la suma efectiva de los términos del segundo miembro (suma imposible de realizar de hecho), sino por la *ley de generación* que lo hace depender del primero. La unidad del primer miembro es el principio de indivisibilidad del conjunto de los términos del segundo, que enriquece la unidad de aquel, de modo que ambos se sostienen mutuamente. Lo mismo ocurre con la noción de sustancia: ella es una unidad indivisible diversificada en la pluralidad indefinida de sus accidentes.⁵⁴ Esto se manifiesta también en el método exhaustivo: el círculo es el polígono de infinitos lados, como si la circunferencia descubriera lo universal del polígono. La relación de la circunferencia y el

⁵² Bordas-Demoulin, Jean Baptiste, *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences*, París, J. Hetzel Libraire-éditeur, 1843, p. 434.

⁵³ *Ibid.*, p. 430.

⁵⁴ Sobre ambos ejemplos cf. *ibid.*, pp. 429-430. La identidad fuerte entre los dos términos de la serie matemática (la secuencia y su límite) nos remite directamente a la concepción presentada por Weierstrass y Dedekind en la sección anterior. De ahí que, como veremos en breve, Deleuze asocie la visión metafísica de Bordas-Demoulin con la formalista de la escuela alemana, en un movimiento original que atraviesa la radical heterogeneidad entre ambas tradiciones.

radio es la unidad del infinito, la del contorno y la apotema, la unidad del número. *Entre* ambas, está la continuidad: “El pasaje del contorno a la circunferencia en el que los costados del polígono se desvanecen, no es sino la eliminación del número y la manifestación de la unidad [...]. Hay un *fondo común* que no cesa de llevarnos”.⁵⁵ Este fondo común que nos lleva del número a la unidad, o *de una variación a su universal*, es la continuidad ideal.

El polígono de lados crecientes implica un régimen de variabilidad del cual el círculo expresa lo universal. Si $n = 3$ es el número determinado de lados del polígono (un *quantum*), y $2n$ la razón de la serie del crecimiento de sus lados (*quantitas*), tendremos una sucesión de polígonos regulares: de tres lados, de seis lados, de doce, de veinticuatro, etc. El círculo asociado a estos polígonos no es ni un *quantum* ni una *quantitas*, sino el *límite* que revela lo universal de esa variación, unificando su pluralidad. No pasamos del uno al otro agregando sucesivamente lados al polígono, sino poniendo al círculo como límite de esa adición infinita. El círculo, a su vez, puede entrar en nuevos regímenes de variabilidad. Por ejemplo, si aumenta su radio, el límite en esta variación nos llevará al plano euclidiano como su universal; si se reduce continuamente el radio, el límite será el punto. O bien, si rotamos a la circunferencia sobre su diámetro, obtenemos la esfera como universal de esa variación. Esto mismo ocurre con las expresiones algebraicas. Por ejemplo, en la fórmula del círculo, $x^2 + y^2 - R^2 = 0$, dice Bordas...

yo puedo atribuir a x , y , R , una infinidad de valores indiferentemente; sin embargo, estoy obligado a atribuirles siempre uno, quiero decir un valor determinado, en consecuencia, a expresar una cierta circunferencia, y no la circunferencia misma. [...]. *Es lo individual de la curva o la función lo que es representado, y no lo universal* [...]. [Leibniz] tomó el universal y le otorgó un símbolo, el que forma el cálculo diferencial, cuyo objeto es extraer lo universal

⁵⁵ *Ibíd.*, p. 462.

en las funciones. Aplicado a $x^2 + y^2 - R^2 = 0$, da $xdx + ydy = 0$, ecuación que no expresa ninguna circunferencia particular, sino la circunferencia general, siendo dx y dy *independientes de toda cantidad determinada* o finita. En cuanto a su relación $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, ella representa una cantidad determinada, pero es la tangente trigonométrica del ángulo que la tangente a la circunferencia hace con el eje de las abscisas. Si en $xdx + ydy = 0$ se encuentran todavía las cantidades finitas y, x , es porque en la cantidad, así como en la sustancia, *lo universal no puede aislarse y formar un ser aparte*. Él lleva siempre en algún lado lo individual consigo, así como lo individual conlleva siempre lo universal, que comprende *implícitamente*.⁵⁶

Contrariamente a lo que suele entenderse, entonces, no es la fórmula general la que expresa el universal del círculo (ella sólo expresa su generalidad), sino *su diferencial*. Tanto la fórmula general ($x^2 + y^2 - R^2 = 0$), como sus infinitos valores particulares posibles, conforman lo individual: “por «individual» Bordas entiende a la vez lo particular y lo general”⁵⁷ (y la eliminación del *quantum* y la *quantitas* es la simultánea eliminación de estos dos aspectos de lo individual). *Diferenciando* la fórmula general, obtenemos lo universal de ella: $xdx + ydy = 0$. Las diferenciales no son cantidades determinadas (ni número, ni variable), sino indeterminadas. No se trata de una privación o carencia de determinación, sino —dice Bordas— de una “independencia” respecto a la cantidad “determinada o finita”. Sin embargo, esta independencia es relativa: lo universal nunca constituye “un ser aparte”. Es independiente de la variación de la función *sólo en cuanto permite expresar lo universal de ella, y en ese sentido, remite a un nuevo tipo de individualidad*.

Este es un punto esencial en la teoría deleuziana de la Idea, de gran impacto para todo lo que sigue: $\frac{dy}{dx}$ es el síntoma de un cambio de función, el *pasaje* de la primitiva a la derivada. El individuo “función

⁵⁶ *Ibíd.*, pp. 133-134; las cursivas son nuestras.

⁵⁷ DR, p. 223 [262].

primitiva” ha sido *abstraído*, llevado a variación continua, a su universal, por la diferencial. El universal muestra la unidad de la relación que constituye a ese individuo, la ley de su composición o lo invariable de sus variaciones, a la vez que instauro un nuevo régimen de variación, un nuevo individuo: “función derivada”. Ocurre en la teoría de las funciones como en el ejemplo del polígono y el círculo. La continuidad “forma el lugar del pasaje de la una a la otra. Ella no es el límite de la función, sino el límite de lo cambiante y de lo no cambiante en la función misma. En ella se anula lo que cambia y anulándose deja ver, más allá, lo que no cambia”.⁵⁸ Pero eso que no cambia *para* una función dada no está él mismo exento de cambio. Lo universal se encuentra contenido en la función “*envuelto* por lo individual”,⁵⁹ y su emergencia implica un re-envolvimiento, un nuevo régimen de variabilidad individual (las variaciones del círculo, o las de la relación $-\frac{x}{y}$).

La concepción de Bordas sobre la continuidad como *pasaje al límite* es comparada por Deleuze al proceso de aritmetización del continuo de la mano de Weierstrass y Dedekind. Al independizar el símbolo dx de toda forma de cantidad numérica o de variación geométrica, estos matemáticos construían una definición puramente *estructural* del límite. Si bien ellos escapan a una consideración metafísica, aceptarían, junto con Bordas, el negar al signo dx una autonomía o autosubsistencia en el cálculo, realzando la relación $\frac{dy}{dx}$ como índice de cambio de función primitiva a derivada, ambas mutuamente enlazadas en tanto la segunda expresa la estructura topológica de la primera.

Por esto Bordas ya está cerca de la interpretación moderna del cálculo: el límite ya no supone las ideas de variable continua y de aproximación infinita. Al contrario, es la noción de límite la que funda una nueva definición estática y puramente ideal

⁵⁸ Bordas-Demoulin, Jean Baptiste, *op. cit.*, p. 463. En este sentido, Bordas sugiere que deberían invertirse los términos, y llamar “derivada” a la primitiva y “primitiva” a la derivada, puesto que es esta la que muestra lo esencial de aquella (cf. *ibíd.*, p. 458).

⁵⁹ *Ibid.*, p. 457. La relación de *envolvimiento* de lo universal por parte de lo individual se revelará de la mayor importancia, y lo retomaremos en los capítulos subsiguientes.

de la continuidad, que no implica, para ser definida, sino el número o más bien lo universal en el número. Corresponde a las matemáticas modernas precisar la naturaleza de este universal del número, como consistente en el «corte» (en el sentido de Dedekind): es el corte, en este sentido, el que constituye el género próximo del número, la causa ideal de la continuidad o el elemento puro de la cuantitabilidad.⁶⁰

El corte de Dedekind era precisamente el *corte irracional*, el punto en la recta real que se definía como límite de *dos series convergentes* de racionales o secuencias infinitas, una carente de máximo, la otra de mínimo. El corte irracional indica lo que podríamos llamar una *singularidad* en la recta, que se destaca respecto de los puntos ordinarios (racionales). En el lenguaje de Bordas, esa singularidad se manifiesta como lo universal, en tanto subsume las variaciones de las secuencias que convergen en ella, estructurando el espacio de la recta.

El individuo empírico (este fuego, esta plata, este número o esta función, esta línea recta) contiene —*envuelve*— a la Idea como su universal, su *ley de generación*. Ella lo sumerge en una continuidad indiferenciada, como ocurría con la Idea del fuego o la de la plata: no nos presenta una naturaleza simple, sino una *masa en variación continua*. Pero esa continuidad reclama un límite *que la constituye*, en tanto señala lo invariable de la variación, la ley de generación de la variación. *La continuidad ideal no es entonces un mero magma indiferenciado y disolutivo, sino que, en virtud del corte que la constituye, está cargada de diferencias genéticas*. Lo universal

⁶⁰ DR, p. 223 [263]. El corte constituye, según un giro poco utilizado por Deleuze, el “género próximo” del número. Acaso su “diferencia específica” nos remita al inicio de esta sección: *quantum* o *quantitas*. Si el corte es unidad de unidad y pluralidad, él contiene estas dos variantes. Todo número puede ser enfocado o bien como unidad o bien como pluralidad. En tanto *quantum* de la intuición puede ser considerado como cantidad fija (unidad), o bien desagregado en “partes” (pluralidad por división de su unidad); en tanto *quantitas* del entendimiento, puede ser considerado en su carácter de equivalente general para los múltiples *quanta* particulares que constituyen su rango (unidad), o bien desde ese régimen de variación fluctuante (pluralidad). El corte enlaza directamente la unidad con la pluralidad, subsumiendo ambas caras del *quantum* y la *quantitas*, y especificando al número como entero, o racional, o irracional, o imaginario, etc.

como *corte*, o elemento puro de la cuantitabilidad, constituye la posibilidad de establecer un *pasaje* entre diferentes regímenes cuantitativos. En el caso de Dedekind, se trata del pasaje de una serie de racionales a la otra, a través de un punto de convergencia que no pertenece a ninguna de ellas; en el caso de Bordas, se trata del pasaje de una función a otra, a través de una relación diferencial cuyos términos son independientes de la variabilidad individual de cada una, pero enteramente dependientes de la *relación* que los enlaza, y que enlaza a su vez esas dos funciones. A lo indeterminado como tal, según vimos, correspondía un *principio de determinabilidad*. La determinabilidad del elemento diferencial indeterminado está dado en y por la relación diferencial. Pero esto ya nos conduce al segundo momento de la Idea.

I.III.- Segundo momento de la Idea: lo determinable

I.III.1.- La síntesis recíproca

El segundo momento es el núcleo de la teoría deleuziana de la Idea, el que enlaza lo universal del primer momento con lo *singular* del tercero, el ascenso del fondo indeterminado con LA determinación. Recordemos que lo determinable es “lo que hace funcionar el pensamiento, es decir la máquina entera de lo indeterminado y de la determinación”.⁶¹

De acuerdo con la caracterización de la estructura tripartita de la Idea,⁶² lo *determinable* correspondía a la *relación* diferencial. Los *elementos* diferenciales, *indeterminados*, poseen un principio de *determinabilidad*: este principio está dado por la relación diferencial. “ dx es completamente indeterminado en relación con x , dy en relación con y , pero son perfectamente determinables el uno en relación con el otro. Es por eso que un

⁶¹ DR, p. 354 [408].

⁶² Cf. DR, pp. 221-222 [261].

principio de determinabilidad corresponde a lo indeterminado como tal”.⁶³ En la medida en que los elementos diferenciales no son indeterminados por privación o carencia, sino indeterminados desde la perspectiva de lo particular y lo general (es decir, desde la perspectiva de la representación), ellos indican una *puesta en variación continua* o un *pasaje a lo universal* de un determinado *régimen de variabilidad individual* (asociado a un nuevo régimen que, constituyendo lo universal del precedente, posee a su vez su propia individualidad). Dada esta capacidad de los diferenciales, decíamos que la continuidad ideal que ellos introducen no es la de una homogeneidad indiferente, sino una *cargada de diferencias*.

Junto con este “nuevo tipo” de continuidad, el ámbito de lo universal deleuziano introduce un nuevo tipo de diferencia, más allá de la diferencia por la negativa propia de la representación. “El universal no es una nada porque hay, siguiendo la expresión de Bordas, «relaciones de lo universal». Dx y dy son completamente indiferenciados en lo particular y lo general, pero completamente diferenciados en el universal y por él”.⁶⁴ A partir de aquí, Deleuze introduce en el vocabulario de *Diferencia y repetición* la distinción técnica entre “diferencia”, propia del ámbito actual, y “diferentia”, propia de lo universal, o virtual.⁶⁵ El primer momento de la Idea nos llevó, de la mano del elemento puro de la cuantitabilidad, a desligar la diferencia en sí misma del régimen de la diferencia; el segundo momento, bajo la forma de lo determinable, deberá conducirnos a la caracterización del régimen de la diferentia, que se desprende del primer momento. La

⁶³ DR, p. 223 [263].

⁶⁴ DR, p. 223 [263].

⁶⁵ La lengua francesa contiene los dos verbos, *différencier* y *différentier*; el primero equivale a nuestro “diferenciar”, en el sentido de discernir, discriminar, separar, establecer una distinción; el segundo pertenece al dominio del análisis matemático y remite al uso del cálculo diferencial (en español, el verbo utilizado en ese contexto es “derivar”). Deleuze juega con esta dualidad de su lengua para cargar el término *différentier* de un sentido ontológico que lo liga al plano de lo virtual. La diferentia es el modo de la diferencia propio de la Idea. En el curso de este trabajo, indicaremos con la “c” o la “t” en cursivas, según corresponda, esta distinción técnica: diferenciación y diferenciación.

pregunta, entonces, es ahora: ¿qué significa “forma de lo determinable”, en tanto figura de la diferencia propia de lo universal?

La relación diferencial $\frac{dy}{dx}$ no es como una fracción que se establece entre *quanta* particulares de la intuición, pero tampoco una relación general entre magnitudes variables o cantidades algebraicas. Ninguno de los términos existe absolutamente, sino sólo en su relación con el otro [...]. Es por eso que, ahora, un principio de determinación recíproca corresponde como tal a la determinabilidad de la relación. Es en una síntesis recíproca que la Idea pone y desarrolla su función efectivamente sintética. Toda la cuestión es, pues, ¿bajo qué forma la relación diferencial es determinable? Lo es ante todo bajo forma cualitativa, y a este título ella expresa una función que difiere en naturaleza de la llamada primitiva.⁶⁶

Este pasaje contiene tres puntos esenciales al desarrollo conceptual de la teoría de la Idea. En primer lugar, afirma la primacía de las relaciones diferenciales por sobre sus términos, por lo cual se manifiesta como

⁶⁶ DR, pp. 223-224 [263]. La interpretación hegeliana está aquí implícita: Hegel interpreta el diferencial, siguiendo la perspectiva newtoniana, como *momento* de una determinación *cualitativa*, momento que no tiene existencia autónoma por fuera de la relación que los vincula: “existe solo como *momento*; es una determinación de magnitud en forma *cualitativa*; su infinitud consiste en existir como una *determinación cualitativa*. De este modo, como momento está en relación esencial con su otro, solo como determinado por medio de este su otro, vale decir que tiene solo significado por algo que está en *relación* con él. [...] En este concepto del infinito el cuanto está verdaderamente acabado y convertido en una existencia cualitativa” (Hegel, Georg. W. F., *Ciencia de la lógica*, op. cit., pp. 310 y 320). La determinación cualitativa surge por negación de la cuantitativa. La determinación positiva de la infinitud es *negación* de la cantidad y su variación *extrínseca*. Deleuze hace un esfuerzo por pensar a la cantidad como fundada en una razón positiva —cuantitabilidad ideal— en cuya caracterización éramos conducidos a la pura cualitabilidad. Si en ambos autores la cantidad se halla determinada retroactivamente desde la cualidad, que se presenta en cierto modo como su superación, lo esencial de esta determinación se da en Hegel por negación (del cuanto individual), mientras que en Deleuze por afirmación de la relación entre elementos positivos (en tanto la causa ideal de la continuidad se definía por la *puesta en variación continua* y no por la negación de lo discreto o individual). Esto se vuelve tangible en el recurso deleuziano a Bordas-Demoulin, aquí retomado desde el punto de vista cualitativo: el pasaje a lo universal en un aspecto está siempre atado a una variabilidad anclada en lo individual. En Deleuze, el momento del cuanto no es negado para alcanzar la infinitud *en sí y para sí*, sino sumergido en una red de interconexión de regímenes de variación cuantitativo-cualitativos.

el fundamento del primer momento. En segundo lugar, la introducción del principio de determinación recíproca es caracterizado como principio *sin-tético*, lo que lo coloca como punto clave de la *síntesis ideal de la diferencia* (que da título al Capítulo IV, y que plantea su problema fundamental, a saber, asignar el “punto crítico donde la diferencia cumple la función de reunir, en tanto que diferencia”).⁶⁷ En tercer lugar, se indica que la relación diferencial es determinable *ante todo* bajo forma cualitativa, en tanto que ella expresa una función que difiere por naturaleza de la primitiva.

Estos tres puntos se enlazan con lo previamente expuesto sobre la Idea, y nos lanzan más allá. Cuando la Idea irrumpe en el pensamiento, el fondo sube a la superficie en virtud de una continuidad ideal donde todas las figuras se disuelven —continuidad caracterizada, según el primer momento de la Idea, como elemento diferencial. Este elemento sólo puede *generar* determinación en el contexto de una *relación* diferencial, a través de un principio de *síntesis recíproca*. La puesta en variación continua, o pasaje a lo universal del primer momento, no se da sino a condición de la relación; siendo la relación la realidad del elemento, ella constituye una unidad irreductible e indisociable. El pasaje que venimos de citar presenta la síntesis como la *forma de lo determinable*: se trata de la *forma cualitativa*, según la cual la relación “expresa una función que difiere en naturaleza de la llamada primitiva”.

En este punto, Deleuze retoma los ejemplos de Bordas y de Dedekind, para afirmar:

Quando la primitiva expresa la curva, $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ expresa por su cuenta la tangente trigonométrica del ángulo que la tangente a la curva hace con el eje de las abscisas; y a menudo se ha señalado la importancia de este «cambio de función» comprendido en la diferencial. Del mismo modo el corte designa números irracionales que difieren en naturaleza de la serie de los racionales.⁶⁸

⁶⁷ DR, p. 221 [260].

⁶⁸ DR, p. 224 [263].

La función primitiva (continúa el ejemplo de la fórmula del círculo $x^2 + y^2 - R^2 = 0$) expresa una curva determinada (en concreto, un círculo de radio R y centro en $x = 0$; $y = 0$); mientras que la función que surge de la diferencial (llamada derivada), $-\frac{x}{y}$, expresa la pendiente de la recta tangente a esa curva. La relación diferencial señala un cambio de función, de primitiva a derivada, dos funciones que difieren cualitativamente, o en naturaleza ($x^2 + y^2 - R^2$ y $-\frac{x}{y}$ son funciones diferentes, cualidades diferentes, y remiten cada una a gráficos diferentes: diferentes regímenes de variabilidad cuantitativa). El corte, por su parte, *designa* números irracionales, cualitativamente diferentes de los racionales (diferentes en naturaleza, en tanto no pueden expresarse por los mismos medios: unos son razones entre enteros, otros, series de fracciones). La relación diferencial, entonces, sería *determinable bajo forma cualitativa en tanto permite expresar cualidades que difieren en naturaleza de otras cualidades*. Continúa Deleuze:

Pero este no es sino un primer aspecto; porque la relación diferencial, en tanto que expresa otra cualidad, permanece aún ligada a los valores individuales o variaciones cuantitativas correspondientes a esta cualidad (por ejemplo, tangente). Ella es pues a su vez diferenciable, y testimonia solamente la potencia de la Idea de dar origen a una Idea de la Idea. Lo universal en relación a una cualidad no debe confundirse con los valores individuales que posee aún en relación a otra cualidad. En su función de universal, ella no expresa solamente esa otra cualidad, sino un elemento puro de la cualitabilidad.⁶⁹

Detengámonos en este pasaje. La relación diferencial, según vimos, es determinable *ante todo* bajo forma cualitativa. Ella funciona como universal de una cualidad a condición de *expresar* otra cualidad, que difiere de la primera (derivada de primitiva, irracional de racional): como mostraba Bordas, lo universal lleva siempre de algún modo lo individual consigo, así como lo individual envuelve siempre lo universal. En tanto el pasaje a lo

⁶⁹ DR, p. 224 [263-264].

universal nos comunica con un nuevo régimen de individualidad, el cual “es pues a su vez diferenciable”: todo individuo envuelve lo universal y está envuelto por él, en tanto *pasaje* entre individuaciones. En el cálculo de derivadas, esto se constata en la medida en que cada vez que se introduce la operación de diferenciación para obtener la derivada de una primitiva, esa derivada puede a su vez ser derivada,⁷⁰ y en ese sentido se convierte en primitiva de una nueva función derivada (primitiva y derivada nunca son términos que determinan de modo absoluto una función dada, sino relativos a una operación de diferenciación entre funciones). La emergencia de la Idea como universal, entonces, parece abrirnos a un proceso indefinido de proliferación de funciones o cualidades, testimonio de la potencia de la Idea “de dar origen a una Idea de la Idea”...

Ahora bien, según dice también Deleuze, lo universal de una cualidad “no debe confundirse” con los valores individuales que lo ligan a la otra cualidad. Antes bien, la Idea en tanto universal expresa un elemento puro de la cualitabilidad. Así como el elemento puro de la cuantitabilidad nos remitía a una instancia a-cuantitativa, abstraída de toda cantidad individual (intuitiva o conceptual), para determinarse como “género próximo del número” o condición de posibilidad de la cantidad, el elemento puro de la cualitabilidad debe ser desligado de los elementos cualitativos que produce (intuitivos o conceptuales), y que difieren en naturaleza entre sí, para considerarse como género próximo de la cualidad: condición de las cualidades. Lo universal es, como vimos en la sección anterior, el índice de un *pasaje* entre regímenes de variabilidad, pero también el elemento puro que asegura ese pasaje, sin confundirse con ninguna de sus estaciones (los distintos regímenes). En este sentido, la Idea aseguraría la producción de una multiplicidad de regímenes de variación, cada uno de ellos pasible de ser remitido a otro como su *ley de generación* o su *invariable*; este otro, a

⁷⁰ Esto, siempre y cuando, cumpla con las condiciones necesarias para su derivación: no toda función es derivable. Nos referiremos tangencialmente a estas condiciones en la sección siguiente.

su vez, será él mismo un régimen variable, pasible de remitirse a su vez a otro invariable. Y así como el elemento suponía la relación, la relación presupone la existencia de una *pluralidad de relaciones*, cada una correspondiente a una cualidad individual, y envolvente de lo universal de otra cualidad o régimen cualitativo. Este encajonamiento de variaciones envolventes e invariantes envueltos dará pie a la caracterización de la Idea como *multiplicidad o variedad*:

Es en este sentido que la Idea tiene por objeto la relación diferencial: ella integra entonces la variación, no ya como determinación variable de una relación supuestamente constante («variabilidad»), sino al contrario, como grado de variación de la relación misma («variedad»), al cual corresponde por ejemplo la serie cualificada de las curvas. Si la Idea elimina la variabilidad, es en provecho de lo que debe llamarse variedad o multiplicidad. La Idea como universal concreto se opone al concepto del entendimiento, y posee una comprensión tanto más vasta cuanto que su extensión es grande. La dependencia recíproca de los grados de la relación, y en el límite la dependencia recíproca de las relaciones entre ellas, he aquí lo que define la síntesis universal de la Idea (Idea de la Idea, etc.).⁷¹

Nos referimos a una variación, o régimen de variación, comprendido por una función y graficado en su curva correspondiente, como “variabilidad”. Ella posee un aspecto cuantitativo y uno cualitativo, íntimamente enlazados en tanto cada cualidad implica *un cierto régimen de variación cuantitativa*. Se trata de una relación variable, o función, caracterizada aquí como un individuo. Si el pasaje a lo universal en el elemento diferencial permitía mostrar lo invariable de una variación tal, la relación diferencial “integra la variación”, reúne en un todo sus diferentes partes, pero no recorriendo efectivamente los diferentes valores de la función (lo cual remitía a la lógica del *quantum* y la *quantitas*), sino “como grado de variación de la relación”. Se trata ahora de la relación diferencial, como universal

⁷¹ DR, p. 224 [264].

que engendra una *serie* de funciones o curvas cualitativamente diversas, mutuamente enlazadas, diversos *grados de variación* de la relación. Una misma relación diferencial posee grados, u órdenes ($\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$, etc.), a cada uno de los cuales corresponde una función (individuo) en una cadena de derivación que puede continuar, en algunos casos, al infinito. Este es el principio de la construcción de la serie mediante la cual Lagrange pretendía desterrar las diferenciales, y que veremos retornar en el siguiente momento de la Idea. Por ahora interesa retener que la relación diferencial contiene todos sus grados de variación en una única “síntesis universal”, definida por la “dependencia recíproca” de los mismos, y por la “dependencia recíproca de las relaciones entre ellas”. Esta dependencia recíproca de todas las relaciones y todos sus grados recibe el nombre de “multiplicidad”, como *coexistencia de relaciones diferenciales que definen un espacio internamente heterogéneo y recíprocamente determinado, componiendo diferentes “modos de variar” individuales* (o bien, diferentes relaciones de movimiento y reposo).

Podemos entonces, luego de este recorrido, esbozar una caracterización precisa de la *forma de lo determinable*: ella remite a una síntesis recíproca que unifica, en un mismo movimiento, los elementos diferenciales indeterminados del primer momento de la Idea con una serie de regímenes de variabilidad *generados y enlazados* por la relación diferencial entre esos elementos, conformando una multiplicidad como espacio de coexistencia de elementos, relaciones, y regímenes de variabilidad correspondientes. La relación de determinación recíproca enlaza elementos diferenciales con regímenes de variabilidad, o funciones, a través de una relación diferencial. Las relaciones diferenciales son ideales, (no)-ser, en relación con las funciones que engendran y enlazan, al igual que los elementos diferenciales no son nada en relación con las cantidades de la intuición y el entendimiento.⁷² Los elementos diferenciales y sus relaciones no deben

⁷² Retomamos aquí, tras un camino más cuidadoso, la conclusión de un trabajo precedente: “*Lo que se encuentra en relaciones de determinación recíproca no son meramente los elementos diferenciales en tanto tales, sino la cadena de funciones que la relación diferencial engendra y conecta*. Este es un punto fundamental de la argumentación deleuziana, que puede ser fácilmente pasado por

confundirse con las cualidades que engendran. No son ellos quienes se *determinan*, sino quienes posibilitan el complejo de génesis de LA determinación, en el proceso abierto por el ascenso del fondo —surgido por la manifestación de lo problemático como *continuum ideal* que subyace a un determinado régimen de variación cuantitativo-cualitativo— y la consiguiente conducción del pensamiento a su límite, la Idea. Lo que emerge en este límite son *singularidades*, que indicarán los *puntos concretos* en los que se produce el cambio entre regímenes de variación cuantitativo-cualitativamente distintos.

A esto último apunta la remisión a la Idea como “universal concreto” que “se opone al concepto del entendimiento, y posee una comprensión tanto más vasta cuanto que su extensión es grande”. Cuando las facultades funcionan de acuerdo a su ejercicio empírico, los conceptos de la representación apresan regímenes de variación cuantitativo-cualitativos dentro de ciertos límites que los vuelven identificables y reconocibles. Los conceptos codifican esas variaciones a partir de notas o marcas predicativas que forman su comprensión, y que especifican a los individuos sobre los que se aplican (los cuales constituyen su extensión). Pero cuando, en el seno de ese ejercicio, emerge la variación continua que hace ascender el fondo problemático, la indeterminación de la Idea surge como la potencia de disolución de los individuos empíricos y de las determinaciones conceptuales que los definían. Los conceptos del entendimiento, generalidad abstracta, dan lugar a la Idea, universal concreto, en el ejercicio trascendente. Si lo que caracterizaba la generalidad abstracta del concepto era la relación inversa entre comprensión y extensión,⁷³ lo que caracteriza ahora a la Idea es que la comprensión y extensión van a la par, “una comprensión

alto en la medida en que se piense que lo que la determinación recíproca *determina* es dx y dy .” (Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental*, op. cit., p. 144). La diferencia recorre y articula todo el complejo, y es por eso que la determinación recíproca no se da estrictamente *entre* elementos diferenciales, ni *entre* funciones, sino *en la red múltiple de elementos diferenciales y la cadena de funciones que ellos engendran y enlazan a través de sus relaciones y grados de relación*. La síntesis recíproca supone, entonces, relaciones de relaciones.

⁷³ Cf. DR, pp. 21-22 [36-37].

tanto más vasta cuanto que su extensión es grande”. En tanto la Idea comprende no predicados o notas conceptuales, sino relaciones diferenciales correspondientes a la génesis y articulación de diferentes regímenes de variabilidad, y en tanto estos regímenes de variabilidad corresponden a diferentes individuaciones, la Idea nos abre a un campo productivo donde la producción rebasa siempre el producto, conduciéndolo más allá de sí mismo; ella es principio de una génesis interna y no ya de un condicionamiento extrínseco. En tanto instancia pre-individual de un principio de individuación, la Idea engendra y enlaza una pluralidad indefinida de regímenes de variación, cada uno de los cuales define una individuación, sin dejar por eso de contener lo universal de otra: lo universal se halla envuelto en todo individuo, así como lo individual es siempre llevado por lo universal. En este sentido, la Idea cumple con el requisito impuesto por Deleuze al empirismo trascendental: proveer *un principio que no sea más amplio o más general que aquello que condiciona*,⁷⁴ universal concreto contra las generalidades abstractas del entendimiento.

I.III.2.- Síntesis recíproca y la Transzendentalphilosophie maimoniana

La contraposición de la Idea al concepto representativo, junto con la crítica a este último, y la articulación de lo indeterminado, lo determinable y la determinación, son rasgos que emplazan a la teoría deleuziana de la Idea en su planteo trascendental. La superación de la relación inversa entre comprensión y extensión del concepto es parte de la superación del extrinsequismo entre intuición y concepto. Kant presentaba el espacio y el tiempo como formas puras *dadas* en la estructura de la subjetividad trascendental, que permitían dar cuenta de las diferencias no conceptuales entre ciertos objetos de la

⁷⁴ Cf. por ejemplo, DR, p. 92 [117], 364 [420]. Debemos tener en mente que esto no agota los requisitos señalados, y que nos falta aún un recorrido a través de los modos en que Deleuze piensa la correspondencia entre las relaciones diferenciales ideales y los regímenes de variabilidad o individuaciones actuales.

experiencia. Deleuze oponía a esto la producción de un espacio-tiempo desde la perspectiva de un observador ligado a ese espacio, en un dinamismo espacio-temporal correspondiente con una Idea que permitía bloquear el concepto, haciéndolo valer como generalidad abstracta correspondiente a ciertas variaciones espacio-temporales. Luego de presentar su noción de determinación recíproca en el Capítulo IV de *Diferencia y repetición*, Deleuze se reclama deudor del primer filósofo poskantiano, Salomon Maimon, en cuyo sistema filosófico Kant y Leibniz se reencuentran y reconcilian. Maimon es la figura de la metafísica “esotérica” del cálculo diferencial a quien Deleuze dedica más espacio textual en su desarrollo de la Idea, retomando su teoría de las ideas del entendimiento o *diferenciales de la conciencia*.

Deleuze señala que la dualidad kantiana entre concepto e intuición “nos reenviaba a un criterio extrínseco de constructibilidad, y nos dejaba en una relación externa entre lo determinable (el espacio kantiano como puro dato) y la determinación (el concepto en tanto pensado)”.⁷⁵ La propuesta kantiana, en ese sentido, introduce el *esquema*, función de la imaginación trascendental, como un “homogeneizador” de esos ámbitos heterogéneos.⁷⁶ Deleuze retoma por eso su lectura *empirista* sobre la *Crítica*: “la diferencia permanece exterior, y a este título impura, empírica, «entre» la intuición determinable y el concepto determinante”.⁷⁷ Maimon, en su *Versuch über die Transzendentalphilosophie* (1790), reacciona contra esta dualidad kantiana: *la determinación de los objetos de la experiencia se da en su producción*, un proceso de génesis que se inicia en el pensamiento *puro* y acaba en la intuición (sea *a priori* o *a posteriori*). En efecto, la distinción esencial, para Maimon, no es entre intuición y concepto, sino entre pensamiento puro e impuro. Este último se vincula con nuestras operaciones de conciencia, y va de la sensibilidad —que provee la materia—, pasando por la intuición —que

⁷⁵ DR, p. 224 [264].

⁷⁶ Sobre la función del esquema como medio de homogenización, cf. la *Crítica de la razón pura*, op. cit., pp. 237-238 [A137-139 / B176-178].

⁷⁷ DR, p. 225 [264].

la organiza—, a los conceptos del entendimiento —que proveen unidad en la multiplicidad de esa materia intuitivamente organizada. Se trata de la teoría kantiana del conocimiento, una perspectiva que Maimon considera el resabio de un proceso objetivo al que nuestras operaciones finitas de conciencia no pueden acceder sino a través de sus resultados. Este orden objetivo va desde las Ideas del entendimiento —que Maimon define como “lo infinitamente pequeño de toda intuición sensible y sus formas, que provee la *materia* para explicar la emergencia de los objetos”—, pasando por los conceptos del entendimiento —que relacionan a las Ideas dando lugar a esos objetos.⁷⁸

Maimon postula entonces una dimensión del pensamiento inaccesible para la conciencia empírica, pero fundamento de ella; esta dimensión contiene no sólo los conceptos del entendimiento, sino Ideas del entendimiento, que son también elementos de la intuición. Estos elementos son la materia del pensamiento puro, paradójica materia a la cual corresponde un grado de intuición = 0, pero en cuyas relaciones emergen los objetos determinados de la intuición⁷⁹ (tanto la empírica como la a priori). En términos de Martial Gueroult (fuente a través de la cual Deleuze accede a la obra de Maimon): “Hay pues diferenciales de la conciencia que no son objetos de la intuición ni de la conciencia, sino los elementos genéricos (y genéticos) de las intuiciones de esta conciencia. Así como el elemento infinitamente pequeño de la curva encierra la ley de toda la curva, así este elemento, aunque irrepresentable en sí, significa sin embargo un individuo cualitativo determinado”.⁸⁰

Las diferenciales, así planteadas se convierten en el núcleo unificador del sistema crítico, y si bien ellas son inaprehensibles desde el punto de vista empírico, fungen como ideal regulativo y *límite* de la experiencia, al

⁷⁸ Cf. Maimon, Salomon, *Versuch über die Transzendentalphilosophie* en el T. II de su *Gesammelte Werke*, editados por V. Verra, G. Olms, Hildesheim, 1965-1976, pp. 81-82; cursivas nuestras. De aquí en más citamos esta obra con las siglas GW.

⁷⁹ Cf. Maimon, Salomon, GW, p. 32.

⁸⁰ Gueroult, Martial, *La philosophie transcendante de Salomon Maimon*, París, Félix Alcan, 1929, p. 60.

que podemos —y, en tanto seres racionales, *queremos*—⁸¹ aproximarnos indefinidamente. El punto de vista del pensamiento puro —o entendimiento infinito, capaz de pensar todos los elementos diferenciales y todas sus relaciones—⁸² es descrito entonces por Maimon según el modelo matemático de la construcción de una curva a partir de su diferencial: “la determinabilidad matemática, forma de la diferencia en general, es ante todo absorbida por la relación recíproca de los diferenciales. La materia *a priori* de nuestro conocimiento es, desde el punto de vista del entendimiento infinito, posterior a la naturaleza *a posteriori* de nuestro conocimiento”.⁸³ Es decir que tanto lo que Kant postulaba como *a priori* en la intuición —las formas del espacio-tiempo— como lo *a posteriori* —la materia sensible que llena esas formas—, es en el sistema maimoniano un resultado de la actividad inmanente del pensamiento puro, que trabaja relacionando esas Ideas, y en consecuencia, haciendo surgir la experiencia subjetiva.

De acuerdo con esto, Deleuze encuentra en Maimon la posibilidad de pensar una filosofía trascendental auténticamente genética:

La síntesis recíproca de los elementos diferenciales, como fuente de la producción de los objetos reales, tal es la materia de la Idea en el elemento pensado de la cualitabilidad en el que está inmersa. De ella deriva una triple génesis: la de las cualidades

⁸¹ Cf. Maimon, Salomon, GW, p. 1.

⁸² Cf. *ibid.*, p. 86, nota.

⁸³ Gueroult, Martial, *La philosophie transcendante de Salomon Maimon, op. cit.*, p. 82. Gueroult sostiene que las Ideas presentan una cierta incompatibilidad en la teoría maimoniana del entendimiento infinito, pues introducen un *datum* no producido por él, sino solo relacionable en la génesis del pensamiento. Diego Abadi señala acertadamente que este punto que Gueroult critica es especialmente recuperado como algo positivo por Deleuze, en tanto las diferenciales introducen precisamente *lo impensado* en el pensamiento (Abadi, Diego, *La teoría de la Idea en la filosofía deleuziana de la diferencia*, Tesis Doctoral realizada en cotutela entre la UBA y la Université Paris 8, defendida el 28 de marzo de 2018, FFyL, UBA, pp. 245-246). En este sentido —en un giro que seguramente no era pensado por Maimon— incluso un entendimiento infinito, en tanto contiene diferenciales como su principio, debe ser *forzado* a pensar: “El Cogito recupera toda la potencia de un inconsciente diferencial, inconsciente del pensamiento que interioriza la diferencia entre el Yo [Moi] determinable y el Yo [Je] determinante, y que pone en el pensamiento como tal algo no pensado, sin lo cual su ejercicio sería siempre imposible y vacío” (DR, p. 225 [265]).

producidas como las diferencias de los objetos reales del conocimiento; la del espacio y el tiempo, como condiciones del conocimiento de las diferencias; la de los conceptos como condiciones para la diferencia o la distinción de los conocimientos mismos. El juicio físico tiende así a asegurar su primado sobre el juicio matemático, y la génesis de lo extenso no es separable de la génesis de los objetos que lo pueblan.⁸⁴

Todos los momentos de esta triple génesis están atravesados por la diferencia, pues ella es ante todo *génesis de diferencias*: diferencias cuantitativas (espacio-temporales), diferencias cualitativas (desde el punto de vista de la materia intuita), diferencias conceptuales. Pero estas diferencias *engendradas* caen en el orden extrínseco o empírico, el que caracterizaba el punto de vista de la crítica kantiana. Para Maimon, la diferencia es un concepto puro del entendimiento, un principio trascendental tan originario como la identidad, y uno particularmente importante, en tanto permite pensar el espacio no ya como intuición sino como concepto (es decir, de acuerdo al orden puro, propio del entendimiento infinito).⁸⁵ Deleuze profundiza esta concepción elevando a la diferencia al rango de Idea, que genera *a la vez* las formas de la intuición y los conceptos del entendimiento: de ahí que la Idea, como universal concreto, supere la división kantiana, rompiendo la relación inversa entre comprensión y extensión (ella abarca más individuos en tanto contiene más diferencias, pues produce más espacio-tiempos), y convirtiéndose en un principio plástico que acompaña a lo condicionado en todas sus variaciones.

⁸⁴ DR, p. 225 [265].

⁸⁵ Maimon escribe: “la representación sensible o la intuición del espacio relativamente a objetos sensibles es el esquema, o la forma sensible de la diferencia de esas cosas [...] [Si] me represento cosas puramente heterogéneas (ninguna de las cuales se compone en sí misma de partes homogéneas) tengo entonces simplemente el concepto puro de la diferencia y no su esquema, es decir el espacio como concepto, y no ya como intuición.” (GW, p. 347). Se ve aquí la distancia respecto al planteo kantiano: el espacio como *forma sensible* es un derivado empírico del principio trascendental de la diferencia, que consiste en una pura reunión de elementos heterogéneos compuestos a su vez de elementos heterogéneos. Para una reconstrucción detallada sobre los puntos en que la estética maimoniana se aleja de la kantiana, cf. Thielke, Peter, “Intuition and Diversity: Kant and Maimon on Space and Time”, en Freudenthal, Gideon, *Salomon Maimon. Rational Dogmatic, Empirical Skeptic*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 92 y ss.

En *Diferencia y repetición*, esto se ejemplifica mediante el tratamiento maimoniano de la línea recta.⁸⁶ Desde la perspectiva trascendental kantiana, la línea recta se define como el “camino más corto entre dos puntos”, y ella refiere así un esquema que enlaza el concepto de “recta” con una imagen sensible. Desde el punto de vista de la filosofía trascendental de la diferencia —es decir, desde el punto de vista de su génesis o su regla de producción—, la línea recta se piensa como “una Idea que sobrepasa la dualidad del concepto y la intuición, que interioriza entonces la diferencia de la recta y de la curva, y que expresa esta diferencia interna bajo la forma de una determinación recíproca y en las condiciones de mínimo de una integral”.⁸⁷ “Línea recta”, como sujeto determinable, y “más corta”, como predicado determinante, se reúnen así en un mismo movimiento inmanente y genético. Al engendrar entre dos puntos distintas relaciones de conexión (*produciendo* entre ellos un espacio actual), puede seleccionarse de entre estas relaciones *aquella que se singularice cualitativamente* por conectar ambos puntos según *la menor diferencia cuantitativa* en la magnitud del espacio engendrado. Ese espacio será la imagen de la línea recta, que, una vez producida y en abstracción de su regla, podrá considerarse ya como imagen de la intuición, ya como concepto del entendimiento. Para una comunicación entre dos puntos hay infinitas variaciones cuantitativas posibles (infinitas líneas, infinitas curvas), pero solo una posee la cualidad de ser la más corta, la de menor magnitud (sólo una es la recta). Partiendo de una *cantidad indeterminada en variación continua* entre dos *límites* (dos puntos), un *nuevo límite* emerge: la *singularidad cualitativa* de la línea recta. “El camino más corto entre dos puntos” expresa entonces el universal de la línea, o su Idea, la regla generatriz de ese objeto, que equivale a la generación de su espacio correspondiente.

Para comprender esto cabalmente, es todavía preciso internarnos en las relaciones entre Idea e intensidad en la producción dinámica de un espacio. Por ahora, nos interesa retener el aspecto de la *singularidad*

⁸⁶ Retomado por Maimon en varios puntos de su *Ensayo*, especialmente en GW, pp. 65-71.

⁸⁷ DR, p. 226 [266].

cualitativa que emerge de la síntesis recíproca en el *continuum* de variaciones de las conexiones posibles entre dos puntos. En efecto, la síntesis recíproca de los elementos diferenciales en la variedad ideal suponía un *continuum* cargado de diferencias. La Idea, como universal *concreto*, permitía enlazar lo más universal con lo más singular. Ella no es sólo el fondo que sube y borra las figuras de la representación, no es sólo el conjunto fluido de todas las relaciones diferenciales, sino una *máquina de emisión de singularidades pre-individuales*. A través de estas singularidades, el complejo de la Idea desemboca en su aspecto de *determinación*, efectuando el principio de determinación completa. Esto nos conduce al tercer momento de la Idea.

I.IV.- Tercer momento de la Idea: la determinación

I.IV.1.- Potencia y serie de potencias

El segundo momento de la Idea nos dejó algunas cuestiones pendientes. Por un lado, la multiplicidad de regímenes de variabilidad enlazados por una relación diferencial testimoniaba una cierta *potencia* de la Idea de dar origen a una Idea de la Idea. Pero las condiciones específicas de esta capacidad en el cálculo no fueron abordadas. Por otro lado, la Idea como universal contenía toda la multiplicidad o variedad de relaciones diferenciales, y de grados de relación, correspondientes todos ellos con regímenes de variación cuantitativo-cualitativos; pero en tanto universal *concreto*, ella debía también permitir discernir ciertos puntos singulares que se destacaran dentro de aquellos regímenes, definiendo sus especificidades: por ejemplo, la línea recta como singularidad cuantitativo-cualitativa “más corta”, destacada al interior de un régimen de variación espacial engendrado como comunicación entre dos puntos —“bajo la forma de una determinación recíproca y en las condiciones de mínimo de una integral”.⁸⁸

⁸⁸ DR, p. 226 [266].

Estas cuestiones son abordadas en el desarrollo del tercer momento de la Idea. Este tercer momento, recordemos, recogía el valor lógico de la *determinación*, el principio ontológico de la *determinación completa*, y el elemento puro de la *potencialidad*. A este elemento se vuelca la exposición deleuziana luego de presentar el ejemplo de la línea recta. Deleuze comienza vinculando la potencia al momento previo de la Idea: “La potencia es la forma de la *determinación recíproca* de acuerdo con la cual magnitudes variables son tomadas como funciones las unas de las otras; así, el cálculo no considera sino magnitudes en las cuales al menos una se encuentra a una potencia superior a otra”.⁸⁹ Como vimos, la *determinación recíproca* permitía pensar un enlace entre funciones o regímenes de variación tales que cada uno expresaba lo universal o lo invariable del precedente. Deleuze introduce ahora una nueva precisión al respecto: cada régimen de variación, cada *función*, para ser pasible de considerarse desde el punto de vista diferencial, se basa en una forma de la *determinación recíproca* entre sus partes, o variables: la *diferencia de potencia*.⁹⁰

En este punto de la argumentación, la “presencia tácita” de Hegel es especialmente notable. En efecto, Hegel determina la relación de potencias como el asunto fundamental concerniente al cálculo. Analizando la relación $\frac{y^2}{x} = p$, en la segunda nota sobre el infinito matemático en la *Ciencia de la lógica*, leemos: “Pero allí está contenido sólo esto, que x no tiene una relación con y sino con el cuadrado de y . La relación de una magnitud con una potencia no es un cuanto, sino esencialmente una relación *cualitativa*; la *relación de potencia* es la *circunstancia* que tiene que considerarse como *determinación fundamental*”.⁹¹ Este pasaje hegeliano pa-

⁸⁹ DR, p. 226 [266]; cursivas nuestras.

⁹⁰ El hecho de que la *determinación recíproca* sea considerada aquí como una cierta *forma de relación entre variables* apoya nuestra conclusión de la sección precedente, donde la *determinación recíproca* era más que mera *determinación* entre dos diferenciales, el uno por medio del otro.

⁹¹ Hegel, G. W. F., *Ciencia de la lógica*, op. cit., p. 319. Hegel interpreta todas las funciones en términos de potencias: “como el cálculo diferencial tiene el carácter específico de operar con formas cualitativas de las magnitudes, su particular objeto matemático debe ser el tratar las formas de las potencias [...]; ya la elevación a potencia y la extracción de raíces, luego el manejo de las

tentiza un aspecto crucial que aparece y reaparece a lo largo de toda la obra deleuziana: la necesidad de una *diferencia de potencial* como fundamento de una comunicación entre regímenes heterogéneos. (No será a Hegel, sin embargo, sino a Schelling y especialmente a Simondon —a través de su teoría de la individuación como comunicación de regímenes de magnitud dispares— a quienes Deleuze atribuirá este aporte filosófico.)

Si seguimos las resonancias nietzscheano-spinozistas que el concepto de potencia toma en la filosofía deleuziana, cabe decir que no todas las funciones *pueden* lo mismo, que no todas *son capaces* de las mismas variaciones. En efecto, cada función determina un régimen cualitativo-cuantitativo diferente, siendo la condición de posibilidad para esta determinación una cierta diferencia de potencia entre sus variables. Sin embargo, esto conduce a una observación que es inmediatamente abordada por Deleuze: el hecho de que la diferenciación (o derivación) de una función potencial implica directamente una reducción de su potencia. Esto puede constatare, de nuevo, en la ecuación del círculo, donde la primitiva $x^2 + y^2 - R^2 = 0$ tenía por derivada $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, es decir, una ecuación primitiva de grado 2 tiene por derivada una ecuación de grado 1.

Deleuze lo ejemplifica con otra fórmula, y extrae una nueva conclusión de corte trascendental: “Sin duda, el primer acto del cálculo consiste en una «despotenciación» de la ecuación (por ejemplo, en lugar de $2ax - x^2 = y^2$ se obtiene $\frac{dy}{dx} = -\frac{a-x}{y}$). Pero el análogo se encontraba ya en las figuras precedentes, donde la desaparición del *quantum* y de la *quantitas* era

magnitudes exponenciales y de los logaritmos, las series, las ecuaciones de orden superior, tienen su interés y su tarea solo por medio de relaciones que se basan en potencias” (*ibid.*, p. 349). La ecuación lineal ($y = ax + b$), en este sentido, no es considerada propiamente una función, pues no es pasible de despotenciación. Lo esencial de la despotenciación es que supera la mera ecuación hacia una *relación* entre ecuaciones: “La operación de despotenciación de una *ecuación*, considerada según las funciones derivadas de sus magnitudes variables, da un resultado que en sí mismo ya no es una verdadera ecuación, sino una *relación*; y esta relación es el objeto del propio cálculo diferencial” (*ibid.*, p. 359). La referencia en *Diferencia y repetición* es implícita, pero es retomada y explicitada en *¿Qué es la filosofía?* (cf. QQP, pp. 115-116 [122]).

condición de la aparición del elemento de la cuantitabilidad, y la descualificación, condición para la aparición del elemento de la cualitabilidad”.⁹² Es decir que la despotenciación (que *de hecho* ocurre en la derivación) debe interpretarse en los términos de una potencia *positiva de derecho* perteneciente a la Idea. Así como, abstrayendo el contenido cuantitativo y cualitativo de la función, llegamos al elemento de cuantitabilidad y de cualitabilidad (que permitían pensar la génesis y el enlace de diversos regímenes de variación cuantitativo-cualitativos), el elemento de la pura potencialidad emerge en la despotenciación de la función primitiva, y en la posibilidad que el cálculo establece de vincular entre sí regímenes de variación de potencias diferentes.

La potencialidad pura se manifestará como aquella capacidad de la Idea de dar origen “a una Idea de la Idea”, pero de un modo particular: a través de la constitución de *series*. Las diversas cantidades y cualidades eran determinadas bajo ciertos regímenes de variación correspondientes a diferentes relaciones, o a *grados* de una relación diferencial; ahora bien, el elemento de la pura potencialidad de la Idea permitirá *ordenar funciones en una progresión serial*, donde cada término de la serie se presenta como un régimen correspondiente a un grado de una relación diferencial (Idea de la Idea de la Idea...). Esta progresión estará determinada y organizada por las potencias respectivas de las funciones puestas en serie, de modo tal que la determinación recíproca se halla efectivamente presente *entre* todas ellas. La referencia, en este punto, es Lagrange —que, junto con Newton, es el matemático clave en la interpretación hegeliana del cálculo.⁹³ El modelo de Lagrange, en palabras de Deleuze, muestra la potencialidad pura según “el desarrollo de la función de una variable en una serie constituida por las potencias de *i* (cantidad

⁹² DR, p. 226 [266]. El ejemplo de la ecuación $2ax - x^2 = y^2$ es literalmente extraído de Hegel (cf. *Ciencia de la lógica*, op. cit., p. 362).

⁹³ “Dentro de la *Lógica*, toda la reflexión hegeliana referida al pensamiento matemático se inspira en un análisis meditado de los trabajos de Lagrange.” (Miranda, Francisco Xavier, *La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel*, op. cit., p. 185.)

indeterminada) y los coeficientes de esas potencias (nuevas funciones de x), de tal manera que la función de desarrollo de esta variable sea comparable a aquellas de las otras”.⁹⁴

Vimos cómo Lagrange elaboraba el algoritmo de la serie de Taylor para desarrollar una función (primitiva) en una serie, a través de una extracción sucesiva de funciones derivadas aparentemente sin recurrir al elemento infinitesimal. La serie de Taylor tomaba la siguiente forma:

$$f(x+i) = f(x) + i f'(x) + \frac{i^2}{2!} f''(x) + \frac{i^3}{3!} f'''(x) + \dots,$$

en la cual las diferentes f' , f'' , f''' , etc., o “los coeficientes” de las potencias crecientes de i , eran las sucesivas funciones derivadas de f , la función primitiva. Cada coeficiente, o derivada, corresponde a un grado diferente de la relación diferencial (a saber, $\frac{dy}{dx} = f'$, $\frac{d^2y}{dx^2} = f''$, $\frac{d^3y}{dx^3} = f'''$, etc.). Cada uno de estos coeficientes se hallará a un grado de potencia menor que el precedente, de modo inversamente proporcional al aumento de los grados de la relación diferencial y del incremento indeterminado i . Así como el segundo momento de la Idea se proyectaba retroactivamente sobre el primero (mostrando la primacía de la relación por sobre el elemento), en este tercer momento se completa el sentido de la síntesis recíproca del segundo: la Idea enlaza diferentes grados de la relación diferencial a través de la génesis discontinua de las funciones (régimenes de variabilidad) que corresponden a esos grados; ella constituye así la forma de la relación recíproca bajo la cual “magnitudes variables son tomadas como funciones las unas de las otras”: *la relación de potencia entre variables, que define una función o régimen de variabilidad, es enlazada —bajo forma serial— con otros régimenes, por la relación de potencialidad de la Idea, que define una sucesión ordenada de funciones dependientes de las potencias sucesivas de los elementos diferenciales en relación.*

⁹⁴ DR, p. 227 [267].

Mediante el desarrollo de una función en una serie de potencias, es posible calcular una *aproximación* de la función en torno a un punto de la misma. Veámoslo en un ejemplo: la función $f(x) = \sin x$ es una función que oscila en un rango constante a lo largo de todo el eje de las abscisas. Mediante calculadoras o computadoras, podemos conocer sus diferentes valores en cada punto con una precisión impensable en tiempos de Lagrange. Este matemático, a falta de mejores medios tecnológicos, habría sin embargo llegado a resultados notablemente acertados, al realizar una aproximación a esa función —en torno al punto 0 del eje de abscisas— mediante una serie de la forma:

$$f(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$$

Reemplazando en esta función los distintos valores de x obtendremos una aproximación muy precisa, *tanto más precisa cuantos más términos sean considerados*. Sumando los infinitos términos, tendríamos el valor *exacto* de la función en el punto deseado.

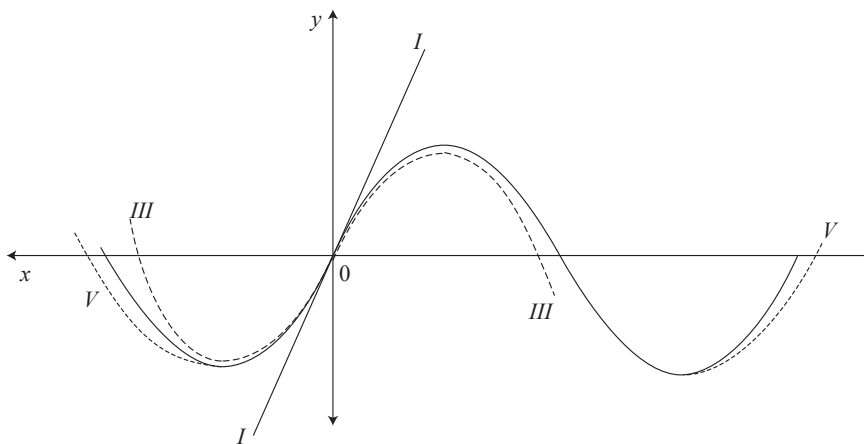


Ilustración 7: aproximación progresiva a la función $\sin x$ mediante polinomio de Taylor

La ilustración 7 muestra las implicancias geométricas de esta expresión serial.⁹⁵ La línea oscilante en trazo continuo representa la función original ($\sin x$), y la recta tangente a la curva en el punto (0, 0) es descrita por el primer término de su serie de potencias correspondiente (en el gráfico: *I*); aparece asimismo en línea punteada la curva correspondiente a los tres primeros términos del polinomio (*III*), que coincide con la función $\sin x$ en varios puntos en torno al origen de coordenadas, y luego se ramifica en una curva ascendente y otra descendente al infinito. Agregando dos nuevos términos al polinomio, la curva trazada en línea punteada (*V*) se superpone a $\sin x$ en más puntos que la anterior. Añadiendo sucesivamente términos al polinomio, y graficando la curva correspondiente a cada adición, se obtienen curvas progresivamente más coincidentes con la de la función original. Estas curvas, llamadas osculatrices, van recubriendo la función original en lo que se llama un “radio de convergencia” cada vez mayor: se superponen a un segmento cada vez más amplio con la curva descrita por $\sin x$. Esto muestra gráficamente aquello que antes definimos aritméticamente: cuantos más valores de la serie tomemos, más cerca del valor límite hacia el cual ella converge nos encontraremos.

Una diferencia de potencia entre variables o regímenes heterogéneos no sólo constituye una función, sino que implica la posibilidad de considerar esas variables bajo una relación diferencial; de este modo, el régimen de variabilidad definido por la función se abre a lo universal (tal como hemos visto en el primer momento de la Idea), lo que permite tejer una *variedad* o *multiplicidad* como red de regímenes cuantitativo-cualitativos heterogéneos, engendrados mutuamente por los distintos grados de esa relación diferencial (segundo momento), y ordenados (tercer momento) en virtud de sus diferencias de potencias, que permiten efectuar la forma de la determinación recíproca en el desarrollo de la determinación completa del régimen de variación de partida.

⁹⁵ Tomamos prestado este gráfico de Klein, Felix, *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Arithmetic, algebra, analysis*, Nueva York, Dover publications, 1945, p. 226 (Klein presenta un desarrollo relativamente accesible de los conceptos de serie de Taylor, pp. 223 y ss., además de una buena reseña histórica sobre el cálculo diferencial).

I.IV.2.- Wronski contra Hegel y Lagrange

Vimos que la propuesta de Lagrange presentaba algunas dificultades, básicamente porque su aplicación de la serie de Taylor no colmaba su pretensión de desterrar los infinitesimales. Quien lleva más lejos la objeción a Lagrange, y replantea un rol trascendental *fuerte* para el elemento diferencial, es Hoëné Wronski, el tercer personaje de la historia “esotérica” del cálculo diferencial rescatado por Deleuze.⁹⁶ Este pensador polaco pone a la filosofía trascendental como fundamento de las matemáticas, y al elemento diferencial como principio trascendental para pensar la génesis del conocimiento de las cantidades a través de la serie de Taylor, que considera la ley suprema de la matemática. Contrariamente a Lagrange, para Wronski la serie de Taylor se funda en las diferenciales. Y contrariamente a Hegel, no ve en la aplicación de la diferencial una forma auxiliar para el desarrollo serial, sino una Idea de la razón (en sentido regulativo kantiano), un elemento trascendental positivo cuya propiedad fundamental es la *continuidad*.⁹⁷

Lo que el algoritmo de Taylor hace posible es el pasaje de la transición indefinida al de la suma de términos discretos, o *de la continuidad a la discontinuidad*. Este pasaje conduce, para Wronski, a

⁹⁶ Hemos estudiado en detalle los elementos de la obra de Wronski que intervienen en el desarrollo deleuziano en Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental*, op. cit., pp. 112-126. No retomamos aquí más que los puntos fundamentales de esta investigación, a los fines de aclarar la problemática presente.

⁹⁷ Hegel, que sigue a Lagrange y da a la forma serial y a su desarrollo de potencias una gran importancia, señala que el incremento *i* (la cantidad indeterminada que permite realizar el desarrollo de la función en sus potencias), “no tiene que ser un cuanto, sino solo una *forma*, cuyo valor total consiste en servir *de ayuda* para su desarrollo” (Hegel, Georg W. F., *Ciencia de la lógica*, op. cit., p. 356). Esta indicación se inserta en el contexto de su comprensión del diferencial como momento tendiente a desaparecer en el resultado. Wronski no cita a Hegel ni da muestras de conocer su obra en este respecto. Sin embargo, es significativo que Deleuze lo tome en este punto de su desarrollo de la Idea, tan especialmente resonante con las ideas de la *Ciencia de la lógica*. Podemos ver en este gesto un intento deleuziano por alejarse de la concepción hegeliana del elemento diferencial como mera *negación del cuanto*, a través de un filósofo que, en nombre de la filosofía trascendental y siguiendo la matriz de las Ideas kantianas, pretende restituir los derechos trascendentales de lo *continuo* frente a lo discontinuo, estableciendo un horizonte positivo de indeterminación en torno a la génesis y el enlace del conocimiento de las cantidades.

la ley suprema de las matemáticas, o forma universal de la generación de cantidades. Esa positividad genética que asigna a lo continuo hace de Wronski una fuente esencial en este punto del desarrollo, en tanto permite articular el tercer momento de la Idea con el primero. Dice Wronski:

[Las leyes de generación de cantidades] son diferentes funciones intelectuales dependientes del concurso y la reunión de facultades heterogéneas del saber, principalmente el Entendimiento y la Razón. En efecto [...], la facultad del Entendimiento produce la cantidad *REAL O FINITA*, que es de algún modo la materia de la Algoritmia, y la facultad de la Razón establece, por medio de cantidades *INDEFINIDAS*, una ligazón ideal en la cantidad real o finita, *formando*, por así decir, la materia de la Algoritmia: el Entendimiento provee una *SUMA DISCONTINUA* para la generación de las cantidades, y la Razón introduce una *TRANSICIÓN INDEFINIDA O una CONTINUIDAD* en esta generación.⁹⁸

El entendimiento, facultad de lo finito, es el fundamento de todas las leyes algorítmicas que relacionan cantidades reales, materiales, finitas, discontinuas, resultando en otras cantidades finitas (básicamente, las operaciones de la aritmética y el álgebra). Permanecemos así en el ámbito de la producción de un contenido diferente al del punto de partida, pero de su misma naturaleza. Puedo generar la cantidad “12” a partir de la ley de generación “ $7 + 5$ ”, enlazando dos cantidades finitas discontinuas diferentes (los *quanta* 7 y 5); pero mediante la mera aplicación y repetición de esta clase de leyes (que puede repetirse indefinidamente) no alcanzo una noción global que ordene y subsuma la posibilidad de todas las operaciones posibles. Aquí interviene la idea de infinitud. La razón es la facultad del infinito, y el infinito es un instrumento exacto de la ciencia matemática: instrumento genético de todo contenido algebraico, de acuerdo al modelo del algoritmo de Taylor. La idea del infinito otorga así, a la ciencia matemática,

⁹⁸ Hoëné Wronski, Józef Maria, *Philosophie de la technie algorithmique*, París, Didot l'ainé, 1815, p. 2; cursivas nuestras, mayúsculas del original.

la unidad sistemática que le permite presentar una organización completa de sus métodos y un horizonte del cual recibe su fundación última. “No es sino por el infinito que es posible la ciencia de las matemáticas. [...] [E]l fundamento de la ciencia del geómetra, en su posibilidad, es la continuidad de la generación de las cantidades; [...] esta continuidad de generación no es posible sin la idea del infinito”.⁹⁹ Deleuze concluirá:

Es por eso que las diferenciales no se corresponden a ninguna cantidad engendrada, sino que son una regla incondicionada para la génesis del conocimiento de la cantidad, y para la generación de las discontinuidades que constituyen su materia o para la construcción de series. Como dice Wronski, la diferencial es «una diferencia ideal», sin la cual la cantidad indeterminada de Lagrange no podría operar la determinación que se espera de ella. En este sentido, *la diferencial es pura potencia, como la relación diferencial, elemento puro de la potencialidad*.¹⁰⁰

El elemento puro de la potencialidad nos retrotrae así a los dos primeros momentos de la Idea, y los proyecta a la completitud del proceso Ideal como génesis de LA determinación. El elemento diferencial aparece ahora como *pura potencia*, esto es, la potencia del continuo o del fondo que sube y borra las determinaciones individuales empíricas, como condición de la generación de nuevas cantidades; esta generación se da bajo la forma de la síntesis recíproca, establecida por la relación diferencial en el elemento puro de la cualitabilidad, que permite engendrar y enlazar regímenes cuantitativo-cualitativos diversos. En esto consiste la potencia de la Idea (Idea de la Idea...), que teje una red indefinida de regímenes de variación interconectados bajo la forma serial.

⁹⁹ Hoëné Wronski, Józef Maria, *Philosophie de l'infini*, París, Didot l'aîné, 1814, p. 44.

¹⁰⁰ DR, p. 227 [267-268]; cursivas nuestras.

I.IV.3.- Convergencia y divergencia de las series: los puntos singulares

El desarrollo en potencias de una función permite construir progresivamente su curva a partir de uno de sus puntos, a través de las sucesivas curvas osculatrices que corresponden a una mayor cantidad de miembros de la serie considerados. Esta construcción remite a un procedimiento de integración de la curva que, partiendo de la primera derivada y mediante una repetición de las operaciones de derivación, permite reconstruir la totalidad de la función primitiva con precisión. Esta capacidad de la relación diferencial será retomada por Deleuze y Guattari en *¿Qué es la filosofía?* De la relación diferencial, dicen, “depende un estado de cosas o una función «derivada»: se hace una operación de despotencialización que permite comparar potencias distintas, a partir de las cuales podrá desarrollarse incluso una cosa o un cuerpo (integración)”.¹⁰¹ Si la potencia era la forma de la determinación recíproca que permitía definir una función, la despotenciación dada por el elemento puro de la potencialidad permite desarrollar lo individual de esa función en una serie de potencias, una serie de individuos conectados unos con otros, y a partir de esto, reconstruir la primitiva, *actualizar* la curva, darle una solución al problema. Ahora bien, la construcción de las curvas integrales en la solución remite a los *valores* de la serie, y por lo tanto a *cantidades efectivas (quanta)*; pero, como vimos en el primer momento, la Idea suponía la *disolución* de la cantidad. ¿En qué sentido, entonces, los valores de la relación diferencial contienen un principio de determinación completa?

Esta pregunta nos reconduce a una ulterior reflexión en torno a la teoría de las series. En efecto, hasta ahora hemos hablado como si el desarrollo en series fuera posible y uniforme para todas las funciones, en todos sus puntos. De este modo elidimos una cuestión importante, que ahora merecerá nuestra atención: la existencia de *singularidades* que exceden el dominio de una función, esto es, el conjunto

¹⁰¹ QQP, p. 116 [122].

de los valores que esa función puede tomar. Para que una función pueda ser desarrollada en *una* serie de potencias, es preciso que ella sea indefinidamente derivable, y, por lo tanto, *continua* en todos los puntos su dominio. Se dice que una función es continua en un punto cuando posee un resultado determinado para ese punto, y el límite de la función en torno a ese punto está definido y es igual aproximándose a él por derecha y por izquierda. No es casual que esto nos recuerde al primer momento de la Idea: hablábamos allí de *causa ideal* de la continuidad para remitir al elemento diferencial en tanto posibilitaba un *pasaje a lo universal* en un determinado régimen de variación definido por una función; ahora, la continuidad *efectiva*, como propiedad matemática, garantiza la existencia de sucesivas derivadas, coeficientes de la serie $(\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n})$ —Idea de la Idea...

Ahora bien, sucede que no todas las funciones poseen esta propiedad, y no permiten, entonces, el desarrollo en *una* serie de potencias. Existen funciones cuyos dominios no están definidos en todos los puntos del eje de abscisas. Estos puntos de indefinición son conocidos genéricamente como *puntos singulares*, y en torno a ellos la función presenta comportamientos notables, inesperados, cambiantes. Siguiendo el ejemplo de la línea recta, mencionamos que las infinitas conexiones lineales entre dos puntos se hallaban en una red de dependencia recíproca de entre cuyos infinitos valores (líneas) existía sólo uno que poseía la propiedad de ser el menor, “la distancia más corta”, según “las condiciones de mínima de una integral”: la línea recta. Denominamos a esa propiedad una *singularidad* de la variación. Vemos ahora que esa singularidad no es propiamente algo que *rompe* la variación continua, sino algo que se *destaca* en ella. El cálculo de derivadas era una herramienta privilegiada para el estudio de momentos como éste, donde la curva descrita por la función presenta algún momento destacado: un mínimo, un máximo, un punto de inflexión. Pero existen también momentos destacados que rompen la continuidad de la curva, y por lo

tanto su derivabilidad. En este sentido, Deleuze distingue entre singularidades *ordinarias* y singularidades *notables*, y remite esta diferencia a la *convergencia* o *divergencia* de las series que expresan la función a un lado y al otro de dicha singularidad.¹⁰²

Se llaman convergentes las series que tienen un resultado determinado asignable, un *límite* hacia el cual la sucesión infinita tiende (por ejemplo, la serie $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$, tiene por límite 1), mientras que las divergentes son series insolubles, que no tienen un valor asignable, o tienden a distintos resultados, o a cantidades indefinidas en la matemática (por ejemplo, la serie alternante $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$ da por resultado alternativamente 0 y 1, dependiendo de hasta qué término sumemos; en cambio, en $1 + 1 + 1 + 1 \dots$, la suma no tiende a un valor numérico, sino al infinito). Ciertas singularidades, como los *polos*,¹⁰³ resultan en una *divergencia* de la serie de potencias correspondiente a la función. En ese punto, la curva carece de tangente, la función carece de valor asignable, la serie carece de convergencia, las ramas de puntos regulares se cortan, se van al infinito. Lo que se manifiesta en este tipo de puntos, de los cuales la ilustración 8 muestra un caso, es un *corte* en el curso de la curva, el salto de una rama asintótica decreciente de 0 a $-\infty$ (del lado izquierdo del eje x), a una rama asintótica decreciente de ∞ a 0 (del lado derecho del eje x). No es casual tampoco que esto nos retrotraiga aún al primer momento, y al corte o límite que funda toda continuidad: la curva expresa dos *cualidades* continuas distintas a uno y otro lado del corte, según la diferente *tendencia en su variación cuantitativa*. Estas dos cualidades distintas se traducen en el lenguaje serial como un punto de corte en el que la serie que expresa la función carece de un valor asignable, y se hace necesaria la construcción de una

¹⁰² Cf. DR, p. 245 [287].

¹⁰³ Se trata del tipo de singularidades que implican una bifurcación en dos ramas asintóticas tendientes al infinito en el eje de ordenadas. La función $f(x) = \frac{1}{x}$ posee un polo en $x = 0$ (dada la imposibilidad de dividir por cero), y por lo tanto su dominio se define como $\mathbb{R} - \{0\}$ (es decir, todos los números reales exceptuando el cero). La primera derivada de la función en ese punto es: $\frac{dy}{dx} = \infty$, lo cual señala la singularidad. En la página siguiente puede verse un gráfico de esta función (ilustración 8).

nueva serie que exprese la mitad restante de la función: una serie acaba y comienza una nueva. El par continuidad-corte en el primer momento de la Idea constituía la definición estática o estructural de la recta real; aquí, este par reaparece en la curva construida mediante series de potencias como un punto de divergencia que establece una ruptura y exige dos series, cualitativamente distintas entre sí, para expresar la curva. La causa ideal de la continuidad subyace a esta ruptura, permitiendo generar las ramas de la función a un lado y otro del punto de divergencia. Las categorías de la Idea se reencuentran así en los distintos niveles de su desarrollo.

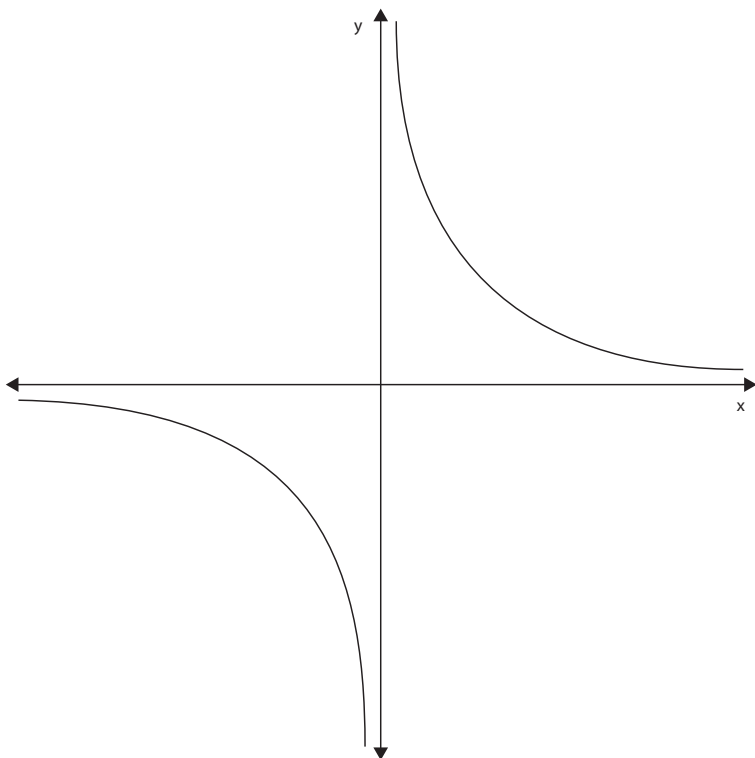


Ilustración 8: singularidad “notable”, tipo polo, correspondiente a $f(x) = \frac{1}{x}$ en $x = 0$.
A izquierda y derecha de ese punto, la función se expresa en dos series de potencias diferentes, que divergen en el eje de las ordenadas

Este retomarse de las categorías ideales no nos habilita, sin embargo, a igualar o confundir sus momentos. El primer momento de la Idea, con el ascenso del fondo a la superficie, tenía por objeto la aparición del elemento diferencial y la fusión, por puesta en variación continua, de las determinaciones empíricas. Esta fusión estaba determinada por un punto de corte que subsumía la infinita variabilidad en un pasaje o transición a otra variabilidad, pero que no podía pensarse sino por la relación de elementos diferenciales (segundo momento), que determinaban el corte o límite como un cambio de función. Este cambio remitía a la red indefinida y diferenciada de las relaciones diferenciales en la síntesis recíproca de la Idea, de la cual se desprendía la posibilidad del desarrollo de funciones diversas en series de potencias, necesarias para integrar las curvas, reconstruyendo las partes extensivas correspondientes a esa función. Ahora, el elemento de la potencialidad permite realizar la efectiva construcción de esas partes extensivas en términos de series heterogéneas en un mayor o menor grado de articulación. Esta articulación está dada por la existencia de valores notables en el rango de la función, puntos singulares que estructuran globalmente su curva. Por eso, Deleuze enlaza un principio de determinación completa al elemento de la potencialidad, y aclara:

No se confundirá la determinación completa con la determinación recíproca. Esta concernía a las relaciones diferenciales y sus grados, sus variedades en la Idea, correspondientes a formas diversas. Aquella concierne a los valores de una relación, es decir a la composición de una forma y la repartición de los puntos singulares que la caracterizan, por ejemplo cuando la relación deviene nula, o infinita, o $\frac{0}{0}$. Se trata de una determinación completa de las partes del objeto: ahora es en el objeto, así como en la curva, que deben encontrarse los elementos que presentan la relación «lineal» previamente definida.¹⁰⁴

¹⁰⁴ DR, pp. 227-228 [268].

A diferencia de los elementos y las relaciones diferenciales, la determinación completa nos reenvía al campo de las cantidades *engendradas*, los *valores* de una relación, sus resultados o soluciones. Pero lo que atañe a la determinación completa es menos el valor efectivo en sí, que el comportamiento de los valores efectivos *en torno a* un punto singular. La determinación recíproca enlazaba una pluralidad de órdenes diferenciales o ideales *correspondientes* a formas diversas, pero estas formas son *compuestas* en la determinación completa, gracias al elemento de la pura potencialidad contenido en la relación diferencial. Lo que la determinación completa permite enlazar son las *partes* del objeto, sus diferentes *líneas*, mediante su articulación en torno a valores notables de la función que *cortan y enlazan* esas partes. Las singularidades, sin poseer una expresión efectiva en el dominio de la función, en las curvas integrales o las partes del objeto, estructuran sin embargo esas curvas, esas partes. El interés del tercer momento está en la *existencia y distribución de las singularidades*, que permiten diferenciar las partes en la constitución de una forma.

La Idea se define entonces, en este tercer momento, como un mecanismo de emisión de singularidades y series. Las series determinan los trayectos de puntos ordinarios que conectan una singularidad con otra, las singularidades son “puntos ciegos” del espacio engendrado por las series, que se destacan de algún modo en ese espacio, estructurándolo, articulándolo o modulándolo, determinando la *composición* de su forma. En este sentido, dos fuentes matemáticas “tácitas” aparecen en este último momento del desarrollo de la Idea: Weierstrass y Henri Poincaré.¹⁰⁵ Mientras que el primero sistematiza y profundiza el alcance de la

¹⁰⁵ Simon Duffy señala, con toda razón, a este par de matemáticos como influyentes en la concepción deleuziana del cálculo (Duffy, Simon, *Deleuze and the History of Mathematics*, op. cit., pp. 34-44). Sin embargo, este comentador se dedica menos a reconstruir el sentido global de la teoría de la Idea en *Diferencia y repetición* que a mostrar la lectura deleuziana de las diferenciales leibnizianas. En este sentido, se concentra en la complementariedad de la teoría de la continuación analítica de Weierstrass y los puntos singulares de Poincaré para reformular la teoría leibniziana de la composibilidad e imposibilidad, a la que Deleuze aportaría la posibilidad de pensar la producción y comunicación de mundos imposibles, correspondientes a series divergentes.

construcción progresiva de funciones analíticas mediante *series* de Taylor, el segundo se dedica al estudio cualitativo de ecuaciones diferenciales, definiendo y clasificando distintos tipos de *puntos singulares*.

Weierstrass sofisticaba notablemente el trabajo de Lagrange sobre series de potencias. Hace esto mediante una extensión del análisis de las funciones al plano complejo: más allá del plano real, definido por dos dimensiones reales —los ejes cartesianos x e y — se halla el plano complejo C , que añade una dimensión para cada una de las dos ya existentes, en tanto considera la *parte imaginaria* de cada valor situado en las abscisas y las ordenadas. Los matemáticos de los siglos XVII y XVIII, Lagrange incluido, daban por supuesta la infinita derivabilidad de las funciones, condición necesaria para el desarrollo en series de Taylor. Weierstrass (y otros matemáticos de su tiempo) comenzaron a analizar críticamente las condiciones de la derivabilidad y a estudiar la convergencia de las series *en el interior de un determinado radio de convergencia*.¹⁰⁶

La construcción progresiva de una función dada se realiza mediante un progresivo *solapamiento* de círculos de convergencia, que

En lo tocante a la lectura que Duffy hace de Weierstrass, dice: “antes que determinar la relación diferencial desde una función dada, el tipo de problemas matemáticos en la teoría de funciones con los que Weierstrass se ocupó involucraban cómo generar una función a partir de una relación diferencial dada. [...] El tipo de problemas en cálculo infinitesimal que interesan a Deleuze son aquellos en los que la relación diferencial es generada por diferenciales y la serie de potencias es generada por un proceso de diferenciación repetida de la relación diferencial” (*ibid.*, pp. 33-34). Tesis similares se encuentran Aden Evens (“Math Anxiety”, *op. cit.*, pp. 107-109) y Daniela Voss (*Conditions of Thought*, *op. cit.*, p. 123). Esta lectura nos parece errada en tanto fomenta la creencia, por un lado, de que la matemática trabaja con elementos y relaciones diferenciales *dadas*, independientes de funciones y curvas, las cuales serían generadas absolutamente —*ex nihilo*— por ellas. Esto, de hecho, no sucede, pues las diferenciales sin referencia a función alguna son símbolos carentes de sentido en el contexto de cualquier problema matemático. Por otro lado, nos parece errada porque fomenta una lectura de Deleuze según la cual lo virtual constituye un plano absolutamente separado, que produce lo actual desde un más allá. Contra esto, afirmamos la primacía de la relación recíproca como red de interconexión múltiple entre relaciones diferenciales y regímenes de variabilidad o funciones diversas.

¹⁰⁶ “[P]ara una serie entera $\sum a_n x^n$ (sea x real o compleja), se define su radio de convergencia l , como el número real positivo tal que la serie diverge para $|x| > l$ y converge para $|x| < l$. El *círculo de convergencia* es el círculo del plano complejo de centro O y cuyo radio es el radio de convergencia de la serie.” (Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *Une histoire des mathématiques*, *op. cit.*, p. 235.)

permite ampliar el área de convergencia de la serie e integrar la función. Este procedimiento, establecido por Weierstrass, se conoce como *continuación analítica*, y consiste en una aproximación *local* al estudio de funciones, pues parte de un centro y una región limitada donde la función está definida, y extiende progresivamente esta región construyendo la serie de potencias. Así describen Boyer y Merzbach el procedimiento (graficado en la ilustración 9):

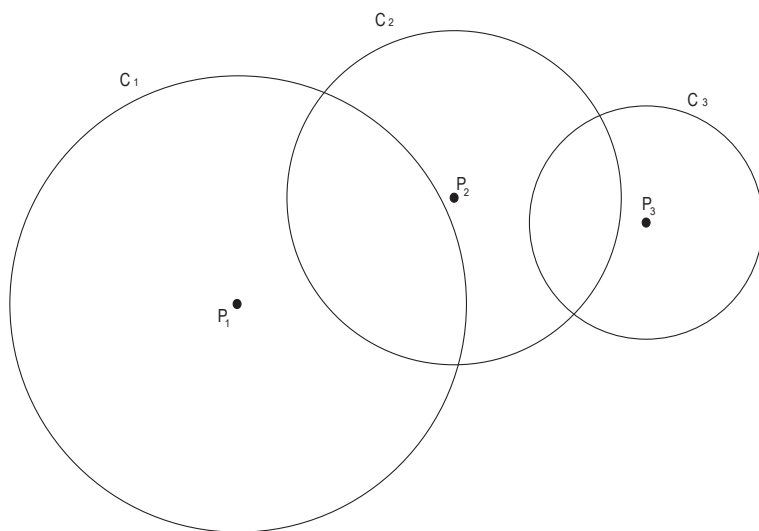


Ilustración 9: los círculos de convergencia de Weierstrass. La función se prolonga analíticamente dentro del dominio definido por los círculos (C_1, C_2, C_3), pasando por sus centros (P_1, P_2, P_3)

Weierstrass mostró que la representación en serie infinita de potencias de una función $f(x)$, en torno a un punto P_1 del plano complejo, converge en todos los puntos dentro de un círculo C_1 cuyo centro es P_1 y que pasa por la singularidad más cercana. Si, ahora, se expande la misma función en torno a un punto P_2 , distinto de P_1 pero dentro de C_1 , esta serie será convergente dentro de un círculo C_2 , con P_2 como centro y que pasa por la singularidad más cercana a P_2 . Este círculo puede incluir puntos por

fuera de C_r ; por lo tanto, se ha extendido el área del plano en la cual $f(x)$ está definida analíticamente por una serie de potencias; el proceso puede ser continuado aún con otros círculos. Por lo tanto Weierstrass definió una función analítica como una serie de potencias junto con todas las que se obtienen de ella por continuación analítica.¹⁰⁷

La teoría de Weierstrass permite definir con precisión el ámbito de aplicación de la serie de Taylor. Ella permite también pensar el espacio de una función como engendrado progresivamente y desde un punto de vista local, situado, y no subordinado a la representación global o total de la función. Se trata de una construcción *interna* del espacio correspondiente a la función. Esto no es posible sin pasar por la diferenciación sucesiva de los términos de la serie, es decir, por la intervención de los elementos y las relaciones diferenciales. Ahora bien, Weierstrass se preocupa por la prolongación serial de funciones analíticas —continuas, derivables— y no por el estudio de los puntos singulares, que rompen la continuidad y los radios de convergencia. Por eso, la otra fuente tácita en torno a este tercer momento de la Idea es Poincaré.

En un trabajo titulado “Memoria sobre las curvas definidas por una ecuación diferencial”,¹⁰⁸ Poincaré distingue dos modos de aproximación al estudio de las funciones determinadas por ecuaciones diferenciales: el cualitativo y el cuantitativo. El primero se vincula con las *propiedades geométricas* de la curva correspondiente a la función (por ejemplo, determinar si la función posee ramas cerradas, ramas tendientes al infinito,

¹⁰⁷ Boyer, Carl Benjamin, y Merzbach, Uta, *A History of Mathematics*, op. cit., p. 532. Deleuze no menciona explícitamente a Weierstrass en *Diferencia y repetición* aunque sí en otros momentos, donde lo asocia a la interpretación estática del cálculo diferencial: así en EF, p. 72; y en CCI, pp. 464-465, donde se refiere al método de continuación analítica que aquí presentamos. En ningún caso, sin embargo, Deleuze se refiere directamente a la obra de Weierstrass, sino a sus reconstrucciones por Vuillemin y Lautman, respectivamente.

¹⁰⁸ Cf. Poincaré, Henri, “Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle”, en *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 3^o serie, tomo 7, París, Elsevier, 1881, pp. 375-422.

cuántas raíces posee, etc.), el segundo, con los *valores numéricos* de la función (que permite determinar entre qué valores efectivos la curva tiene tal o cual comportamiento). Poincaré enlaza el estudio cualitativo con la cuestión de las *series* que expresan la función:

Este estudio cualitativo, cuando sea hecho de manera completa, será de la mayor utilidad para el cálculo numérico de la función y conducirá a él tanto más fácilmente en cuanto que se conozcan ya las series convergentes que representen la función buscada en una cierta región del plano, y en cuanto que la principal dificultad que se presente sea encontrar una guía segura para pasar de una región donde la función es representada por una serie a otra región del plano donde ella es expresable por una serie diferente.¹⁰⁹

Antes que la prolongación analítica de una función en una serie, Poincaré se interesó aquí por los puntos de ruptura que exigían una pluralidad de series en la expresión de la función. Poincaré toma el caso general de una ecuación diferencial de la forma $\frac{dy}{dx} = \frac{g(x,y)}{f(x,y)}$, donde f y g son polinomios reales definidos en x e y , y se dedica a estudiar los casos en los que los polinomios se vuelven $= 0$. Siguiendo una clasificación de Briot y Bouquet —quienes seguían a su vez a Cauchy— ordena estos distintos casos en cuatro categorías: cuellos, nudos, focos y centros (representados en la ilustración 10). De este modo, “pudo establecer propiedades generales de las soluciones que dependían exclusivamente de la presencia o ausencia de un tipo específico de singularidad”.¹¹⁰ La clasificación de Poincaré permite entonces sistematizar el estudio cualitativo de curvas a través de sus singularidades, las cuales son a su vez determinadas por medio del comportamiento de las curvas en su vecindad. Estas curvas, que nos remitían a la operación de integración (como las *partes* de la forma

¹⁰⁹ *Ibid.*, p. 376.

¹¹⁰ Boyer, Carl Benjamin, y Merzbach, Uta, *A History of Mathematics*, op. cit., p. 551. Deleuze menciona estos puntos singulares en DR, p. 230 [270], LS, p. 65 [70], y EF, pp. 79-80 (donde cita específicamente el texto de Poincaré).

constituida a través de las series). Volveremos a mencionar este trabajo de Poincaré en el capítulo siguiente, de la mano de la presencia de Lautman en el desarrollo del concepto deleuziano de dialéctica. Por el momento, interesa retener este carácter complementario entre singularidades y series que permiten construir las curvas integrales en su entorno, y a través de las cuales se determina la naturaleza de las singularidades.

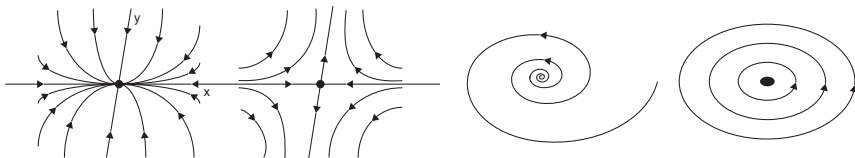


Ilustración 10: los puntos singulares de Poincaré. De izquierda a derecha: nudo (infinidad de curvas integrales pasan por el punto), cuello (pasan dos y sólo dos curvas integrales), foco (las curvas integrales se enrollan en espiral), centro (las curvas integrales en la vecindad del punto son ciclos cerrados)

Estas fuentes tácitas en la construcción deleuziana son claves para comprender el tercer momento de la Idea. A través de ellas, podemos caracterizarla como un emisor de singularidades y series ideales, como términos en presuposición recíproca. El concepto de singularidad, tan importante en toda la producción deleuziana, extrae de aquí sus determinaciones esenciales: ella se define por un punto de ruptura, acontecimiento o efecto notable que produce en la serie de puntos ordinarios que lo rodean, de modo que la singularidad funciona como punto estructurante del espacio definido por sus series circundantes, sin necesariamente estar contenido en ellas. Así lo dice Deleuze, siguiendo la exposición del tercer momento:

Es solamente aquí que la forma serial en la potencialidad toma todo su sentido; se vuelve incluso necesario presentar una relación como una suma. Porque una serie de potencias de coeficientes numéricos rodea un punto singular, y sólo uno por vez. El interés y la necesidad de la forma serial aparecen en la pluralidad de series que ella subsume, en su dependencia respecto a los puntos singulares, en la manera en la cual se pasa de una parte del objeto donde la

función es representada por una serie, a otra donde ella se expresa en una serie diferente, sea que las dos series converjan y se prolonguen, sea que, al contrario, diverjan.¹¹¹

Este pasaje fundamental no sólo esconde una paráfrasis velada de la última cita extensa que tomamos del texto de Poincaré (que indicaba la importancia del estudio cualitativo por marcar los puntos en los que la función era expresada por una serie en una región del plano, hacia otra región expresada por una serie diferente), sino también el momento nodal del contrapunto deleuziano con Hegel. En efecto, tanto la caracterización de la relación diferencial como emisora de singularidades, como la reflexión en torno a la convergencia o divergencia de las series, está ausente en Hegel —de quien cabe señalar que no llegó a conocer los avances esenciales que realizaron Weierstrass y Poincaré. En este sentido, Deleuze retoma, prolonga y responde a la dialéctica hegeliana a través de algunos de sus propios desarrollos. Hegel desestima el “interés y la necesidad” de la forma serial, a la cual concede solamente la dignidad de una *aplicación* práctica, desarrollo necesario que expresa la relación sin constituir un momento conceptual esencial.¹¹² Este momento está dado para él por el elemento diferencial como negación superadora del cuanto, que permite establecer una comparación entre funciones de potencias diferentes, es decir que el “interés” se dirige primeramente a la operación de derivación. Sin negar la importancia de esta operación —a la cual dedica amplia atención— Deleuze reconoce sin embargo un momento conceptual capital en la constitución serial, el análisis de convergencia, y la determinación de los puntos singulares de una función.

¹¹¹ DR, p. 228 [268].

¹¹² En tanto lo esencial de la relación diferencial aparece en la génesis del primer término de la serie (primera derivada), dice Hegel: “La necesidad de la *forma* de una *serie*, y del adicionarse de ella, y lo que se vincula con esto, tiene pues que ser separado por completo de aquel *interés de la relación*” (Hegel, Georg W. F., *Ciencia de la lógica*, op. cit., p. 336). Y más adelante: “Pero esencialmente el interés no se dirige a la serie, sino solo y totalmente a la determinación potencial, que resulta del desarrollo, en su relación con la magnitud que es *inmediata para ella*” (*ibid.*, p. 357).

Este contrapunto es fundamental, además, porque es lo que caracteriza a la Idea deleuziana como *universal concreto*. Si la emergencia del fondo en el primer momento de la Idea irrumpía como una prevalencia de lo *indeterminado*, la emisión de singularidades fruto de la determinación completa de la relación diferencial caracteriza el aporte de la Idea en el proceso lógico-ontológico-trascendental de génesis de la determinación. Lo universal aparecía en el primer momento de la Idea como fusión y eliminación de los caracteres individuales —y en ese sentido, la Idea es fondo oscuro—, pero lo singular, en el tercer momento, aparece como emergencia de un punto notable, una anomalía, una saliente, un umbral que otorga un aspecto de *distinción* en la oscuridad fundente del universal. A partir de la existencia y distribución de singularidades desde el fondo oscuro de la Idea, se consolida una nueva individuación, diferente en naturaleza de la individualidad de base, previamente disuelta en la emergencia del fondo oscuro. Lo universal deja de ser definitivamente la generalidad *opuesta* al elemento singular (y viceversa), y ambos devienen elementos solidarios y complementarios en el proceso inmanente de lo ordinario y de lo destacable, que da pie a la composición de una nueva forma: he ahí el proceso completo de lo indeterminado, lo determinable y la determinación.

La Idea es un universal concreto, donde la extensión y la comprensión van a la par, no sólo porque ella comprende en sí la variedad o la multiplicidad, sino porque ella comprende la singularidad en cada una de sus variedades. Ella subsume la distribución de los puntos remarcables o singulares; toda su distinción, lo *distinto* como carácter de la Idea, consiste precisamente en repartir lo ordinario y lo remarcable, lo singular y lo regular, y en prolongar lo singular sobre los puntos regulares hasta la vecindad de otra singularidad. Más allá de lo individual, más allá de lo particular como de lo general, no hay un universal abstracto: lo que es «pre-individual» es la singularidad misma.¹¹³

¹¹³ DR, p. 228 [268-269].

Con este pasaje, Deleuze cierra su apartado relativo al cálculo y la estructura de la Idea. La singularidad es el elemento pre-individual necesario para construir un nuevo principio de individuación, y la estructura de la Idea, el elemento para explicar la génesis de la singularidad. Es importante destacar entonces que lo singular de la Idea es previo al régimen de lo individual, y si bien la vuelve universal *concreto*, esto no debe comprenderse en el sentido de una *existencia aquí y ahora*. En tanto elemento de la Idea, la singularidad comparte el estatuto de (no)-ser, ser problemático que *determina* las formas o procesos de un individuo, pero no se confunde con él. Así, ella goza de una existencia *doble*, en tanto la captamos sólo a través de sus manifestaciones, por los *efectos* de individuación que ella produce en su entorno. En “Lo actual y lo virtual”, Deleuze llega a afirmar: “La actualización de lo virtual es la singularidad, mientras que lo actual mismo es la individualidad constituida”.¹¹⁴

Desde el primer momento, la indiscernibilidad o indiferenciación de caracteres individuales implica un pasaje a lo universal en la Idea, no ya entendido como una generalidad trascendente, cerrada y estática, que subsume predicados, objetos o cualidades particulares, sino como una estructura inmanente (envuelta en la individualidad que estructura) y diferenciada que engendra y enlaza variaciones, o, más precisamente, regímenes de variación cuantitativo-cualitativos, o, más precisamente aún, relaciones diferenciales que *se corresponden con* esos regímenes de variación, sin confundirse con ellos, y que muestran su *ley* de generación o lo *invariable* en sus variaciones. Lo virtual en tanto universal es esa red indefinida de relaciones que priman *absolutamente* sobre sus términos y se manifiesta como razón de las determinaciones que marcan el pasaje entre los diferentes regímenes de variación correspondientes a esas relaciones. Si a cada relación corresponde, en el plano actual, un cierto régimen de variabilidad (como curvas integrales que solucionan una ecuación diferencial), le corresponden también puntos de diferenciación, singularidades que

¹¹⁴ D, p. 181 [53].

estructuran y articulan los regímenes, determinando entre sus variaciones efectivas máximos, mínimos, inflexiones, rupturas, umbrales, ciclos, convergencias y divergencias.

En este sentido, debemos todavía pensar cómo la Idea se vincula con otros espacio-tiempos, más allá de las funciones y curvas matemáticas, y cómo, estando *afuera* del espacio y del tiempo, pueden sin embargo *corresponderle* espacios y tiempos a partir de los dinamismos que la ponen en lo actual. Este carácter *doble* de lo virtual, y su compromiso en el proceso de individuación, es nuestro tema de indagación en las páginas por venir.

* * *

Interferencia #1: La relación diferencial en NP y AO

La relación diferencial no aparece únicamente en *Diferencia y repetición*. Ya en *Nietzsche y la filosofía*, seis años antes de la tesis doctoral de Deleuze, ella figura como un elemento original, una marca experimental fecunda de su escritura sobre Nietzsche. Ella figura también en *El anti-Edipo*, escrito junto a Guattari cuatro años después de la obra del 68. En ambos casos, la relación diferencial aparece en momentos clave de la argumentación, y permite trazar una conexión interesante entre distintas etapas de la obra deleuziana. (Existen otras apariciones importantes, como en *Lógica del sentido* o en el célebre artículo “¿En qué se reconoce el estructuralismo?”, pero se trata de usos cuyo contexto remite directamente a *Diferencia y repetición*.)

Deleuze utiliza la relación diferencial para caracterizar la noción nietzscheana de voluntad de poder. Esta noción es determinante de la noción de fuerza, que, a su vez, define la de cuerpo: todo cuerpo es un “campo de fuerzas”,¹¹⁵ un cuerpo se forma cuando al menos dos fuerzas entran en relación. La relación de fuerzas no implica sólo una

¹¹⁵ NP, p. 45 [60].

diferencia de *cantidad* entre ellas, sino una de *cualidad*: unas son dominantes y otras dominadas, unas *activas* y otras *reactivas*. Se determina así un cuerpo, y una conciencia como epifenómeno o síntoma. La *diferencia* de las fuerzas en tensión es la esencia de la fuerza, así como el principio productor de los individuos de la experiencia. La voluntad de poder entra en el sistema nietzscheano como el elemento que asegura el desequilibrio de las fuerzas, garantizando la doctrina del eterno retorno.¹¹⁶ Deleuze determina la voluntad de poder como un complemento *interno* a la fuerza que hace las veces de principio *genético* de ella: “Recordemos que la esencia de la fuerza es su diferencia de cantidad con otras fuerzas, y que esta diferencia se expresa como cualidad de la fuerza. Ahora bien, la diferencia de cantidad, así comprendida, reenvía necesariamente a un elemento diferencial de las fuerzas en relación, el cual es también el elemento genético de las cualidades de estas fuerzas. He aquí la voluntad de poder: elemento genealógico de la fuerza, a la vez diferencial y genético [...] es principio para la síntesis de las fuerzas”.¹¹⁷ La voluntad de poder funciona entonces como principio plástico coextensivo a lo condicionado, que atraviesa y determina la vida hasta en sus ínfimas partes. Ella es inseparable de las fuerzas, pero no se confunde con ellas; habita las fuerzas y determina en cada caso, para cada relación, la diferencia de cantidad y la cualidad de las fuerzas en relación. “Más precisamente: la voluntad de poder se suma a la fuerza como el principio interno de la determinación de su cualidad en una relación ($x + dx$), y como principio interno de la determinación cuantitativa de la relación misma ($-\frac{dy}{dx}$)”.¹¹⁸ La introducción de la voluntad de poder pensada como relación diferencial es un punto clave de *Nietzsche y la filosofía*: Deleuze anuncia que ahí está la relación entre el eterno retorno y la voluntad de poder, como intervención específicamente nietzscheana en el ámbito de los problemas filosóficos abiertos por el poskantismo.¹¹⁹ No nos detendremos en los pormenores de estas ideas; nos interesaba simplemente señalar la

¹¹⁶ Cf. NP, pp. 54-55 [72-73].

¹¹⁷ NP, p. 56 [73-74].

¹¹⁸ NP, p. 58 [75].

¹¹⁹ Cf. NP, pp. 58-59 [76].

centralidad de la noción de “diferencial” en el desarrollo argumentativo de esta obra, y su afinidad con *Diferencia y repetición*, en tanto principio genético, sintético, interno, condición de la cantidad y la cualidad, y en filiación directa con los problemas del poskantismo.

Más de diez años después, y habiendo ya publicado *Diferencia y repetición* y la *Lógica del sentido*, Deleuze vuelve a servirse de esta fórmula junto con Guattari para determinar la especificidad de la economía capitalista. La propuesta ontológica de *El anti-Edipo* parte de la idea de pensar el *cuerpo* social como compuesto de máquinas, las cuales se definen como una relación indisoluble entre *flujos y cortes de flujos* (estos conceptos definirían por su cuenta las *relaciones de fuerzas* constitutivas del cuerpo social, en afinidad con los lineamientos establecidos en *Nietzsche y la filosofía*). “Una máquina se define como *sistema de cortes* [...]. Toda máquina, en primer lugar, está en relación con un flujo material continuo (*hyle*) en el cual ella corta [...]. Cada flujo asociativo debe ser considerado como ideal [...]. La *hyle* designa en efecto la continuidad pura que una materia posee idealmente. [...] Lejos de oponerse a la continuidad, el corte la condiciona, implica o define lo que corta como continuidad ideal. [...] En una palabra, toda máquina es corte de flujo en relación a aquélla a la cual está conectada, pero es flujo ella misma, o producción de flujo, en relación a aquella con la que se conecta. Tal es la ley de la producción de la producción”.¹²⁰ Esta definición del régimen maquinico, a caballo entre lo material y lo ideal, nos remite al primer momento de la Idea y su establecimiento de un elemento puro de la cuantitabilidad, que determinaba un *continuum* constituido por un *corte*. La causa ideal de la continuidad que establecía un pasaje a lo universal de un régimen de variación cuantitativo-cualitativo, implicaba a la vez el pasaje a otro régimen, así como en la primera síntesis de *El anti-Edipo* el corte de un flujo implica el paso a otro flujo. Esta primera síntesis, de conexión, estará complementada por una segunda, de registro (que implica una separación y codificación de los flujos, formando cadenas heterogéneas), y por una tercera, de conjunción (que produce un sujeto como

¹²⁰ AO, pp. 43-44 [42].

residuo del proceso maquínico). Lo que nos interesa, nuevamente, es menos entrar en el detalle de estos procesos específicos, o establecer una identidad estricta entre las ideas desarrolladas en una y otra obra, que señalar las *interferencias* que recorren por puntos, y entrelazan, de punto a punto, momentos cruciales de la obra deleuziana. En este sentido, la determinación del *socius* capitalista nos llevará a la síntesis universal de la Idea.

El surgimiento de la formación social capitalista depende de una conjunción entre flujos descodificados: flujo de trabajo (dy) y flujo de capital (dx), trabajo desterritorializado bajo la forma de trabajadores “libres” (de vender su fuerza de trabajo), dinero descodificado bajo la forma de poder de compra. Deleuze presenta estos flujos en términos de elementos diferenciales, para reformular la forma simple de la plusvalía ($D + \Delta D$), constituyendo la fórmula filiativa del capital, el modo en el cual el dinero engendra dinero a través de la *plusvalía de flujo*: $x + dx$.¹²¹ El establecimiento de esta fórmula implica ante todo desligar la cantidad de sus formas empíricas, generando una *cantidad abstracta*: los *quanta* específicos de cada mercancía supuestos en el intercambio simple (como el intercambio de 20 varas de lienzo por una chaqueta), y de la *quantitas*, forma del equivalente general o dinero (x),¹²² cantidad general que puede asumir múltiples valores particulares (aunque, como Bordas indicaba para la ecuación del círculo, “está obligada” siempre a tomar *uno* en cada caso), expresando el de cualquier mercancía posible.¹²³ Tras esta abstracción de sus figuras empíricas, el flujo de capital ahora descodificado puede montarse sobre el flujo de trabajo desterritorializado, y en la relación entre estas *cantidades abstractas* emergerá el nuevo *socius*. “Ya no estamos en el dominio del *quantum* ni de la *quantitas*, sino en el de la relación diferencial en tanto conjunción, que define el campo social inmanente propio al capitalismo y da a la abstracción como tal su valor efectivamente concreto [...]. Lo abstracto pone él mismo la relación más

¹²¹ Cf. AO, p. 270 [235].

¹²² Sobre estas nociones en Marx cf. Marx, Karl, *El Capital*, op. cit., pp. 77 y ss.

¹²³ Cf. AO, pp. 268-269 [233-234].

compleja en la cual va a desarrollarse «como» algo concreto. Es la relación diferencial $\frac{dy}{dx}$, donde dy deriva de la fuerza de trabajo y constituye la fluctuación del capital variable, y donde dx deriva del capital mismo y constituye la fluctuación del capital constante”.¹²⁴ Los regímenes de variación económicos, jurídicos e institucionales que definen nuestras sociedades contemporáneas son otras tantas máquinas que se conectan sobre el campo definido por esta relación, que las recorre a todas como su universal concreto.¹²⁵

Al igual que en *Diferencia y repetición y Nietzsche y la filosofía*, la relación entre elementos diferenciales implica aquí la cualificación y cuantificación de las figuras de la experiencia (en este caso, de la experiencia social). “ Dy y dx no son nada independientemente de su relación, que determina a uno como pura cualidad de flujo de trabajo, al otro como pura cualidad de flujo de capital. Es pues el movimiento inverso de un código, y expresa la transformación de la plusvalía de código en plusvalía de flujo. De ahí el cambio fundamental en el régimen de la potencia. Porque, si uno de los flujos se encuentra subordinado y esclavizado al otro, es precisamente porque no son de la misma potencia (x e y^2 , por ejemplo)”.¹²⁶ Vemos aquí dos puntos fundamentales: uno, la necesidad recíproca de los flujos virtuales que *cualifica* a uno como trabajo, al otro como capital; el otro, la *diferencia de potencia* necesaria para establecer la relación entre los flujos, que determinará su modo específico de conexión (y que ya no es, como en la obra sobre Nietzsche, una mera diferencia de cantidad).

¹²⁴ AO, p. 270 [234-235]

¹²⁵ Veremos que, en el desarrollo de la dialéctica de la Idea, Deleuze dejará planteado, también en términos marxistas, a la Idea social como campo problemático definido por elementos diferenciales ideales. Sobre la relación diferencial en el contexto del pensamiento deleuziano en torno al capitalismo, cf. los trabajos de Ferreyra, Julián, *L'ontologie du capitalisme chez Gilles Deleuze*, París, L'Harmattan, 2010, en particular pp. 193-217, y “Deleuze y el Estado”, en *Deus Mortalis*, n.º 10, 2011-2012, pp. 265-286, donde se compara también la lectura deleuziana del cálculo con la hegeliana.

¹²⁶ AO, p. 296 [257].

Interferencia #2: El diagrama en F y MP

El concepto de diagrama es uno de los principales en la producción deleuziana y deleuzo-guattariana durante la década del 80, y uno que condensa la mayor carga de interferencias matemáticas. Aparece por primera vez en un artículo sobre Foucault,¹²⁷ y es desarrollado ulteriormente en *Mil mesetas*, y en la *Lógica de la sensación* y las clases sobre pintura; es también el concepto clave en el análisis de las relaciones de poder del *Foucault*, y un componente fundamental del plano de inmanencia en *¿Qué es la filosofía?* Hay numerosos elementos que el concepto de diagrama recupera del concepto de Idea de *Diferencia y repetición*. Veremos algunas de sus caracterizaciones en *Mil mesetas* y en el *Foucault*, que es quizá la obra más elocuente para trazar la afinidad del diagrama con la Idea.

La lectura deleuziana de Foucault comienza por una elucidación de método: para analizar formaciones de saber, Foucault selecciona y agrupa *enunciados*. Deleuze distingue el enunciado de la proposición y la frase, y lo caracteriza como una *función primitiva*, de la cual dependen sujeto, objeto y concepto como *funciones derivadas*. Esta relación entre funciones se da en un particular *régimen espacial* inherente al enunciado —lo que hace del *Foucault* la obra más explícitamente “topológica” de Deleuze—: un espacio colateral, formado por los enunciados que se asocian en una determinada formación, un espacio correlativo correspondiente a las funciones derivadas de los enunciados, un espacio complementario, correspondiente a las instituciones que son a la vez constituidas por, y que sostienen a, un régimen enunciativo (en una estratificación social actual). Aquí se encuentra actuando ya el *diagrama*, como categoría supuesta por esta lógica de los enunciados, anunciada desde el comienzo de la obra: “Un enunciado *representa* siempre una emisión de singularidades, de puntos singulares que se distribuyen en un espacio correspondiente”.¹²⁸

¹²⁷ Cf. Deleuze, Gilles, “Écrivain non: un nouveau cartographe”, en *Critique*, tomo XXXI, n° 343, diciembre de 1975, p. 1217; artículo reeditado con modificaciones en F, pp. 31-50 [49-71].

¹²⁸ F, p. 13 [30]; cursivas nuestras.

Esta emisión de singularidades que el enunciado, en tanto formación del saber, *representa*, está dada por el diagrama, en tanto *medio informal de poder*. El diagrama es un Afuera en relación esencial con las formaciones enunciativas, coextensivo pero irreducible a ellas, y que se define como un espacio fluente de relaciones de fuerzas. Deleuze presenta numerosas definiciones del diagrama, de las cuales se destacan cuatro: “es la presentación de las relaciones de fuerzas propias a una formación social; es la repartición de los poderes de afectar y de los poderes de ser afectado; es la mezcla de puras funciones no formalizadas y de puras materias no formadas [...] es una emisión, una distribución de singularidades”,¹²⁹ siendo las singularidades los puntos notables sobre los que se asienta una determinada relación de fuerzas. Estas relaciones de fuerzas y singularidades poseen un carácter virtual, y son actualizadas por líneas que las vuelven visibles y enunciables. “La curva-enunciado integra en el lenguaje la intensidad de los afectos, las relaciones diferenciales de fuerzas, las singularidades de poder (potencialidades)”.¹³⁰ El diagrama es entonces un medio informal, virtual, puramente relacional, inseparable pero distinto de los regímenes actuales que lo integran y le dan una consistencia empírico-social. Podemos pensar la relación diferencial capitalista (Interferencia #1) como el diagrama de poder actualizado, por un lado, en las diferentes instituciones que caracterizan la producción en sus distintos estadios (fábrica, empresa, etc.; familia, escuela, cuartel, etc.; en el límite, el Estado capitalista como intento de integración global); por otro lado, en las discursividades que sostienen esas relaciones en la interacción social cotidiana (determinadas en el campo de los saberes). Siendo el diagrama un principio plástico, esencialmente informal y cambiante, esas instituciones y discursividades están en permanente modificación e interacción recíproca, a la vez que en relación con las potencias del Afuera que amenazan sus formaciones estables y guardan el poder de introducir modificaciones radicales en la configuración social.

¹²⁹ F, pp. 79-80 [102].

¹³⁰ F, p. 86 [109].

En *Mil mesetas*, por su parte, el diagrama es sinónimo del concepto de *máquina abstracta* (aunque, hacia el final del libro, la máquina abstracta goza de un sentido más amplio por el cual se desdobra en diagrama y *phylum*, destacando este último el aspecto material-intensivo). Aparece en la meseta 5 (“Sobre algunos regímenes de signos”), y precisamente en la recuperación de Foucault que Deleuze y Guattari hacen a la hora de establecer una pragmática basada en agenciamientos colectivos de enunciación. Si el agenciamiento puede caracterizarse como un ensamblaje territorial que combina expresiones y contenidos, formalizándolos en un determinado régimen signifiante y régimen de cuerpos, la máquina abstracta o diagrama aparece como el elemento disolutivo y genético de los agenciamientos: los lleva a su desterritorialización, en un movimiento por el cual conduce expresión y contenido a una indiscernibilidad relativa, en un *continuum* que él constituye y en el cual opera una emisión de singularidades. Así como antes de las frases, las proposiciones, los sujetos, objetos y conceptos, estaba el *enunciado*, así está el *agenciamiento* previo a las formas y a los significados, los sujetos y los cuerpos organizados. La máquina abstracta o diagrama enlaza flujos desterritorializados constituyendo nuevos agenciamientos. “Continuum de intensidades, emisión combinada de partículas-signos, conjunción de flujos desterritorializados, tales son al contrario los tres factores propios al plano de consistencia, operados por la máquina abstracta y constituyendo la desestratificación. Ahora bien, nada de esto es una noche blanca caótica, ni una noche negra indiferenciada. Hay reglas, que son las de la «planificación», de la diagramatización”.¹³¹ Y más adelante: la máquina abstracta es “un Absoluto, pero que no es ni indiferenciado ni trascendente”.¹³² Un Absoluto diferenciado e inmanente, plástico, coextensivo a —y corrosivo de— aquello que funda, todos estos puntos recuerdan el ascenso del fondo en la filosofía trascendental de *Diferencia y repetición*.

A diferencia de lo que ocurre en la Idea, sin embargo, el concepto de diagrama contiene directamente un aspecto material-intensivo:

¹³¹ MP, pp. 90-91 [75].

¹³² MP, p. 177 [144-145].

“Cada máquina abstracta es un conjunto consolidado de materias-funciones (*phylum* y *diagrama*). [...] [U]n conjunto de materias no formadas que no presentan más que grados de intensidad (resistencia, conductibilidad, calentamiento, estiramiento, velocidad o ralentización, inducción, transducción...), y funciones diagramáticas que no presentan sino ecuaciones diferenciales o más generalmente «tensores»”.¹³³ La doble cara de la máquina abstracta pretende reunir en un mismo movimiento lo que en *Diferencia y repetición* corresponde a los conceptos de la Idea y de la intensidad. La intensidad en *Diferencia y repetición*, que será objeto de análisis en la Segunda Parte de este libro, no se encuentra presentada en principio como un elemento perteneciente la Idea, y abre un problema en el desarrollo del texto respecto a las relaciones que sostienen esos conceptos. Más allá de este problema, al que nos dedicaremos más adelante, interesa retener el carácter *espacial* del diagrama —en tanto constitutivo de agenciamientos *territoriales* o de los espacios propios al enunciado— y su aspecto a la vez *informal* y *genético*. Volveremos a sentir este concepto zumbar en ulteriores interferencias.

¹³³ MP, p. 637 [519-520].

Capítulo II

Lautman, Abel y Galois: dialéctica problemática
y determinación progresiva¹

Podrá parecer extraño a quienes están acostumbrados a separar las ciencias «morales» de las ciencias «exactas» el ver reunidas en un mismo trabajo reflexiones sobre Platón y Heidegger con observaciones sobre la ley de reciprocidad cuadrática o la repartición de los números primos. Quisiéramos haber mostrado que ese acercamiento de la metafísica y de las matemáticas no es contingente sino necesario.

ALBERT LAUTMAN

En una primera lectura, las páginas de *Diferencia y repetición* que analizamos en el capítulo precedente nos invaden con preguntas incómodas y difíciles. ¿Por qué entran en juego de este modo las matemáticas en el discurso filosófico sobre los principios ontológicos?, ¿por qué el cálculo diferencial? Como adelantamos, nunca se trata de la matemática en sentido estricto, sino de *algo en* la matemática que sugiere la posibilidad de pensar más allá de su técnica científica exacta, extrayendo determinaciones que rebasan el plano matemático hacia el ontológico, *interfiriendo* entre esos planos. En tanto dominio constituido del saber, las construcciones

¹ Una versión reducida de algunos contenidos de este capítulo ha sido previamente publicada en: Santaya, Gonzalo, "Dialéctica, estructura y génesis. La presencia de Lautman en lo virtual deleuziano", en *Valenciana. Estudios de Filosofía y Letras*, n° 30, Universidad de Guanajuato, julio 2022, pp. 161-180, y "Círculo vicioso y revolución crítica en la teoría de los problemas: El rol del álgebra en la filosofía trascendental deleuziana", en *Kriterion. Revista de filosofía*, vol. 62 n° 151, Belo Horizonte, diciembre de 2021, pp. 845-868.

matemáticas se mueven en el plano de lo actual, de la reflexión consciente de los sujetos históricos, de los contextos, culturas y situaciones actuales. Hay *algo* que se expresa necesariamente en teorías matemáticas, pero que no se reduce a ellas. Ese “algo” es el elemento virtual-problemático.

Esto apunta a un problema fundamental del empirismo trascendental, relativo a la inmanencia y no-semejanza de los planos en juego: las categorías de lo empírico no deben en ningún caso proyectarse a lo trascendental, pero lo trascendental está en permanente imbricación con lo empírico (a tal punto que le cabe una forma de “empirismo”). Por un lado, LA determinación en lo virtual *engendra y articula* las determinaciones actuales; pero, por otro lado, en tanto (no)-ser, forma un régimen radicalmente otro que el de lo actual. La Idea está siempre más allá o más acá del espacio-tiempo, nunca aquí y ahora. ¿En qué consiste ese desfase, esa correspondencia sin semejanza entre lo virtual y lo actual? Debemos dirigir nuestra atención al estatuto problemático de la Idea, y al carácter *doble* que impone a la existencia: en tanto problema y en tanto solución, virtual y actual, las dos mitades de la diferen^t_c-ia. “La actualización de lo virtual —afirma Deleuze— es la singularidad, mientras que lo actual mismo es la individualidad constituida”.² La singularidad presenta un carácter *doble*, a caballo entre lo actual y lo virtual, enlazando lo virtual con su actualización. Estas categorías conformarán una *dialéctica* propiamente diferencial.

La consideración de la matemática como un campo del saber *actual* que toma parte en la determinación conceptual de lo virtual debe precavernos a la hora de considerar el uso deleuziano del cálculo diferencial. Deleuze se desmarca de dos alternativas recurrentes en la metafísica del cálculo: las diferenciales, ¿son reales o ficticias?, ¿finitas o infinitas? Según la primera de estas alternativas, las diferenciales deben o bien gozar de una existencia actual o bien carecer de ella, en cuyo caso su éxito radica en ser una ficción “bien fundada”, y la pregunta por la naturaleza de su existencia

² D, p. 181 [53].

actual se transforma en la pregunta sobre los fundamentos de esta ficción. La segunda alternativa concierne también al modo de existencia de las diferenciales: ¿son cantidades expresables mediante magnitudes finitas, o bien exigen la postulación de un infinito (ya actual, ya potencial)? Entre ambas, pueden establecerse diferentes cruces: finitas y reales, finitas y ficticias, infinitas y reales, infinitas y ficticias...

Desde el punto de vista de las “matemáticas modernas”, Deleuze atribuye a la teoría de conjuntos una concepción finitista de las diferenciales, la cual descansa en el proceso de aritmetización legado por Weierstrass y Dedekind; en este contexto, “la diferencial no designa sino una magnitud que se deja indeterminada para hacerla, si es preciso, más pequeña que un número dado. Es de ahí que nace el estructuralismo, al tiempo que morían las ambiciones genéticas o dinámicas del cálculo”.³ Este estructuralismo matemático permanece atado al punto de vista de la representación finita, y es por eso incompatible con el punto de vista genético. Concepciones infinitistas, como las de Bordas, Maimon o Wronski, permanecen en el otro polo de la representación. “Cuando se habla de la «metafísica» del cálculo se habla precisamente de esta alternativa entre la representación infinita y la representación finita”.⁴ En este sentido, la antinomia nos condena a permanecer en el campo de la representación, contra las pretensiones de la filosofía de la diferencia.

La evasión deleuziana de las antinomias se establece de la mano de la teoría de Lazare Carnot, quien, aun sin salir de la representación finita, supo dar una respuesta capaz de superarla: las magnitudes diferenciales son “condiciones del problema”.⁵ Si esta teoría de Carnot no llega a plantear verdaderamente una filosofía de lo problemático, es porque consideraba a estas “condiciones” como cantidades auxiliares —finitas y

³ DR, p. 229 [269].

⁴ *Ibidem*.

⁵ Cf. *ibidem*. Pasamos revista a esta teoría en Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental*, op. cit., pp. 63, 68 y 114-115.

actuales— que en virtud de una estricta compensación de errores desaparecían en el resultado final. Ahora bien, “condiciones del problema” puede también referir a la instancia ideal, sub-representativa, “metamatemática y extra-proposicional”⁶ que caracteriza lo virtual deleuziano. Se trata de la objetividad positiva de la Idea como instancia ontológica que sobrepasa toda forma de expresión científica y de experimentación empírica, pero que subyace a ambas en tanto elemento genético. En ese sentido, la objetividad de la Idea está más allá de la separación sujeto-objeto. Esa objetividad ideal es conceptualizada como “lo *problemático*”, que liga el problema y sus condiciones en un movimiento que tiende hacia su resolución:

Llamamos «problemático» al conjunto del problema y sus condiciones. Si las diferenciales desaparecen del resultado, es en la medida en que la instancia-problema difiere por naturaleza de la instancia solución, es en el movimiento por el cual las soluciones vienen necesariamente a recubrir el problema, es en el sentido en que las condiciones del problema son el objeto de una síntesis de Idea que no se deja expresar en el análisis de los conceptos proposicionales que constituyen los casos de solución. En consecuencia, la primera alternativa: ¿real o ficticio?, cae. Ni real ni ficticio, la diferencial expresa la naturaleza de lo problemático en tanto tal, su consistencia objetiva como su autonomía subjetiva. Puede que también caiga la otra alternativa, la de la representación finita o infinita. [...] [E]l elemento de lo problemático, en su carácter extra-proposicional, no cae en la representación. Ni particular ni general, ni finito ni infinito, es el objeto de la Idea como universal.⁷

Un problema es inseparable de *condiciones* bajo las cuales es posible solucionarlo. Las condiciones bajo las cuales una ecuación diferencial era resoluble remitían a sus singularidades; la solución, que se establecía sobre estas condiciones, reenviaba a las curvas que conectaban

⁶ DR, p. 213 [250] (la traducción española omite el prefijo “meta-”).

⁷ DR, pp. 230-231 [271].

las singularidades, las series de puntos regulares o regímenes de variación cuantitativo-cualitativos que se correspondían con esas distinciones ideales, sobre un *continuum* problemático.⁸ Ahora bien, si estas condiciones exceden las categorías bajo las cuales la ciencia y la experiencia actuales se desarrollan (real-ficticio, finito-infinito, particular-general, uno-múltiple, etc.), el cálculo diferencial no puede ser sino un medio entre otros para manifestar esta potencia sub-representativa. En virtud de la potencia problematizante de la Idea, y del punto de vista trascendental que ella habilita, podemos extraer del cálculo conceptos filosóficos constitutivos de la experiencia y de la ciencia. Pero si es en virtud de la Idea misma, y no de una propiedad exclusiva del cálculo, entonces otros elementos científicos y experienciales podrán eventualmente caer bajo este punto de vista, para precisar los conceptos de una filosofía trascendental de la diferencia.

Luego de la elucidación de la estructura de la Idea mediante el cálculo, el Capítulo IV de *Diferencia y repetición* se enfrenta entonces al problema de sostener a la vez la centralidad del cálculo diferencial para su propuesta filosófica, y su independencia relativa respecto de él. De hecho, Deleuze afirma esta independencia, poniendo al cálculo diferencial como un momento —entre otros— de un movimiento ontológico caracterizado como *dialéctica ideal*. El desarrollo de esta dialéctica no implicará, sin embargo, el fin de la injerencia del discurso matemático en *Diferencia y repetición*; lejos de ello, los recursos a los cuales Deleuze apela para determinar la naturaleza de la dialéctica son, por un lado, la filosofía de la matemática de Albert Lautman, y por el otro, el aporte a la teoría de las ecuaciones algebraicas de Niels Henrik Abel y Évariste Galois. Desde estos trabajos, Deleuze precisa su noción de universal concreto como *problema* que subyace y orienta la creación de dominios e individuos actuales.

⁸ “Es así que la repartición de las singularidades pertenece completamente a las condiciones del problema, mientras que su especificación reenvía ya a las soluciones construidas sobre esas condiciones” (DR, p. 212 [250]). Desarrollamos más abajo esta idea que Deleuze retoma de Lautman.

En este capítulo vamos a elucidar la dialéctica problemática de lo virtual siguiendo las fuentes recién mencionadas. Comenzaremos por reconstruir la noción lautmaniana de dialéctica, para luego explorar las teorías de Abel y Galois, las cuales hacen patente, desde el campo del álgebra, la naturaleza dialéctica de los problemas, y dan herramientas para conceptualizarla. Finalmente, desarrollaremos los conceptos de *adjunción* y de *determinación progresiva*, extraídos de la teoría Galois que introduce en el conjunto de los principios ontológicos mapeados a partir del cálculo una temporalidad propiamente virtual, que *duplica* problemáticamente el tiempo actual.

II.I.- La influencia de Albert Lautman

II.I.1.- Idea dialéctica y realidad meta-matemática

Junto a Jean Cavaillès, Albert Lautman (1908-1944) es uno de los introductores, en Francia, del formalismo alemán, lo que lo convierte en una influencia mayor para el célebre grupo Bourbaki, con varios de cuyos miembros fundadores trabó amistad. En el contexto del debate sobre los fundamentos de las matemáticas de la primera mitad del siglo XX, Lautman abraza una postura de tipo “formalismo estructuralista”,⁹ que marca distancia con las corrientes entonces preponderantes. Rechaza a la vez los planteos logicistas, representados por Frege y Russell (pues Lautman niega la posibilidad de reducir analíticamente la diversidad y riqueza de las matemáticas a un vocabulario lógico);¹⁰ rechaza también los intuicionismos representados por Poincaré y Brouwer (pues afirma la existencia *en acto* del infinito matemático y de toda entidad matemática formalmente

⁹ Sobre esta postura, cf. Duffy, Simon, *Deleuze and the History of Mathematics*, op. cit., pp. 211-215.

¹⁰ “Se tiende a menudo actualmente a confundir la filosofía matemática con el estudio de diversos formalismos lógicos. Esta actitud conlleva generalmente como consecuencia la afirmación del carácter tautológico de las matemáticas” (Lautman, Albert, “De la realidad inherente a las teorías matemáticas” [1937], trad. Fernando Zalamea, en Lautman, Albert, *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas*, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2011, p. 125).

definible por una teoría axiomatizada, y acepta el principio de tercero excluido como válido para la demostración); rechaza, finalmente, los planteos aprioristas de corte neo-kantiano (afirmando que los hechos matemáticos encuentran su origen en problemas dialécticos, y no en el análisis de conceptos ni de construcciones en la intuición).

Su lealtad filosófica yace con el formalismo de Hilbert, quien funda la realidad matemática en la formulación axiomática de las teorías. Según Lautman, esta formulación es motivada por la existencia de problemas que obligan permanentemente a re-estructurar esas teorías o a crear nuevas, en un movimiento sintético que excede la realidad propiamente matemática, y supone una metamatemática de corte metafísico que va más allá de los planteos hilbertianos. A su vez, Lautman recupera el trabajo célebre de Léon Brunschvicg, siguiendo su tendencia espiritualista, pero rechazando su psicologismo. Lautman conjuga así una visión formalista, estructuralista, sintética, anti-psicologista, anti-logicista y anti-reducionista, con una metafísica que rescata y enarbola estandartes platónicos.

En efecto, en la obra de Lautman “es posible hablar de un platonismo inmanentista, en la medida en que las Ideas no tienen una existencia separada, sino que se descubren en las teorías como su fundamento y origen”.¹¹ Ellas subyacen, orientan y regulan la producción de teorías matemáticas, en una dialéctica Ideal de lo problemático. Escribe Deleuze: “Nadie mejor que Albert Lautman, en su obra admirable, ha mostrado que los problemas eran ante todo Ideas platónicas, ligazones ideales entre nociones *dialécticas*, relativas a «situaciones eventuales de lo existente»; pero también que ellas se actualizaban en las relaciones reales constitutivas de la solución buscada en un campo *matemático*, o *físico*, etc.”.¹² La matemática

¹¹ Kretschel, Verónica, “Lautman y Deleuze: Idea, problema, estructura y realidad”, en Ferreyra, Julián, y Soich, Matías, *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, Buenos Aires, La Almohada, 2014, p. 30. El platonismo de Lautman es uno de los rasgos más originales de su posición filosófica, que lo distingue no solo del logicismo y el intuicionismo, sino también dentro de la escuela formalista/estructuralista.

¹² DR, p. 212 [250].

representa un dominio de *expresión* de Ideas de una naturaleza extra- o metamatemática (y, en ese sentido, trascendentes), pero que sólo cobran cuerpo y sentido en esa expresión, en su dominio científico determinado (y, en ese sentido, inmanentes). Debe distinguirse entonces entre “Idea”, relativa a la dialéctica, y “teoría”, “noción”, o “concepto”:

Mientras que las relaciones matemáticas describen ciertos enlaces existentes de hecho entre seres matemáticos distintos, las Ideas de relaciones dialécticas no afirman ningún enlace existente de hecho entre nociones cualesquiera. Como «preguntas planteadas», no constituyen sino una problemática, relativa a ciertas situaciones eventuales de lo existente. Resulta entonces de nuevo, exactamente como en los análisis de Heidegger, que las Ideas que constituyen esa problemática están caracterizadas por una insuficiencia esencial, y en ese esfuerzo por culminar la comprensión de la Idea es donde, una vez más, se ven emerger las nociones más concretas relativas a lo existente, es decir, las verdaderas teorías matemáticas.¹³

Las teorías matemáticas, sus relaciones y conexiones mutuas, son frutos del esfuerzo intelectual por proveer una comprensión acabada de problemas *ideales*. Si la tarea de la matemática es encarnar, a través de diversas teorías, relaciones dialécticas que forman una situación problemática, la tarea de la filosofía de la matemática es descubrir y describir esa realidad problemática y su encarnación matemática.¹⁴ Esta realidad, en tanto “situación eventual de lo existente”, es sin embargo aquello que motoriza la creación de teorías y nociones “relativas a lo existente”. La “situación eventual” no es, entonces, originalmente planteada en los términos de una teoría lógico-deductiva, sino admitida “por una incomprensible necesidad de hecho”.¹⁵

¹³ Lautman, Albert, “Nuevas investigaciones sobre la estructura dialéctica de las matemáticas” [1939], en Lautman, Albert, *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas*, op. cit., p. 341.

¹⁴ Cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence*, op. cit., p. 7.

¹⁵ *Ibid.*, p. 9.

Incomprensibles desde el punto de vista de la formulación matemática, las Ideas se realizan en ella a partir de “la intuición extra-matemática de la urgencia de un problema lógico”,¹⁶ que *sólo puede ser formulado matemáticamente, aunque en sí mismo no es matemático*. Esa intuición tampoco ha de buscarse en la subjetividad de un matemático particular (Lautman rechaza, contra Brunschvicg, la “psicología de la creatividad científica”), sino que refiere a una instancia *objetiva* ligada al a los *medios de expresión dados* por una teoría determinada en un momento puntual del devenir histórico de la matemática efectiva. Las teorías matemáticas existentes surgen de una problemática que vivifica la génesis de nuevas soluciones: “más allá de las condiciones temporales de la actividad matemática, pero en el seno mismo de esta actividad, aparecen los contornos de una realidad ideal que es dominatriz en relación a una materia matemática que ella anima, y que sin embargo, sin esta materia, no podría revelar toda la riqueza de su poder formador”.¹⁷

Las Ideas no son entonces susceptibles de un estudio directo: no podemos aprehenderlas sino a través de la materia que ellas vivifican y sin las cuales no existen (de ahí el platonismo *inmanentista* de Lautman). Esa *materia* no se identifica sin embargo con lo sensible inmediato, sino con la simbología, las operaciones, los diagramas propiamente matemáticos. El problema de la filosofía matemática, como el problema del platonismo clásico, es entonces el problema de la *participación*: ¿de qué modo las Ideas dialécticas se *encarnan* en las teorías matemáticas concretas? En su *Ensayo sobre las nociones de estructura y existencia en matemáticas*, Lautman recurre al término kantiano “esquema” para referir a este procedimiento (“creemos que el movimiento propio de una teoría matemática dibuja el *esquema* de los enlaces que sostienen entre ellas ciertas ideas abstractas, dominantes con respecto a las matemáticas”).¹⁸ Lautman estudia

¹⁶ *Ibíd.*, p. 149.

¹⁷ *Ibíd.*, p. 150.

¹⁸ Lautman, Albert, “De la realidad inherente a las teorías matemáticas” [1937], *op. cit.*, p. 126.

dos tipos de esquemas, “de estructura” y “de génesis”, a través de un análisis descriptivo que pretende capturar, valiéndose de la exposición de ciertas teorías matemáticas, la naturaleza de estos esquemas que “median” entre la Idea y su expresión en esos dominios matemáticos.

II.1.2.- Esquemas de estructura y esquemas de génesis

En su tesis doctoral de 1938, *Ensayo sobre las nociones de estructura y existencia en matemática*, Lautman estudia dos tipos de esquemas, “de estructura” y “de génesis”, a través de un análisis descriptivo que pretende capturar, valiéndose de la exposición de ciertas teorías matemáticas, la naturaleza de estos esquemas que “median” entre la Idea y su expresión en esos dominios matemáticos. Veremos algunos de los ejemplos lautmanianos, sin entrar en el detalle técnico de las teorías matemáticas —lo que excede los objetivos del presente trabajo—, sino centrándonos en su sentido filosófico.

Los esquemas de estructura corresponden al estudio de tensiones dialécticas manifestadas en dualidades del tipo “punto de vista local y punto de vista global”, “propiedades intrínsecas y propiedades inducidas”, “lo imperfecto y lo perfecto”. Lautman pasa revista a diferentes problemas y nociones que dan cuenta de cómo estas dualidades se presentan y a las relaciones entre diferentes teorías, motivando síntesis que dan pie a nuevas teorías y, de ahí, a nuevos modos de presentación de esas tensiones.

De acuerdo a la primera de estas dualidades, el estudio desde un punto de vista local, a menudo infinitesimal, sobre ciertos elementos de un conjunto o estructura, y sus conexiones recíprocas, se contrapone al estudio desde un punto de vista global sobre las propiedades generales de ese conjunto o estructura, el cual no contempla individualmente la naturaleza de los elementos que la componen. Esta contraposición se presenta a la matemática en diversos campos como dos modos de abordaje en principio

irreductibles. Lautman desarrolla el conflicto en geometría entre el punto de vista local, representado por Riemann y el punto de vista global, representado por Klein.¹⁹ Mientras que la geometría de tipo kleiniano estudia las propiedades geométricas de un espacio que atraviesa en su conjunto ciertas transformaciones lineales idénticas para todos los puntos, la geometría riemanniana estudia las propiedades locales del espacio a partir del análisis de sus vecindades o entornos infinitamente pequeños que rodean un punto determinado, y donde la relación de cada punto con cualquier otro punto que no pertenezca a su vecindad puede hacerse de una infinidad de maneras. Klein define un espacio global homogéneo mientras que Riemann define uno local y heterogéneo. Lautman sigue aquí al matemático Henri Cartan en la conclusión de que no puede decirse que uno de estos puntos de vista preceda o sea preponderante sobre el otro; en cambio, ambos están inextricablemente mezclados sin perder su diferencia de naturaleza.²⁰

“La constatación de esta dualidad sugiere naturalmente a los matemáticos la búsqueda de una síntesis. [...] En uno y otro caso se busca establecer una ligazón entre la estructura del todo y las propiedades de las partes para que se manifieste en las partes la influencia organizatriz del todo al cual ellas pertenecen”.²¹ Esta síntesis de lo local y lo global, que en términos de influencia recíproca del todo y sus partes concibe estructuras matemáticas como seres vivientes,²² es realizada, según Lautman, en tres teorías: la geometría diferencial y sus relaciones con la topología, la teoría de grupos, y la teoría de prolongación analítica de funciones de Weierstrass (que vimos en el capítulo precedente).²³ De todos estos dominios,

¹⁹ Cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence...*, op. cit., pp. 22-25.

²⁰ Cf. *ibíd.*, p. 25.

²¹ *Ibid.*, pp. 28-29.

²² Cf. *ibíd.*, p. 29.

²³ Cf. *ibíd.*, pp. 30 y ss. En el primero de los casos, el estudio de las propiedades topológicas y las propiedades geométricas de una superficie da pie a dos problemas recíprocamente vinculados: el de la metrización y el de la prolongación. El problema de la metrización remite a encontrar una

Lautman extrae elementos para afirmar que “es imposible considerar un «todo» matemático como resultando de la yuxtaposición de elementos definidos independientemente de toda consideración de conjunto relativa a la estructura del todo en el cual estos elementos se integran. Existe así un descenso del todo hacia la parte, y un ascenso de la parte hacia el todo”.²⁴ La relación de co-implicación entre el todo y las partes se manifiesta entonces en diversas teorías matemáticas como la instanciación de una relación dialéctica que encuentra ecos en la biología o la sociología, pero que —según Lautman— sólo puede expresarse de un modo completamente acabado y riguroso desde el punto de vista matemático.²⁵

Otra tensión dialéctica se manifiesta en la diferencia entre propiedades intrínsecas e inducidas (relativas, respectivamente, a la estructura interna de un objeto matemático o a sus relaciones de exterioridad con otros elementos, que “inducen” propiedades al elemento en cuestión). Este problema replica en filosofía el contrapunto entre Kant y Leibniz acerca de la naturaleza del espacio (a la que nos referimos en la Introducción de esta Primera Parte). La pregunta es si puede reducirse el punto de vista euclidiano, que funciona por inmersión de un objeto en un espacio pre-determinado (y que remite a la posición kantiana), al punto del *análisis situs* (propio de Leibniz) que supone el tratamiento topológico inmanente

métrica globalmente compatible con las propiedades topológicas de una superficie; el problema de la prolongación remite a encontrar un modo de extender el conocimiento de las propiedades de una superficie, suponiendo como dado y conocido solo un pequeño fragmento de la misma. Apoyándose en los trabajos de Hopf y Rinow, Lautman muestra cómo algunas propiedades topológicas y geométricas convergen y se determinan mutuamente en el abordaje conjunto de estos problemas. En el segundo caso, la teoría de grupos, Lautman sigue trabajos de Weyl y Cartan, que permiten mostrar un enlace esencial entre las propiedades topológicas globales de un espacio de Klein y las propiedades métricas locales de un espacio de Riemann. En el tercer caso, Lautman recurre al método weierstrassiano de prolongación analítica para mostrar un enlace entre la estructura global de un conjunto de funciones y el modo de descomposición individual de las mismas.

²⁴ *Ibid.*, p. 38.

²⁵ Al respecto, dice: “Es evidente que el ser matemático, tal cual lo concebimos, no carece de analogías con un ser viviente; creemos, sin embargo, que la idea de la acción organizativa de una estructura sobre los elementos de un conjunto es plenamente inteligible en matemáticas, aunque al transportarse a otros dominios pierda su limpidez racional” (*ibid.*, p. 29).

a la figura.²⁶ Lautman analiza aquí tres casos de esquemas: el paralelismo de vectores en una superficie de Riemann, las propiedades de los espacios definidos por la topología algebraica, y los teoremas de dualidad en topología.²⁷ Si bien en principio los métodos reductivos desarrollados por la topología parecen ser concluyentes, volviendo aparentemente la estética kantiana reductible a una analítica, lo cierto es que ellos encuentran limitaciones que reenvían a la necesidad de un estudio por “inmersión” de la figura. Lautman ve estas limitaciones ilustradas en los análisis de Louis Antoine sobre homeomorfismos en curvas cerradas en espacios euclidianos: “Ocurre en esto como si la topología no pudiera desarrollarse sino dando la razón a Leibniz, pero constantemente ella encuentra hechos que dan la razón a Kant y la obligan a buscar nuevos métodos”.²⁸

Los esquemas de estructura suponen entonces una tensión dialéctica como problemática que motoriza la producción de nuevas teorías. Ellas no anulan el problema, sino que lo traducen, lo desplazan, lo reformulan según nuevos términos en los cuales la misma (u otra) tensión dialéctica se presentará de otro modo, en otros términos u objetos, definibles por la nueva teoría. Para resolver las problemáticas planteadas por Ideas dialécticas, las teorías matemáticas sientan las condiciones para la creación de nuevos seres matemáticos, los cuales presentan a su vez desequilibrios estructurales que conducen a nuevas creaciones. De acuerdo con esto, los esquemas de estructura están ligados indisolublemente a *esquemas de génesis*, por los cuales *se pasa necesariamente de la formulación de una teoría a la existencia de nuevos seres u objetos matemáticos*: “En todos estos ejemplos, puramente matemáticos, vemos siempre cómo un modo de

²⁶ Para ilustrarlo rápidamente, hay dos maneras de determinar que un espacio dado es una esfera: o bien lo contemplamos desde afuera, lo que implica suponer una dimensión adicional a las dos dimensiones que caracterizan el espacio *sobre* la esfera (y en cuyo caso tratamos la esfera euclidianamente), o bien nos situamos *en* esas dos dimensiones (longitud y latitud) y recorremos el espacio a partir de ellas.

²⁷ Cf. *Ibid.*, pp. 45-60.

²⁸ *Ibid.*, p. 60.

estructuración de un dominio de base se interpreta en términos de existencia para algunos seres nuevos, funciones, transformaciones, números, que la estructura del dominio parece así preformar”.²⁹

Al resolver las problemáticas planteadas por Ideas dialécticas, las teorías matemáticas alcanzan determinados niveles de “completitud” a partir de los cuales es posible afirmar la existencia de nuevos seres matemáticos, pero a partir de los cuales pueden plantearse otros desequilibrios estructurales —nuevos problemas— que conducen a la creación de nuevos seres.³⁰ Así, la dialéctica lautmaniana afirma una serie indefinida de producciones de seres matemáticos cualitativamente diferentes pero mutuamente enlazados por problemas:

[L]os seres abstractos que nacen de la estructura de un dominio más concreto pueden servir a su vez como dominio de base para la génesis de otros seres. Por lo tanto, es sólo en el seno de un problema determinado que pueden asignarse funciones distintas a géneros de seres diferentes; el hecho esencial es la génesis de los géneros del ser, unos a partir de otros, y es en un sentido puramente relativo (para dar cuenta de esas relaciones mutuas) que emplearemos siempre el término de «dominio» para la estructura dada y aquel de «ser creado» para el objeto final de la génesis descrita.³¹

Esta conceptualización no carece de analogía con las conclusiones que extrajimos del segundo momento de la Idea deleuziana, donde la determinación recíproca de los elementos diferenciales nos reenviaba a una cadena indefinida de funciones generadas y enlazadas por la relación diferencial. Si consideramos aquellas funciones o regímenes de variabilidad como estos “géneros de ser” producidos por un problema, podemos afirmar que sólo en el marco del mismo es posible la consideración

²⁹ Lautman, Albert, “De la realidad inherente a las teorías matemáticas” [1937], *op. cit.*, p. 128.

³⁰ Cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence...*, *op. cit.*, p. 78.

³¹ *Ibid.*, p. 94.

genética, independientemente de la cual la distinción entre “primitiva” y “derivadas” pierde su sentido.³²

Hasta aquí vimos rápidamente cómo las Ideas lautmanianas motorizan la creación de nuevas teorías, tanto en sus aspectos estructurales como en la demostración de la existencia de seres matemáticos que satisfacen las condiciones impuestas por esos aspectos. Pero hay un último caso de esquema de génesis considerado en su texto y que, dada su relevancia en la teoría deleuziana de la Idea, cabe examinar con un poco más de detalle.

II.1.3.- La doble naturaleza de las singularidades

En el último capítulo de su tesis, Lautman aborda un ejemplo de esquemas de génesis ligado al “carácter excepcional de la existencia”. Con esto se refiere no ya al pasaje de un dominio estructural a la existencia de otro dominio, sino a “un nuevo modo de ligazón entre la estructura y la existencia, donde el ser buscado resulta de la selección, en el seno de un dominio, de un elemento distinguido de todos los otros por sus características excepcionales”.³³ Esto ocurre por ejemplo en el cálculo de variaciones, que tiene por objeto la determinación de máximos y mínimos para una relación dada. Esas cantidades máximas y mínimas forman elementos destacados dentro del dominio de los elementos que efectúan dicha relación. En esta determinación de existencia de un ser matemático por sus condiciones de extremo se realiza un nuevo esquema lógico de las relaciones entre esencia y existencia: la “esencia” de la relación determina la existencia de un (y solo un) elemento de su dominio en que el valor es el mínimo (o máximo) posible. Este tipo de esquemas de selección que operan en el seno de estructuras

³² Lautman recurre, para ejemplificar este movimiento de génesis de géneros de ser unos a partir de otros, a la teoría de las funciones algebraicas de Riemann, a la teoría de cuerpos de clases y de representación de grupos (*cf. ibid.*, pp. 94-106).

³³ *Ibid.*, p. 125.

diversas, de las cuales Lautman presenta una serie de ejemplos relativos a los espacios de Hilbert y a los métodos de Poincaré. Estos últimos nos interesan especialmente, pues determinan con mayor precisión el modo en que Deleuze interpreta la noción de “singularidad”.

Lautman recupera el artículo de Poincaré “Sobre las curvas definidas por una ecuación diferencial”, e insiste sobre la importancia del punto de vista cualitativo como estudio topológico de las curvas basado en la clasificación que permiten establecer los distintos puntos singulares que las habitan (cuellos, nudos, focos y centros).

Los puntos singulares, en tanto que puntos, son puntos del dominio de base como todos los otros puntos de este dominio, pero ellos tienen un rol cada vez más dominante y excepcional en las teorías modernas; vamos a ver rápidamente que en ellos vienen a confundirse un gran número de puntos de vista lógicos que hemos caracterizado separadamente en el curso de este trabajo.³⁴

Este fragmento presenta una idea lautmaniana que Deleuze retomará para caracterizar su dialéctica: el *doble modo de existencia* de los puntos singulares. En efecto, ellos forman parte del dominio de base (en el caso de una ecuación diferencial, este dominio puede ser el conjunto de los números reales recorridos por la variable) y en ese sentido no se destacan por sí mismos (son un número real entre los otros); ahora bien, en virtud de los requisitos de una ecuación específica, la determinación local de dichos puntos puede volverse relevante para estudiar la estructura global de la curva (vimos el caso de los máximos y mínimos, puntos de inflexión y polos en el capítulo precedente). La determinación de los puntos singulares debe complementarse con las ideas de Weierstrass sobre la prolongación analítica, para mostrar cómo ambos puntos de vista locales se dirigen a la determinación global de un espacio. Tomando las singularidades como

³⁴ *Ibíd.*, p. 135.

centros o extremos de los círculos de convergencia, y calculando las series al interior de esos círculos, se recubre progresivamente la representación de la función siguiendo intervalos locales. Al considerar esta prolongación local sucesiva en el plano complejo, y repitiéndola indefinidamente, se obtiene una figura modular que recubre completamente la representación de la ecuación de partida.³⁵ Este movimiento reenvía así del esquema de génesis por selección al esquema de estructura local-global, que fue la primera de las manifestaciones dialécticas abordadas por Lautman.

Vemos pues los aspectos múltiples bajo los cuales se presentan en esta teoría los puntos singulares: 1° permiten la determinación de un sistema fundamental de soluciones, prolongables analíticamente a lo largo de todo camino que no encuentre singularidades: en este sentido, su singularidad se traduce en términos de existencia de soluciones; 2° [...] su rol es descomponer un dominio, de manera que la función que asegura la representación sea definible sobre este dominio; 3° permiten el pasaje de la integración local de las ecuaciones diferenciales a la caracterización global de las funciones analíticas que son soluciones de estas ecuaciones. [...] Este encuentro de puntos de vista lógicos distintos en el seno de un mismo problema [...] nos muestra a la vez, por paradójico que parezca el acercamiento de estos términos, la unión íntima y la independencia completa de la lógica dialéctica (tal como la concebimos) y de las matemáticas. *Las teorías matemáticas se desarrollan por su propia fuerza, en una estrecha solidaridad recíproca y sin referencia alguna a las Ideas que su movimiento aproxima.*³⁶

La importancia de la teoría de los puntos singulares es entonces capital para Lautman porque permite enlazar los distintos niveles de lo real matemático: los hechos matemáticos, los seres matemáticos descubiertos a partir de estos hechos, las teorías matemáticas en las cuales se organizan estos seres, las Ideas dialécticas que estas teorías encarnan

³⁵ Cf. *ibid.*, pp. 136-138.

³⁶ *Ibid.*, pp. 138-139; paréntesis y cursivas nuestras. Citado en DR, p. 230 [270], nota al pie.

mediante diversos esquemas. Estas conclusiones hacen resonar esa “doble existencia” de los puntos singulares, que mencionábamos unas líneas más arriba, con el carácter doble que las Ideas dialécticas poseen para Deleuze: inmanentes y trascendentes. Si bien Lautman no utiliza esos términos, Deleuze apela a ellos para traducir esa paradójica relación de “unión íntima e independencia completa”, o de “estrecha solidaridad recíproca” y ausencia de referencia, que el filósofo de las matemáticas menciona entre Idea dialéctica y teorías matemáticas.

En su póstumo *Le problème du temps*, Lautman vuelve sobre este análisis de Poincaré a partir de la noción de *campo vectorial*, como la instancia determinada inmediatamente por esa existencia y distribución de singularidades. En las ecuaciones diferenciales trabajadas por Poincaré, compuestas de polinomios Q y P bajo la forma $\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x,y)}{P(x,y)}$, las variables x e y son diferenciadas en función de un nuevo parámetro t, obteniendo el sistema:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y) \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y)$$

Este sistema define no sólo una dirección (tangente) para cada punto de la superficie definida por la ecuación, sino también un *sentido*, constituyendo un campo de vectores (en el sentido más intuitivo posible, esto significa que cada punto recibe una variación en línea recta, junto con una flecha que asigna un sentido a una línea y añade una determinación a su ángulo y su medida). El campo de vectores indica la dirección y el sentido seguido por cada punto del espacio en una transformación lineal definida por el sistema de ecuaciones. Al respecto, Lautman señala:

Los puntos de indeterminación donde $P = Q = 0$ constituyen las singularidades del campo de vectores. [...] La existencia y la repartición de singularidades son nociones relativas al campo de vectores definido por la ecuación diferencial; la forma de las curvas integrales es relativa a las soluciones de esta ecuación.

Los dos problemas son complementarios porque la naturaleza de las singularidades del campo es definida por la naturaleza de las curvas en su vecindad; no es menos cierto que el campo de vectores, por un lado, las curvas integrales por el otro, son realidades matemáticas esencialmente distintas.³⁷

Nuevamente, esto muestra la existencia paradójica, *doble*, de las singularidades que pueblan un espacio matemático y en torno a las cuales *algo pasa* en el comportamiento del mismo: las direcciones y sentidos de los vectores que configuran ese espacio adquieren un comportamiento ordenado, una tendencia global estructurada en torno de los puntos singulares. Estos son elementos excepcionales del dominio, inmanentes y trascendentes, que a la vez *existen* en él e *insisten* más allá de él, estructurándolo en su conjunto.

³⁷ Lautman, Albert, *Symétrie et dissymétrie en mathématiques et physique – Le problème du temps*, París, Hermann, 1946, p. 42.

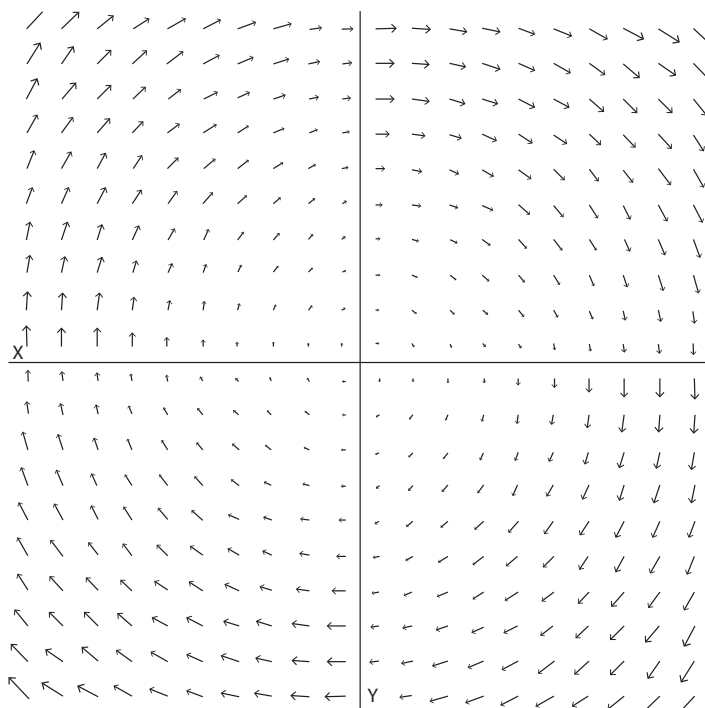


Ilustración 11: campo vectorial con una singularidad tipo “centro” en el punto $(0, 0)$

¿Qué significa, entonces, esta coexistencia de “inmanencia y trascendencia” en las Ideas deleuzianas? Si la apuesta deleuziana es por una filosofía de la inmanencia, ¿cómo evitar ver en el uso del término “trascendencia” la reivindicación de un platonismo clásico (sostenido además por el hecho de que Lautman se presentaba explícitamente como un platónico)? Sin embargo, como vimos, la filosofía lautmaniana podía caracterizarse como un platonismo “inmanentista”, dado que era *sólo en el seno de las teorías matemáticas efectivamente existentes que las Ideas cobraban consistencia, carnadura y realidad*. En ese sentido, las Ideas no gozan de una realidad separada con respecto a aquello que las realiza en la existencia, y esta realización no cobra entonces el estatuto de una “participación” en una

“copia”, sino el de una *expresión* donde “lo expresado no existe por fuera del expresante”.³⁸ A la inversa, las teorías matemáticas solo se determinan en la medida en que expresan las Ideas, a través de los esquemas lógicos determinados por problemas dialécticos, que solicitan la creación de teorías siempre nuevas. La relación que Lautman afirma una y otra vez entre las Ideas y sus encarnaciones es ante todo de “dominación”, entendida como generación y organización.³⁹

Si bien Deleuze no retoma el término “dominación” para referir a la actividad de las Ideas sobre la existencia, sí habla del “rol director” de los problemas con respecto a “la determinación de las soluciones mismas”.⁴⁰ Este rol director/organizador es el que constituye el aspecto de trascendencia de las Ideas, y es caracterizado como la *existencia y repartición* de puntos singulares. El aspecto de inmanencia, por su parte, es definido por la *especificación* de esos puntos, es decir, su caracterización o clasificación en los términos provistos por el comportamiento de los puntos regulares en su vecindad (y que permiten decidir, para una singularidad dada, si se trata de un polo, de un punto de inflexión, de un cuello, un nudo, un foco, un centro...). Esto nos permite precisar el uso del término “trascendencia”: no se trata, en efecto, de que la Idea sea trascendente “en sí misma”, separada y autosubsistente —tampoco es “inmanente en sí misma”, pues no se cierra sobre sí—, sino que es *simultáneamente* trascendente e inmanente *con respecto a su solución*. Trascendente porque ninguna teoría ni ser matemático

³⁸ DR, p. 334 [386]. Nos detendremos en la cuestión de la expresión en nuestro capítulo final.

³⁹ A propósito de la correcta comprensión del platonismo, afirma: “En el debate abierto entre formalistas e intuicionistas, desde el descubrimiento del transfinito, los matemáticos han adoptado la costumbre de designar someramente bajo el nombre de platonismo a toda filosofía según la cual la existencia de un ser matemático se toma como segura, aunque ese ser no pueda ser construido en un número finito de etapas. Huelga decir que ese es un conocimiento superficial del platonismo, y no podríamos estarnos refiriendo a él. Todos los comentaristas modernos de Platón han insistido, por el contrario, en el hecho de que las Ideas no son las esencias inmóviles e irreducibles de un mundo inteligible, sino que están ligadas entre sí según los esquemas de una dialéctica superior que preside su venida” (Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence...*, op. cit., pp. 150-151.)

⁴⁰ DR, p. 230 [270].

agotan la Idea que encarna, Idea que siempre excede su expresión teórica, y abre la teoría a nuevos problemas.⁴¹ Inmanente, porque es sólo a través de las teorías efectivamente existentes que la Idea se especifica en un estado de cosas, se encarna, en resumen: *existe*.

La Idea, entonces, dirige u organiza *desde adentro* la génesis de un dominio de soluciones a la vez que lo abre a su *afuera*, desde el cual motoriza la génesis de nuevos dominios. Ambos aspectos son relativos, complementarios, pero heterogéneos. La especificación hace a las singularidades inmanentes al trazado de las curvas correspondientes a la ecuación, mientras que la existencia y distribución las hace trascendentes con respecto a las curvas. En resumen, el carácter estructural-genético de la Idea va de la mano con su carácter inmanente-trascendente, y este estrecho vínculo encuentra su máxima expresión en la teoría de los puntos singulares.

II.II.- La extensión deleuziana de la dialéctica: Idea y órdenes ideales

Volvamos a la pregunta de partida de este capítulo: ¿En qué sentido el discurso de la filosofía de la diferencia deleuziana queda atado al discurso matemático en general (y al cálculo diferencial en particular), hasta qué punto le es necesario, y en qué medida es independiente de él? Indicamos ya que no se trata de pensar el cálculo desde su carácter técnico-científico, sino desde su estatuto dialéctico, esto es, en tanto revela un *doble carácter de lo real*: por un lado, (no)-ser virtual problemático, por el otro, *expresiones* empíricas, composiciones de regímenes de variabilidad, dominios de

⁴¹ Este uso del término “trascendente” en la teoría de la Idea se corresponde con el ejercicio *trascendente* en la doctrina de las facultades, y replicando la dimensión problemática en la constitución subjetiva. La apuesta del empirismo trascendental en tanto ejercicio *trascendente* de las facultades se instancia en la teoría de la Idea, en tanto ella implica la captación de aquello que *trasciende* el ejercicio empírico del pensamiento: la divergencia, la singularidad, o la diferencia en sí misma.

inteligibilidad técnico-científicos. La introducción de Lautman y su dialéctica en este punto del desarrollo de la teoría de la Idea señala el carácter sub-representativo, extra-proposicional y metamatemático que subyace al cálculo diferencial en tanto técnica científica. El cálculo revela lo problemático como principio de generación inmanente-trascendente de las determinaciones que estructuran un dominio de la experiencia o del pensamiento. Pero no es el único dominio que lo revela.

En efecto, Deleuze rescata a Latuman con el objetivo de realizar una extensión de su dialéctica a todo lo real.⁴² El cálculo diferencial no es sino un momento de esa dialéctica. Por dialéctica se entiende, precisamente, “el elemento de lo problemático, en la medida en que se distingue del elemento propiamente matemático de las soluciones”.⁴³ Las singularidades, en tanto puntos pertenecientes al dominio de base, sobrepasan la expresión matemática de las curvas. Todas las teorías matemáticas poseen elementos o rasgos que sobrepasan su expresión, y que son el índice de problemas no ya matemáticos sino dialécticos, los cuales motorizan la producción de nuevas teorías. Más allá de la matemática, la *extensión* deleuziana de esta dialéctica apunta a señalar la realidad de lo problemático como instancia ontológica que subyace a toda la realidad efectiva. En el mismo movimiento, el concepto de singularidad deja de tener un alcance meramente matemático para devenir la realización necesaria de lo universal concreto: habrá, desde entonces, singularidades físicas, lingüísticas, psíquicas, sociales, etc.,⁴⁴ en aquellos puntos, instantes, o momentos en sí

⁴² Esta extensión, por lo demás, es un proyecto del propio Lautman: “Uno de los desafíos que Lautman se impuso, pero que no llegó a realizar, fue la tarea de desplegar la filosofía matemática que había desarrollado, hacia otros dominios” (Duffy, Simon, *Deleuze and the History of Mathematics*, op. cit., p. 210).

⁴³ DR, p. 231 [272].

⁴⁴ Esto es lo que habilita la identificación del concepto de singularidad con el de acontecimiento, explorada sobre todo en *Lógica del sentido*: “¿Qué es un acontecimiento ideal? Es una singularidad. O mejor, un conjunto de singularidades, de puntos singulares que caracterizan una curva matemática, un estado de cosas físico, una persona psicológica y moral. Son puntos de retroceso, de inflexión, etc.; cuellos, nudos, focos, centros; puntos de fusión, de condensación, de ebullición, etc.; puntos de tristeza y de alegría, de enfermedad y de salud, de esperanza y de angustia, puntos

misimos inasignables pero sin embargo constatables por la metamorfosis que introducen en un determinado estado de cosas.

Así como las ecuaciones diferenciales, en tanto herramienta estrictamente matemática, sirven de mecanismo de cálculo de las singularidades que determinan un campo vectorial, hay un “cálculo diferencial” para cada campo problemático manifestándose en la realidad efectiva (y a la inversa, toda manifestación real-efectiva es la expresión de un problema virtual). La extensión deleuziana de la dialéctica generaliza para todo dominio científico o discursivo (y en el límite, para todo aquello que pueda caer como objeto de la representación), el proceso de lo indeterminado-determinable-determinación, la estructura de la Idea. Esta extensión debe asignar a cada dominio sus propios elementos diferenciales, sus propias relaciones diferenciales o ligazones dialécticas, sus propias singularidades. Esto no implica una matematización del ser, una reducción de los fenómenos y las ciencias al análisis matemático; implica, por el contrario, la captación de elementos *irreductibles* en cada dominio específico cuyo comportamiento permite descubrir la *doble naturaleza*: los problemas trascendentales en las soluciones de la experiencia.

En ese sentido, se hace preciso hablar, no ya de *la* Idea, sino de *las* Ideas. La modulación de la teoría de las Ideas mediante las herramientas matemáticas del cálculo y la dialéctica metamatemática de Lautman conduce a afirmar la necesaria coexistencia de distintos órdenes ideales o dialécticos, diferentes órdenes problemáticos.

Los problemas son siempre dialécticos, la dialéctica no tiene otro sentido, los problemas tampoco tienen otro sentido. Lo que es matemático (o físico, o biológico, o psíquico, o sociológico) son las soluciones. Pero es cierto, por un lado, que la naturaleza de las soluciones envía a órdenes dialécticos diferentes de problemas en la dialéctica misma; y por otro lado, que los

sensibles” (LS, p. 67 [12]). En este mismo sentido va la extensa cita de Charles Péguy presente en DR, pp. 244-245 [286-287].

problemas, en virtud de su inmanencia no menos esencial que la trascendencia, se expresan ellos mismos técnicamente en el dominio de soluciones que ellos engendran en función de su orden dialéctico. Como la recta y el círculo son duplicados por la regla y el compás, cada problema dialéctico es duplicado por un campo simbólico en el que se expresa.⁴⁵

Este pasaje tiene un alcance importante con respecto a la teoría de lo virtual. Por un lado, permite entender en qué sentido la teoría de la Idea se “fragmentará” en una teoría de *las* Ideas, por la cual vemos aparecer una lista abierta de Ideas (matemática, física, biológica, lingüística, psíquica, social...). Por otro lado, permite entender con más detalle el carácter de *duplicación*, de *doble*, que lo virtual posee con respecto a lo actual.

Plantear diferentes órdenes ideales implica *dominios* resolutivos cualitativamente diferentes. Esta “fragmentación” de la Idea sólo tiene sentido desde su carácter de inmanencia, por el cual ella se especifica *expresándose* en dominios científicos diversos que la “resuelven” de diversos modos. Desde el punto de vista de la trascendencia del problema, estas diversas Ideas son *soluciones* —campos científicos o dominios discursivos. El problema es el *doble virtual* que subyace a las diferentes teorías, en tanto soluciones, o dominios técnicos de expresión de problemas dialécticos. En la exposición del segundo momento de la Idea de nuestro capítulo previo (principio de determinación recíproca), hablamos indistintamente de órdenes o *grados* de variación engendrados y enlazados por la relación diferencial. Reservamos a partir de ahora el término técnico “orden ideal” para referir a los diferentes problemas dialécticos en tanto expresados por dominios de racionalidad actuales. Esta distinción de órdenes se ajusta precisamente a las características desarrolladas por Deleuze en aquel segundo momento de la Idea: “El cálculo reconocía diferenciales de orden diferente. Pero es de una manera completamente distinta que las nociones de diferencial y de orden se adecúan primeramente a la dialéctica. [...] Hay

⁴⁵ DR, p. 232 [272-273].

diferentes órdenes de Ideas, *supuestos los unos por los otros*, siguiendo la naturaleza Ideal de las relaciones y los elementos considerados (*Idea de la Idea*, etc.).⁴⁶ Los diferentes dominios científicos son, como los diferentes grados de variabilidad enlazados por una relación diferencial, “supuestos los unos por los otros”. Diferentes funciones primitivas, como vimos, pueden dar pie a diferentes *diferenciaciones*, diferentes cadenas de derivación.

Los problemas dialécticos, decía un pasaje anterior, son *duplicados* por campos simbólicos que los expresan, análogamente a como la regla y el compás *duplican* la recta y el círculo, respectivamente: *no existen* la recta o el círculo perfectos en el campo perceptivo de ningún sujeto empírico. (Tampoco *existe*, para el caso, el punto, o los espacios de Riemann.) Ellos pueden ser considerados como elementos abstractos, simbólicos, regulativos, mediante los cuales se construye una determinada figura. Pero ellos son conceptos actuales, propios de un cierto dominio de racionalidad, y gozan de una realidad que es deudora de otra instancia con respecto a la cual puede pensarse que su abstracción no es aún lo *suficientemente abstracta*. Kant, que vio ese problema, quiso hacer de la intuición pura la instancia independiente e irreductible a partir de la cual esos objetos geométricos abstractos adquieren su realidad y su sentido unívoco; sin embargo, desde su perspectiva aún “demasiado empírica”, la forma de la intuición espacial y la heterogeneidad entre intuición y concepto permanecen, respectivamente, en el punto de vista del extrinseguismo y de la generalidad abstracta. Deleuze hace de las Ideas dialécticas estas instancias desde las cuales se anuda la máxima abstracción con la máxima concretización: la Idea. Ese nudo se realiza en una duplicación: el objeto virtual como *doble* del objeto actual. El círculo es el doble virtual del compás, la recta de la regla, siendo regla y compás los medios técnicos por los cuales la recta y el círculo pueden expresarse (la línea recta o el círculo son *ideales* en tanto no podemos producirlos en la infinitud de sus puntos constitutivos; la regla y el compás

⁴⁶ DR, p. 234 [275]; cursivas nuestras.

funcionan como *dobles* de esas ideas en tanto *medios de expresión*). No se trata de afirmar la *inexistencia* de la recta o el círculo perfectos, sino su ser problemático, como tareas por cumplir y cuyo cumplimiento determina las características de sus medios de expresión.

La cuestión del doble es entonces fundamental para pensar lo virtual, tanto en la práctica filosófica como en la geométrica. Ya desde el prefacio a *Diferencia y repetición*, Deleuze describe en términos de “doble” el aspecto que los fragmentos de historia de la filosofía cobran al ser citados en el desarrollo de un texto actual, en los cuales “la repetición más estricta tiene como correlato el máximo de diferencia”⁴⁷ (de ahí el sentido de la imagen de un Hegel barbudo y un Marx lampiño, en eco con la Gioconda bigotuda de Duchamp). La cuestión del doble tiene aquí una relación fundamental con la *temporalidad*. El texto histórico duplicándose en el texto actual y, en virtud esta duplicación, difiriendo de sí y haciendo diferir al propio texto actual, es la *expresión filosófica* del movimiento que vincula las dos primeras síntesis del tiempo —desarrolladas en el Capítulo II de *Diferencia y repetición*. Allí, las series de repeticiones actuales que constituyen el fluir del presente viviente (las campanadas del reloj de Bergson, las conjunciones constantes de elementos de Hume) poseen un doble en el pasado puro, pasado que nunca fue presente pero que coexiste con el presente y lo hace *pasar*: “Un presente nunca pasaría si no fuera pasado «al mismo tiempo» que presente; un pasado nunca se constituiría si no se hubiera constituido primero «al mismo tiempo» que él fue presente”.⁴⁸ Cada presente *actualmente* vivido es entonces necesariamente una estructura compleja, especular con respecto a sí, reflejado en sí mismo; pero su reflejo, su *doble*, no está a su mismo nivel, sino que reenvía a otra dimensión, o mejor, a un nuevo sistema de dimensiones. La cita, la referencia a un texto histórico en el texto actual, motiva una

⁴⁷ DR, p. 4 [19].

⁴⁸ DR, p. 111 [135]. Volveremos sobre la cuestión del tiempo unas secciones más abajo, a propósito de la noción de *emboîtement* y su relación con la de *dominio de racionalidad*.

interferencia creativa que replica *entre* ambos, y *en* el actual mismo, al tensar la diferencia entre ellos. Este mismo movimiento es trazado por Deleuze cuando, al describir las síntesis del inconsciente, vincula a Lacan con Bergson mediante la serie de objetos virtuales en el proceso por el cual se constituyen las síntesis activas conscientes. Los objetos virtuales (la imagen de la madre que se hace el niño, por ejemplo) funcionan como *focos* ideales, reguladores inconscientes del desarrollo psico-físico, y pertenecen al pasado puro como contemporáneo paradójico del presente.⁴⁹

Del mismo modo, según el análisis lautmaniano de la singularidad, ella era un punto del dominio actual, tal como los restantes, *al mismo tiempo que* daba testimonio de otro plano, el del problema metamatemático o virtual, expresado en ese dominio. En virtud de la extensión deleuziana de la dialéctica problemática, debemos decir que esto se da también en toda manifestación actual, en nuestra percepción, nuestra psiquis, nuestra historia.

En este sentido, es exacto representar una doble serie de acontecimientos que se desarrollan en dos planos, haciéndose eco sin semejanza, unos reales al nivel de las soluciones engendradas, otros ideales [*idéels*] o ideales [*idéaux*] en las condiciones del problema, como actos o más bien sueños de dioses que *doblarían* nuestra historia. La serie ideal goza de una doble propiedad de inmanencia y trascendencia con respecto a lo real. Hemos visto, en efecto, cómo la existencia y la repartición de puntos singulares pertenecía completamente a la Idea, aunque su especificación fuera inmanente a las curvas-solución en su vecindad.⁵⁰

⁴⁹ Cf. DR, pp. 134-135 [158-159].

⁵⁰ DR, p. 244 [286]. Las cursivas en “doblarían” son nuestras. Según los traductores de la obra al español, el juego de palabras entre *idéels* e *idéaux*, que se pierde en castellano, hace referencia, respectivamente, al sentido “ideal” tradicional filosófico e “ideal” en el sentido de “óptimo”, “excelente”. El uso del término “real” debería reemplazarse, para ser estrictos, por “actual”, distinción técnica que Deleuze introduce algo más avanzado el Capítulo IV (cf. DR, p. 269 [314]).

Esta cita es elocuente para mostrar cómo, según Deleuze, la Idea constituye un plano que habita y a la vez excede toda manifestación empírico-representativa, motorizando evoluciones, rupturas y transformaciones diversas en ella. La dialéctica es la instancia en la cual la representación se desborda a sí misma abriéndose a un afuera trascendental, a la vez disolutivo y genético de nuevas representaciones o nuevos dominios de representación.

Ahora bien, a pesar de que el aspecto de inmanencia de los problemas define la especificación de las singularidades (mediante el trazado de curvas integrales que forman un espacio actual *entre* sus vecindades), las singularidades subsisten de manera propiamente virtual, de acuerdo al aspecto de trascendencia de la Idea. El hecho de que exista un aspecto de trascendencia de los problemas respecto a las soluciones exige un cierto grado de autonomía en el funcionamiento de lo problemático. El problema orienta, dirige y organiza las soluciones, la curva *especifica* la singularidad, pero la singularidad *dirige* u *organiza* el trazado de la curva (y en este sentido, incide en su propia especificación). ¿De qué manera se da esta incidencia? ¿Cómo el pasado puro (virtual) *hace pasar* al presente actual? En su desarrollo de la dialéctica, Deleuze aborda esta cuestión mediante nuevos conceptos, fruto de nuevas interferencias matemáticas: la teoría de las ecuaciones algebraicas por Abel, y de las nociones de *adjunción* y *determinación progresiva* extraídas de la teoría de grupos de Galois. Esta última añadirá una nueva figura de la determinación al régimen de principios ontológicos a través de los cuales Deleuze redefine la razón suficiente. En las secciones siguientes desarrollamos estos elementos, que completan la teoría de la dialéctica problemática, precisando el modo de existencia de lo virtual como *doble* en relación con la temporalidad.

II.III.- **Círculo vicioso y revolución crítica en la teoría de los problemas**

II.III.1- *Ilusiones dogmáticas: la confusión empírico-trascendental*

El problema, como “costado virtual” de un dominio científico, objeto o situación actuales, goza de una existencia paradójica: *doble* de lo actual, estrictamente contemporáneo y pasado puro de él, máximo de repetición que entraña un máximo de diferencia. El riesgo de llamarlo “problema” —y “solución” a su contracara actual— es considerarlo como una mera interrogación con su correlativa respuesta “ya hecha”, esperando ser *descubierta*. Al considerar el problema como una proposición interrogativa que decanta en una proposición afirmativa (o negativa), ponemos ambas instancias como pertenecientes a un mismo plano de existencia, un mismo régimen de enunciación, afectadas por diferentes coeficientes enunciativos: interrogación y afirmación (o negación). En tanto abordamos el análisis de un problema desde los dispositivos simbólicos y los medios expresivos teórico/técnicos ya disponibles, caemos en un círculo vicioso que bloquea el acceso a un auténtico pensamiento de lo virtual. Deleuze describe este círculo siguiente modo: “un problema no es resoluble sino en la medida en que es «verdadero», pero tenemos tendencia a definir la verdad de un problema por su resolubilidad”.⁵¹ A causa de esta tendencia, la potencia virtual *interna* del problema es sofocada por el criterio *externo* de las soluciones actuales: al definir la verdad por la resolubilidad, traficamos implícitamente la forma particular de una verdad ya establecida y la proyectamos sobre el problema, que se convierte entonces en un falso problema, incapaz de *generar* nuevas verdades. La apuesta deleuziana es dar a la forma del problema un carácter tal que exceda y funde la *forma* de la verdad de las soluciones.

El círculo vicioso es descripto con más detalle en el Capítulo III de *Diferencia y repetición*, a partir de la distinción de dos tipos de *ilusión*: la natural y la filosófica. Según la ilusión natural, los problemas

⁵¹ DR, p. 233 [273].

son directamente *calcados* de las proposiciones que les sirven de solución. Por ejemplo, si pregunto “¿es el hombre un animal racional?”, o “¿existe Dios?”, esto no plantea propiamente un problema, sino que transforma en interrogación una proposición cuyas significaciones y designaciones se pretenden como dadas de antemano con un sentido unívoco. La respuesta a esas preguntas apela a una forma de correspondencia entre palabras y estados de cosas preexistentes, que permitirían determinar inequívocamente la verdad o falsedad de la proposición. De este modo, el mundo de la representación se cierra sobre sí mismo, encubriendo la instancia problemática y extra-proposicional que subyace a la génesis de los significados de las proposiciones y de los estados de cosas designados por ellas, articulando su correspondencia recíproca en la experiencia.

La ilusión filosófica es más compleja, pues pretende poner a las proposiciones en contacto con problemas, elevando las categorías de verdad y falsedad al análisis de los problemas mismos, y no ya de las proposiciones. El filósofo se pregunta ahora por las *condiciones de posibilidad* de afirmar con verdad que “Dios existe”, o que “el hombre es animal racional”: se dirige así a las condiciones *formales* de las proposiciones, para evaluar la naturaleza de los problemas (verdadero o falso) de acuerdo con ellas, e intenta desarrollar un medio para discriminar los problemas según su posibilidad de recibir una solución, explicitando reglas bajo las cuales una solución es posible y válida *a priori*. El falso problema sería aquél que no es resoluble apelando a estas condiciones. Pero en la medida en que ellas remitan a la forma de las soluciones, el problema continúa siendo subordinado a condiciones externas, y lo trascendental se concibe aún a imagen y semejanza de lo empírico.

Ambos tipos de ilusión convierten al problema en una instancia subsidiaria de las soluciones actuales (ya en su particularidad empírica, ya en su generalidad abstracta), en lugar de pensar lo problemático como un ámbito con una lógica propia, independiente de derecho

del contenido y la forma de sus soluciones, y tal que su propia estructura interna determine las condiciones bajo las cuales esas soluciones son posibles.

La ilusión filosófica anima el círculo vicioso por el cual el sabio, devenido agente reproductor de la imagen dogmática del pensamiento, pretende elevarse al análisis de los problemas, pero reenvía su verdad a la forma de las soluciones. Deleuze denuncia este vicio en Aristóteles, Descartes, Kant,⁵² por mencionar a algunos. Pero no deja de recordar que ambas ilusiones acechan en otros dominios, como la historia de la matemática:

Más precisamente, desde un punto de vista geométrico y sintético, los problemas son inferidos de proposiciones de un tipo particular que llamamos teoremas. Es una tendencia de la geometría griega, por un lado, limitar los problemas en beneficio de los teoremas, por otro lado, subordinar los problemas a los teoremas mismos. [...] Desde un punto de vista algebraico y analítico, lo esencial de la situación no cambia. Los problemas son ahora calcados sobre ecuaciones algebraicas, y evaluados según la posibilidad de efectuar sobre los coeficientes de la ecuación un conjunto de operaciones que provea las raíces. Pero, al igual que en geometría imaginamos el problema resuelto, en álgebra operamos sobre cantidades desconocidas como si fueran conocidas: así se prosigue el trabajo que consiste en reducir los problemas a la forma de las proposiciones capaces de servirles de caso de solución.⁵³

⁵² Respecto a la concepción kantiana, Deleuze escribe: “Kant define aún la verdad de un problema por su posibilidad de recibir una solución: se trata esta vez de una forma de posibilidad trascendental, conformemente a un uso legítimo de las facultades tal como es determinado en cada caso por tal o cual organización del sentido común (con la cual el problema corresponde). — Encontramos siempre los dos aspectos de la ilusión” (DR, p. 209 [246-7]). Se trata del *extrinseguismo* o *empirismo* de Kant. Veremos cómo Fichte (en la lectura de Vuillemin) realiza el mismo movimiento. De la mano del método abeliano, Deleuze intentará eliminar este vicio del método trascendental.

⁵³ DR, p. 208 [245]; cf. también DR, pp. 209-210 [247].

Tanto la geometría como el álgebra han perpetuado en sus métodos la confusión entre la instancia virtual-problemática y la instancia actual-resolutiva: confunden, de este modo, lo empírico con lo trascendental. Lo que la filosofía deleuziana busca es una aproximación inmanente por la cual los problemas generen las condiciones de su resolución; pero en la medida en que consideramos a los problemas exclusivamente a partir de sus soluciones, nos mantenemos en un criterio meramente empírico, extrínseco o general-abstracto. En el caso del álgebra, las proposiciones en cuestión son las ecuaciones, como enunciación matemática particular que pone una equivalencia (=) entre dos miembros. Como veremos en lo que sigue, el planteo de los problemas algebraicos se cifró largamente en la consideración exclusiva de este tipo de proposiciones particulares, y en sus modos de conexión con otras proposiciones formalmente semejantes, sin llegar a vislumbrar las condiciones extra-proposicionales que generaban la posibilidad de esos modos de conexión. Esa instancia extra-proposicional, auténtico ámbito trascendental del pensamiento, es ciertamente difícil de aprehender: ella sólo puede vislumbrarse a partir de los términos actuales que la expresan (soluciones), pero estos términos proyectan sobre ella sus propiedades, transformando a lo productor en una imagen distorsionada de lo producido: círculo vicioso. Para abordar esta cuestión, Deleuze recurre a nuevas interferencias matemáticas: “si un círculo tal ha sido roto, ello se debe principalmente al matemático Abel; es él quien elabora un método siguiendo el cual la resolubilidad debe desprenderse de la forma del problema [...]. Hay ahí una inversión radical de la relación solución-problema, una revolución más considerable que la copernicana”.⁵⁴ ¿En qué consiste esta inversión y esta revolución, y cómo se vincula con la autonomía relativa de lo virtual respecto a lo actual?

⁵⁴ DR, p. 233 [273-274].

II.III.2.- Círculo vicioso en el álgebra

Para comprender la novedad del planteo de Niels Henrik Abel (1802-1829), es preciso reconstruir el contexto de las cuestiones que aborda. Veremos brevemente en qué consiste el problema de las ecuaciones quinticas —o, más precisamente, de la forma de resolución general de polinomios de quinto grado o superior— que da lugar a su perspectiva innovadora. Comencemos aclarando los términos. Un polinomio general de grado n es una función de la forma:

$$P(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + dx + e$$

Es decir, una suma finita de términos que contienen una misma variable (x) elevada a diferentes potencias, donde a, b, c, d , son los *coeficientes*, es decir, cantidades constantes expresables algebraicamente (por medio de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones), e es un término independiente (no ligado a la variable x), y n es un número entero que indica el *grado* de la ecuación (la máxima potencia a la que está elevada la variable x). Obviamente, una infinidad de funciones individuales con estas características son concebibles, pues n puede tomar cualquier valor entero, y los coeficientes, cualquier valor real.

Un problema asociado a estas funciones es el del cálculo de sus *raíces*, es decir, aquellos valores de x para los cuales la expresión toma el valor cero. De acuerdo con el teorema fundamental del álgebra, un polinomio de grado n posee n raíces. Es decir que para la ecuación general indicada arriba debe existir un conjunto A que contenga sus n raíces:

$$A = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n\}$$

$x_1, x_2, x_3, \dots$ son diferentes valores que, asignados a x , vuelven 0 a la función. Uno de los problemas principales de la historia álgebra fue la determinación de fórmulas de *resolución general*, correspondientes a ecuaciones de distintos grados, construidas exclusivamente a partir de

sus coeficientes; esto es, una fórmula tal que, usando los coeficientes de un polinomio de un grado determinado n , provea las n raíces del mismo. Dicha fórmula lleva el nombre de “resolvente general”; ella se conoce, presumiblemente desde la antigua Babilonia, para la ecuación general de grado dos:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

cuya resolvente general es:

$$x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Cualesquiera sean los coeficientes a , b y c , podemos reemplazarlos en esta fórmula general para obtener los dos valores de x en los que la ecuación cuadrática propuesta valga 0. El interés en hallar fórmulas generales para las raíces de polinomios de grados superiores a 2 se enciende en el renacimiento, especialmente luego de que el matemático italiano Scipione dal Ferro encontrara en el año 1500 una resolvente general para polinomios cúbicos de la forma $ax^3 + bx - c = 0$ (es decir, anulando el coeficiente del término x^2). Ferro no publica sus resultados porque en la época era común desafiar a otros matemáticos a resolver ecuaciones, y este secreto podía serle de utilidad para futuros duelos; pero los rumores acerca de la fórmula secreta no tardan en propagarse en el ambiente. El hallazgo es sospechado, buscado y retomado por otros matemáticos italianos como Tartaglia (el “tartamudo”), Cardano y su discípulo Ferrari, en una historia donde se mezclan la confianza, la traición, el celo por mantener el secreto y el avance en los descubrimientos. Cardano publica un tratado sobre la cuestión (ante la indignación de Tartaglia, que le había confiado la fórmula a condición de no publicarla). Otros matemáticos célebres como Viète, Descartes, Newton, Leibniz, Girard, Euler, Gregory, Harriot y Tschirnhaus avanzaron –durante los siglos XVI y XVII– en la búsqueda y perfeccionamiento de técnicas para las ecuaciones generales de tercer y cuarto grado.⁵⁵

⁵⁵ Para un recorrido histórico preciso y una exposición de la publicación de Cardano y un resumen

Ya durante el siglo XVIII se contaba con métodos de resolución general para los polinomios de segundo, tercer y cuarto grado. La búsqueda de la fórmula para el polinomio de quinto grado era entonces un tema recurrente. El problema era que las fórmulas resolventes (y sus demostraciones correspondientes) se volvían más y más engorrosas cuanto más aumentaba el grado de la ecuación propuesta, y los intentos de dar con la fórmula general para la ecuación de grado 5 (o superiores) parecían condenados al fracaso.

Lagrange fue uno de los matemáticos que contribuyó a encauzar la cuestión. Su intervención nos interesa especialmente porque la lectura comparativa que Vuillemin hace entre su planteo y el de Abel es fundamental para entender la revolución que, según Deleuze, este último realiza en la teoría de los problemas. En efecto, Vuillemin dedica largas páginas a desarrollar y contrastar los métodos de los algebristas pre-lagrangianos, de Lagrange y de Abel, páginas decisivas para comprender la crítica de Deleuze a las ilusiones dogmáticas vistas en la sección precedente, que afectaban al álgebra y a la filosofía por igual. En términos de las “ilusiones” desarrolladas en la sección anterior, los algebristas pre-lagrangianos operaban buscando fórmulas que satisficieran la ecuación general (“¿es *esta* la fórmula resolvente general de la ecuación de grado cinco?”, “¿o esta otra?”, se preguntaban, condicionados por la ilusión natural); Lagrange, por su parte, analizará el problema en términos de sus condiciones formales (presa de la ilusión filosófica, preguntará: “¿bajo qué condiciones *esta* fórmula funciona como resolvente general?”). En ambos casos los planteos se sostienen sobre la consideración de ecuaciones particulares, incapaces de elevarse a un planteo general del problema (cosa que hará Abel, demostrando definitivamente la imposibilidad de una resolución general para ecuaciones de quinto grado o superior). Sin embargo, el método de Lagrange cuenta por sí mismo con un interés matemático y filosófico que prefigura la vía abeliana: este célebre matemático francés anuncia, según Vuillemin, el “*método*

de los esfuerzos de los modernos en esta área, cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático...*, op. cit., pp. 351-361, y pp. 790-800.

crítico en el Álgebra”,⁵⁶ aunque será Abel quien llevará la razón algebraica a su auténtica y definitiva revolución crítica.

Lagrange aborda el problema, en un artículo de 1771,⁵⁷ mediante un análisis a la vez histórico (que consiste en un balance los trabajos ya realizados en la materia) y metodológico (que consiste en su propia propuesta de abordaje, inversa pero complementaria a la de los algebristas previos). Así, pasa –sigo la terminología de Vuillemin– de un abordaje *a posteriori* (histórico o “apagógico”) a uno *a priori* (directo), analizando mediante esta división el caso de la ecuación de tercer grado, de cuarto grado, y de grado superior a cuatro.

El método *a posteriori* (a través del cual Lagrange generaliza los procedimientos de sus predecesores) se basa en la búsqueda de una ecuación auxiliar o *reducida*, asociada a la ecuación propuesta (es decir, la ecuación de partida). La reducida es una ecuación adicional construida deliberadamente para simplificar la expresión de la propuesta mediante una (o una serie de) transformación(es) que permitan eliminar alguno de sus términos; esto se realiza sustituyendo la incógnita x por una ecuación auxiliar cuyos resultados se suponen en relación racional con los de la propuesta, basándose en sus coeficientes. Obtenida la reducida, se operan sobre ella nuevas transformaciones para llegar a expresiones de un grado inferior (Vuillemin habla de “reducida rebajada” o “disminuida”), hasta poder obtener algunas de sus raíces mediante una fórmula general ya conocida. Se forman a continuación las expresiones del binomio asociado a la ecuación reducida disminuida, lo que permite operar con raíces cúbicas de la expresión para dar con la ecuación *resolvente* (la solución del problema), que expresa las soluciones de la

⁵⁶ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 73.

⁵⁷ Se trata de “Réflexions sur la résolution algébrique des équations”, analizado en Vuillemin (*ibid.*, pp. 73 y ss.). No entraremos en el detalle de estos procedimientos, lo que excede por mucho el marco de este trabajo, sino que tomamos lo esencial de su movimiento conceptual tal como Vuillemin lo reconstruye.

reducida en función de las de la propuesta. Este es el procedimiento de los algebristas “pre-críticos”: se trata de un método que evoluciona por ‘tanteo’, partiendo de la ecuación dada y avanzando mediante la prueba de ecuaciones auxiliares construidas para sustituir la incógnita, yendo de la propuesta a la resolvente por medio de la reducida.

Por otra parte, el método *a priori* o directo propuesto por Lagrange —que anuncia el “período crítico”— traza un camino *inverso* (de la resolvente a la reducida, en vez de ir de la reducida a la resolvente), y se dirige a la cuestión de las *condiciones de posibilidad* de la resolución mediante la ecuación reducida. La reducida deja entonces de considerarse un mero momento auxiliar o accesorio en la búsqueda de la resolvente, y pasa a analizársela por sí misma en virtud de ciertas propiedades que la comparación con la resolvente revela en ella. Lagrange busca entonces *comenzar* por la resolvente (presenta un método de construcción general de lo que luego fue llamado *resolvente de Lagrange*), y mediante un análisis de sus relaciones con la reducida muestra las propiedades que convierten a esta última en un momento *necesario* del proceso de resolución. Este último punto supone la intervención de un procedimiento de *permutaciones* en el grupo de raíces de la propuesta (todavía desconocidas), que permite demostrar que el grado de la reducida depende de las permutaciones posibles de dichas raíces en el contexto de una serie de funciones algebraicas asociadas a la resolvente. Esto permite determinar los rebajamientos de grado operables sobre la reducida, y construir las expresiones auxiliares necesarias para avanzar con la resolución.

Se da así un salto respecto al álgebra anterior, pues se añade a las operaciones algebraicas ya admitidas las operaciones con estructuras de grupos.⁵⁸ Lagrange inaugura así una vía de fundamental importancia,

⁵⁸ Un grupo es una estructura algebraica compuesta por un conjunto no vacío y una operación interna que vincula un par de sus elementos para obtener un tercero que forma parte del mismo conjunto. Más adelante veremos cómo, de la mano de Galois, la noción de grupo cobrará autonomía y mayor generalidad, revelando la razón de los éxitos y los fracasos en el dominio del cálculo de raíces de ecuaciones por radicales, e inaugurando a su vez a otros dominios que

pues gracias al análisis de los grupos de permutaciones de las raíces, el procedimiento de la búsqueda por tanteo de los algebristas previos se reemplaza por un método racional o justificado, que muestra por qué (y en qué casos) aquel procedimiento funciona (es decir, en qué casos puede construirse una reducida eficiente). Lagrange concluye que la comparación con la resolvente le permite reducir ecuaciones generales de hasta cuarto grado, pero llegados al quinto esta función se vuelve inútil para dar con la reducida, porque en esos casos la resolvente es raíz de una ecuación de un grado superior a la propuesta.

La reflexión de Lagrange explora ambas perspectivas (*a posteriori* histórica y *a priori* directa) en torno a los tres casos de ecuaciones particulares estudiadas (tercer grado, cuarto grado, y superior a cuatro). Finalmente, en una cuarta (y última) sección, su artículo se desliga de la consideración de ecuaciones particulares, y se enfoca en el carácter general del método *a priori* directo: las estructuras de grupos de permutaciones de raíces, en las cuales se revelan los alcances y límites del proceso de construcción de resolventes. Allí se encuentra, según Vuillemin, un *nuevo momento a priori* —aunque en otro sentido que el anterior—, o metafísico:

[E]n las tres primeras secciones de su artículo, Lagrange construye las soluciones de la propuesta suponiendo dada la resolvente; en la cuarta sección, por el contrario, se pronuncia sobre la posibilidad misma de la construcción de la resolvente, cuando enuncia su teorema. Pero esta diferencia técnica parece ocultar una, más profunda, tocante a la Metafísica del método, de tal suerte que se podrá, por analogía, reencontrar su articulación con otros dominios, sin relación de objeto con el problema del álgebra.⁵⁹

Este *tercer* momento del método se vincula exclusivamente a las condiciones de posibilidad de construcción de la resolvente, “de la

expanden notablemente el campo del álgebra.

⁵⁹ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 100.

cual partía el primer momento *a priori* y en el cual finalizaba el momento apagógico” o *a posteriori*.⁶⁰ Estos dos momentos, entonces, permanecían atados al contenido particular de las ecuaciones, y representan lo que Deleuze tildaba de “ilusión natural”: ¿es *esta* fórmula resolvente adecuada para *este* tipo de ecuación propuesta? Por su parte, el método metafísico de Lagrange, sin dejar de implicar un avance considerable en la historia del álgebra, cae en la ilusión filosófica: se pregunta por las condiciones de posibilidad de la construcción de las resolventes en sus aspectos formales. Al estar determinado por la construcción de la resolvente, este método permanece adherido a los objetos individuales que han de servir de solución al problema (a saber, las ecuaciones). Si el método pre-lagrangiano era incapaz de elevarse sobre el *contenido* de los individuos algebraicos dados, el momento metafísico del método de Lagrange se enfoca en sus *condiciones formales*. En este punto (como indicaba el pasaje que venimos de citar) se da un salto respecto a los otros dos momentos que permite trazar analogías con “otros dominios”, más allá del problema del álgebra. Vuillemin tiene en mente el paralelismo entre los métodos del álgebra con los de la filosofía crítica: a vuelta de página, traza una analogía entre el método de Lagrange y la filosofía de Fichte.

II.III.3.- Álgebra y filosofía crítica: el paralelismo Lagrange-Fichte

En efecto, Vuillemin considera que los *problemas* algebraicos pueden cruzarse con los filosóficos, más allá de la aparente falta de relación directa. Solo a través del rodeo por la filosofía crítica se hace patente la potencia que Vuillemin (y, por extensión, Deleuze) encuentra en el método de Abel. Para la filosofía crítica, la ecuación a resolver (la *propuesta*) es el problema del origen de la validez objetiva o el sentimiento de necesidad que acompaña nuestras representaciones. Este problema no podía plantearse antes de

⁶⁰ Cf. *ibid.*, p. 102.

Kant, pues se suponía dogmáticamente a la cosa en sí como produciendo directamente esas representaciones, o bien se negaba escépticamente toda validez objetiva en ellas. Sin embargo, siguiendo a Vuillemin, la revolución copernicana de Kant sostiene acriticamente la validez de las ciencias de su época (en particular la física y la matemática), el *factum* que informa la doctrina de las facultades y la estructura de la subjetividad, de la cual dependerá la validez objetiva buscada.

Vuillemin compara entonces a Kant con los algebristas previos a Lagrange, que operaban *a posteriori*, al tanteo y sin método, con una imagen preconcebida del tipo de solución al que se debía arribar. Su pensamiento puede dar con la verdad, pero no nos permite conocer sus fuentes, “porque se mantiene completamente en este juicio hipotético: si queremos concebir la posibilidad de la experiencia, *entonces* debemos poner tales combinaciones determinadas de elementos”.⁶¹ Lagrange, en cambio, sería equiparable a Fichte,⁶² quien cambia el modo de abordar la “ecuación” del idealismo trascendental cuando *sustituye* la pregunta sobre las condiciones de posibilidad de la experiencia por la de las condiciones de posibilidad de la conciencia de sí, a partir de la cual se deduce la posibilidad de la experiencia. Esta sustitución —como el momento *a priori* del método de Lagrange— no modifica el resultado final de la crítica, pero le da un basamento más firme.

Al igual que en Lagrange, Vuillemin descubre en Fichte tres momentos. En un *primer momento* (que retoma los lineamientos principales de Kant, así como Lagrange retomaba a los algebristas previos) una reflexión derivada nos abstrae de la experiencia y nos revela la serie de nuestras representaciones como ligada esencialmente a nuestra

⁶¹ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 104.

⁶² Las obras de Fichte en las que se apoya Vuillemin para su análisis son el *Fundamento de toda la Doctrina de la Ciencia* de 1794, el *Compendio de lo propio de la Doctrina de la Ciencia en lo concerniente a la facultad teórica* de 1795, y sus dos *Introducciones* a la Doctrina de la Ciencia, de 1797. Seguimos exclusivamente la interpretación de Vuillemin, dejando de lado la riqueza y complejidad del sistema fichteano.

conciencia. Allí, Fichte plantea su sustitución o su “ecuación reducida”, cuando pregunta por el modo en que el Yo se pone como determinado por el no-Yo (en vez de preguntar por la posibilidad de la experiencia). Este paso recuerda la posición de la reducida como momento simplificador y auxiliar, y la deducción que Fichte emprende desde ahí lo llevará, según Vuillemin, a un análogo de la resolvente de Lagrange. Se llega a esta al mostrar que la posibilidad de la experiencia depende de la *experiencia de la actividad* por la cual el Yo *se pone* como determinado por el no-Yo. Si bien “materialmente” la reducida y la resolvente son semejantes (ambas remiten al juego entre el Yo y el no-Yo), ellas no lo son desde el punto de vista de la vivencia que despiertan en el filósofo que reflexiona: la resolvente transforma en experiencia vivida las representaciones previamente abstraídas, y las enlaza mediante la síntesis viviente de la imaginación productiva, donde el juego entre Yo y no-Yo genera la posibilidad de la consciencia de sí. Esto da lugar a una segunda serie o *segundo momento* del método: el de la reflexión originaria, que va en el sentido opuesto al de la primera. Aquí se parte de la resolvente (la síntesis viviente de la imaginación productiva) para mostrar la necesidad de la reducida (la oposición entre Yo y no-Yo).

En ambos casos, la deducción de la representación es la finalidad que guía el procedimiento. Pero la segunda serie da lugar, finalmente, a una nueva reflexión, o *tercer momento* del método: el punto de vista filosófico superior, por el cual se despierta a la conciencia vulgar de la pasividad, haciéndola reconocerse partícipe de la totalidad sintética de las actividades ocultas del Yo. Esto se da cuando el Yo reencuentra su *decisión práctica* como único medio para salir de las antinomias a las que lo conduce la razón teórica en la deducción de la representación; así, el punto de vista superior “reencuentra bajo forma de experiencia aquello que, antes de emprender la deducción de la conciencia real, ella se había asignado como principios abstractos de una conciencia meramente posible”.⁶³ Esta tercera serie es llamada “estructural”, y posee su análogo en la estructura

⁶³ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 110.

de grupo de permutaciones (tercer momento de Lagrange), puesto que, así como esta se elevaba a condición de posibilidad real de los dos momentos anteriores, aquí la pura actividad de auto-posición del Yo es la condición real de la representación, que supone la posición de Yo y no-Yo como instancias recíprocamente determinadas, o divisibles, en la finitud efectiva de la experiencia.

Vuillemin llama "método genético" al procedimiento de los algebristas pre-lagrangianos y al de la filosofía kantiana, que buscan *generar* lo universal a partir de lo singular (sus intentos de dar una resolución general a sus problemas respectivos permanecen estrechamente condicionados por la imagen predeterminada de la peculiaridad de la solución). Este es el vicio del método genético, que recuerda a las "ilusiones" deleuzianas.

En los dos sistemas, las dos primeras series ilustran un método que puede llamarse genético. La primera serie va de la propuesta a la resolvente mediante las soluciones; la segunda desciende de la resolvente a las soluciones que ella permite construir. En ambos casos, el método está *ligado* a su objeto: aquí la teoría de las ecuaciones, allí la teoría de la posibilidad de la representación. La tercera serie se libera al contrario de estos puntos de partida contingentes; ella es general y abstracta. [...] Puede verse entonces legítimamente a estas terceras series como ilustraciones del método estructural.⁶⁴

El método estructural, o general, es la superación del vicio del método genético, que extrapolaba los elementos de partida a las condiciones generales que debían servirles de fundamento. Tanto en Lagrange como en Fichte, el tercer momento vislumbra la posibilidad de ese momento superador, capaz de revelar la *estructura subyacente* a los métodos previos de resolución de los problemas planteados. Ahora bien, si pueden considerarse estos puntos de vista como superadores, Vuillemin también señala que ambos arrastran, de un modo u otro, el resabio de elementos

⁶⁴ *Ibíd.*, pp. 113-114.

empíricos que mantienen sus métodos anclados en los *datos* que les sirven de punto de partida. En este sentido, ambos dan un paso para liberarse del método genético, pero vuelven a caer en él. Lagrange, por permanecer atado a la consideración de las ecuaciones individuales, lo cual le impide darle a la teoría de grupos su verdadera autonomía. Fichte, por recurrir a un "choque" sensible que el Yo descubre como ocasión ininteligible de la que se desprenden sus síntesis efectivas, lo cual le impide pensar la intuición intelectual como *realmente* incondicionada.⁶⁵

Todo esto remite, en términos deleuzianos, a la replicación de la ilusión natural en la ilusión filosófica: la natural afecta a los algebristas pre-lagrangianos que, como vimos, se lanzaban directamente la búsqueda de la resolvente ante una ecuación dada; la filosófica afecta a Lagrange, que elabora un método para la construcción de la resolvente basado en la estructura del grupo de la ecuación, pero permanece adherido a su *forma*, lo que le impide ver en el grupo la apertura a un dominio superador a la consideración de las ecuaciones particulares.⁶⁶ Por su parte, la ilusión natural afecta a la filosofía dogmática pre-crítica que consideraba a la representación como bien fundada en su inmediata relación con el objeto; la filosófica afecta a Kant (cuando supone la forma de la experiencia posible como un *factum* con el cual *deben* concordar los resultados formales de la tarea crítica) e incluso a Fichte (según Vuillemin, al suponer un choque ininteligible como *factum* más allá de toda posibilidad de deducción). Así, tanto Lagrange como Kant y Fichte caen en el círculo vicioso. El universal al que llegan conserva el recuerdo de su origen contingente: "todo método genético es un *empirismo larvado*".⁶⁷ La auténtica revolución crítica en el álgebra, que consiste en el despliegue completo del método estructural o general, estará dada por el trabajo de Abel en ecuaciones cuánticas.

⁶⁵ Cf. *Ibid.*, pp. 117-118.

⁶⁶ De acuerdo con Vuillemin, este mismo problema alcanza a las intervenciones de Lagrange en teoría de funciones y en mecánica analítica; el método estructural será definitivamente realizado por Abel y Galois, Cantor y Grassmann (cf. *ibid.*, p. 117).

⁶⁷ *Ibid.*, p. 118.

II.III.4.- La revolución crítica en álgebra: el método de Abel

Abel, en su demostración de imposibilidad de resolución general de la ecuación de quinto grado o superior, presenta un método que rompe con el lagrangiano. En esta ruptura, Vuillemin ve un interés filosófico, dado el carácter “general e indirecto”⁶⁸ del método que conduce a esa demostración. Este método es bautizado como “general” por Vuillemin, y consiste básicamente en analizar el problema planteándolo en su mayor generalidad. De acuerdo con Vuillemin, el método en sí mismo no supone un avance radical desde el punto de vista de la técnica algebraica (cosa que sí introduce Galois), pero sin embargo la exposición del método reviste un interés filosófico fundamental. En su desarrollo, Abel presenta una perspectiva que rompe con el vicio que Vuillemin detectaba todavía en Lagrange: su carácter genético, que por permanecer en la consideración de las ecuaciones particulares a las cuales debía adaptarse, no llegaba a vislumbrar el problema desde su planteo más general o estructural. La ruptura de Abel pasa precisamente por el carácter general e indirecto del planteo que conduce a su demostración. Este método general, que supera al genético —invirtiendo así el matiz axiológico que Deleuze otorga a estos términos—⁶⁹ consiste en analizar el problema planteándolo en su mayor generalidad formal. Abel indica que los métodos de sus predecesores eran incapaces de conducir a buen puerto, excepto en el caso en que las ecuaciones abordadas fueran de hecho resolubles —cosa que ellos daban acríticamente por descontada. El propio carácter de *resolubilidad* de la ecuación propuesta no era en sí mismo una cuestión que se considerara digna de evaluación, sino que se procedía inmediatamente a intentar resolverla.

⁶⁸ *Ibíd.*, p. 207.

⁶⁹ En efecto, Deleuze escribe contra las generalidades abstractas del mundo de la representación, y en favor del carácter genético de la filosofía de la diferencia. Aquí, el carácter general del método de Abel se corresponde con lo que Deleuze considerará su estructuralismo, única vía para alcanzar un *auténtico* carácter genético desde el aspecto virtual del problema. En cambio, lo que Vuillemin llama método genético se asocia justamente a la generación de generalidades vacías de la representación, o su abstracción a partir de caracteres individuales empíricos para formar un falso universal.

En efecto, se proponía resolver las ecuaciones sin saber si esto era posible. En este caso, se podía llegar a la resolución, aunque esto no era del todo certero; pero si por desgracia la resolución era imposible, se hubiera podido buscarla una eternidad, sin encontrarla. Para llegar infaliblemente a algo en esta materia, hay que dar al problema una forma tal que sea siempre posible de resolverlo, cosa que siempre es posible para cualquier problema. En lugar de preguntar por una relación que no se sabe si existe o no, hay que preguntar si una relación tal es en efecto posible.⁷⁰

Así comienza Abel el tratado donde presenta su demostración de imposibilidad: denunciando la falta de análisis sobre las *condiciones* del problema a abordar de la que pecaron sus antecesores. Dada la ecuación propuesta, ellos suponían de antemano que era resoluble y procedían a elaborar métodos para resolverla, pero ni la cuestión de si la ecuación propuesta era efectivamente resoluble, *ni la naturaleza misma de esa resolubilidad* eran puestas en cuestión. En efecto, el método seguido por Lagrange y los algebristas previos sólo podía conducir a conclusiones certeras en el caso de que la ecuación propuesta fuera resoluble por radicales; ellos suponían que la *relación* buscada entre raíces y coeficientes de la ecuación existía necesariamente, y que era expresable mediante las herramientas algebraicas ya disponibles. Abel da un paso atrás, mostrando la necesidad de explicitar en qué consiste dicha relación y en qué casos ella es posible.

Por eso, la exposición de Abel consiste en definir la forma más general de una ecuación algebraica, pero indicando luego que esta forma debe subordinarse a la *forma del problema*: para eso, hay que definir las condiciones que debe satisfacer una ecuación algebraicamente resoluble. Abel nota que deben existir relaciones entre las raíces de la ecuación tales que cada una debe poder ser expresada por funciones

⁷⁰ Abel, Niels Henrik, "Sur la résolution algébrique des équations", en *Œuvres Complètes de N. H. Abel*, T. II, Christiania, Grundähl, 1839, p. 185 (Deleuze menciona en nota a pie de página este artículo de Abel).

racionales de las raíces restantes. A continuación, apela al método de las sustituciones (al que se dirigían precipitadamente los algebristas pre-críticos), y da un criterio general sobre el número de valores diferentes que puede tomar una función de grado n , que no puede reducirse más allá del primer número primo que sobrepase a n , exceptuando 1 y 2 (estableciendo así las condiciones en las que una ecuación reducida es posible o no). Demuestra a partir de ahí la imposibilidad de la resolvente general de la ecuación de quinto grado. Durante todos los pasos del desarrollo, Abel procura plantear el problema de la forma más general posible, sin concentrarse en ejemplos o casos de ecuaciones particulares, sino en las relaciones estructurales implícita o inconscientemente supuestas en los abordajes previos.

En resumen, se analiza en su forma más general una relación o un conjunto de relaciones; se analiza en su forma más general la clase de seres a los cuales es posible atribuir esta relación; se analizan, en fin, las compatibilidades e incompatibilidades entre estos seres y estas relaciones. Como señalamos, más allá del análisis técnico, interesa la renovación filosófica que Vuillemin desprende de la exposición de este método general, en oposición al método genético. En la teoría de las ecuaciones, el problema del polinomio de quinto grado permanecía irresuelto pues los procedimientos utilizados en los grados inferiores ocultaban la razón de fondo que aseguraba el éxito en la resolución —a saber, el hecho de que cada raíz de una ecuación algebraicamente resoluble se compone de funciones algebraicas expresables a su vez por funciones racionales de las raíces restantes. Dado que esos procedimientos funcionaban a la perfección con aquellos “individuos algebraicos” (las ecuaciones de segundo, tercer y cuarto grado), se abordaban también las quinticas bajo la misma lente. Pero estas últimas se resistían sistemáticamente a un tratamiento adecuado mediante esos procedimientos, en tanto suponían la apertura a un dominio que no sólo excedía el poder expresivo de los mismos, sino que además mostraba cuándo, cómo y porqué ellos eran exitosos. Era necesario replantear el problema

en toda su generalidad formal o estructural para que este aspecto, previamente oculto, se develara como lo esencial del asunto.

Por este carácter *general* del método, la pureza formal de la expresión deja de ser un mero accidente (una cuestión de prolijidad o elegancia) y deviene esencial a la demostración —esta es la marca dejada por Abel en la historia de la matemática, que conduce al *estructuralismo* matemático; de hecho, David Hilbert, fundador del formalismo (e inspirador del estructuralismo axiomático de Lautman), dio la mayor importancia al trabajo de Abel.⁷¹ La generalidad del método de Abel no consiste en una abstracción por generalización de casos particulares, sino en una *formalización de las relaciones comunes a un cierto tipo general de individuos, en tanto definidos por esas relaciones de modo tal que aquellas toman una autonomía relativa con respecto a estos*. Vuillemin ve aquí el surgimiento, en álgebra, del método general o estructural que Lagrange sólo alcanzó a indicar tangencialmente:

Porque tomaba su punto de partida en «naturalezas simples» individuales y pasaba por analogía de lo especial a lo general, el método genético no podía nunca estar absolutamente seguro de no mezclar lo accesorio a lo esencial. En todo momento, las propiedades que definían a los individuos sobre los cuales se proponía reflexionar venían a mezclarse inextricablemente con las propiedades de las estructuras, enteramente independientes de los individuos que las ilustraban, y de las cuales dependía en realidad la solución del problema planteado. [...] En consecuencia, *para dar al método genético su estilo verdaderamente crítico, hay que tomar otro método, y analizar las estructuras de las que dependen las clases definidas de problemas de manera relativamente independiente de los individuos empíricos a los que se aplican*.⁷²

Al igual que en Lautman, el auténtico aspecto genético va de la mano con el aspecto estructural: tras la crítica, ellos no funcionan como

⁷¹ Cf. Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., pp. 214-215.

⁷² *Ibíd.*, pp. 215-216; las cursivas son nuestras.

métodos aislados. Así lo afirma explícitamente Deleuze: “En conformidad con los trabajos de Lautman y Vuillemin sobre las matemáticas, el «estructuralismo» nos parece el único medio por el cual un método genético puede realizar sus ambiciones”.⁷³ Estas ambiciones de dar con lo universal se ven frustradas siempre que ese universal sea concebido a partir de los caracteres de los individuos sobre los cuales debe valer como tal. En lugar de buscar *qué* fórmula individual podía servir como resolvente general (como hacían los algebristas pre-críticos sumidos en la ilusión natural), o bien *qué condiciones* debía satisfacer tal o cual fórmula individual para constituirse como tal resolvente (como hacía Lagrange, preso de la ilusión filosófica y su círculo vicioso), Abel busca definir el *ámbito de condiciones generales, en tanto relaciones puramente formales*, que caracterizan el vínculo entre los individuos en cuestión (la ecuación propuesta, la reducida y la resolvente). Esto implica precisamente un desplazamiento respecto al modo de plantear el problema, que exige crear una nueva forma de expresión que rebase el ámbito de los rasgos y relaciones concretas entre esos individuos. La posibilidad de este ejercicio creativo era invisibilizado al enfocar el problema exclusivamente desde los caracteres manifiestos de los individuos que lo suponían.

El vicio del método genético era denunciado por Vuillemin tanto en matemática como en filosofía, lo cual sugería la necesidad de realizar también en ese ámbito una revolución como la de Abel. Vuillemin es una fuente esencial para pensar la doctrina deleuziana de las facultades, cuando afirma, por ejemplo: “toda la filosofía clásica permanece atada al método genético. La génesis, a fin de cuentas, llama siempre a la teología que ella pretendía rechazar, porque los límites que pretende asignarle a las facultades del conocimiento no nacen interiormente de la estructura de las facultades sino que les vienen de afuera, por los objetos individuales

⁷³ DR, p. 237 [278]. Antes que en Saussure, Lacan o Althusser, es quizá en el estructuralismo matemático de estos autores que debe buscarse el sentido de las páginas más estructuralistas de *Diferencia y repetición*.

a los que se aplica”.⁷⁴ Se trata del círculo vicioso que, territorializado en el proyecto de una filosofía de la diferencia, Deleuze denuncia en la teoría de los problemas: concebir lo trascendental (lo problemático) *a imagen y semejanza de lo empírico* (los casos de solución).

Según Vuillemin, esto ocurriría con la experiencia posible como *factum* en Kant y con el *choque* fichteano. Por eso, luego de exponer las características del método general de Abel, esboza la idea de una crítica *general* de la razón pura.⁷⁵ Recupera para esto el ejemplo de la refutación kantiana del argumento ontológico, y afirma la necesidad de reformularlo en términos de un análisis *intrínseco* al concepto de infinito. Este análisis no debería dejar de lado la denuncia de los peligros a los que conducía la metafísica dogmática, poniendo límites al uso de la razón; pero esos límites no pueden venir de una facultad exterior a la razón, como la intuición sensible,⁷⁶ pues esto sólo refuerza el extrinseguismo que caracteriza el sistema de Kant, por el cual se malogra la *crítica inmanente* de la razón por sí misma, que debía caracterizar al método trascendental.

La crítica general, entonces, es planteada por Vuillemin como una crítica analítica e interna al uso de los conceptos racionales. El planteo deleuziano en *Diferencia y repetición*, por el contrario, es sintético y diferencial. No por eso Vuillemin deja de ser fundamental para comprender tanto el espíritu crítico de Deleuze, como su estructuralismo, y su apelación al discurso matemático como fuente de herramientas conceptuales necesarias para extraer conceptos, conducir razonamientos, en suma, trazar interferencias. La cuestión de la crítica general de la razón pura queda abierta en Vuillemin —no hay aún, para él, un Abel de la filosofía. Deleuze parece arrogarse este lugar en el pensamiento, cuando recupera a Abel para mostrar la ruptura del círculo

⁷⁴ Vuillemin, Jules, *op. cit.*, p. 217.

⁷⁵ *Cf. ibid.*, pp. 218-221.

⁷⁶ *Cf. ibid.*, p. 220.

vicioso que ligaba las ilusiones en torno a la teoría de los problemas: “si un círculo tal ha sido roto, es ante todo por el matemático Abel; es él quien elabora todo un método siguiendo el cual la resolubilidad debe desprenderse de la forma del problema”.⁷⁷ Por su parte, Deleuze elabora un sistema para hacer de lo problemático en sí mismo el elemento ontológico cuyas condiciones estructurales imponen la génesis de lo singular en lo universal concreto (y no ya la génesis del universal abstracto a partir de lo particular empírico).

Los principios ontológicos asociados a esa génesis son retomados y complementados por Deleuze a partir del trabajo del sucesor inmediato de Abel: Évariste Galois. Es él quien, una vez demostrada la imposibilidad de una resolución general para ecuaciones quinticas, elabora un método original para la resolución de las mismas. Este método no puede realizarse, sin embargo, sino yendo más allá de la teoría de las ecuaciones. El método de Abel rompe con las ilusiones en torno a la teoría de los problemas como complejos virtuales, el método de Galois proveerá una caracterización de la *temporalidad* propia de esos complejos.

II.IV.- Teoría de grupos de Galois: cuerpo de adjunción y determinación progresiva

II.IV.1.- Cuerpo, grupo, y resolución de ecuaciones quinticas

Sin dudas el pasaje de la teoría de las ecuaciones de Abel a la teoría de grupos es un ejemplo paradigmático de la dialéctica lautmaninana, motor de la innovación matemática. El efecto de esa dialéctica era la *creación de teorías* y de *relaciones entre teorías heterogéneas*, que se establecían como soluciones a problemas que excedían la capacidad de expresión de una teoría dada. El matemático que crea la teoría de grupos,

⁷⁷ DR, p. 233 [273].

y elabora la conexión entre ella y la teoría de ecuaciones, es Évariste Galois (1811-1832).⁷⁸

En lo que sigue presentaremos los lineamientos generales del método de Galois, con eje en los dos conceptos que Deleuze toma de él: “cuerpo de adjunción” y “determinación progresiva”. Volvamos entonces a la ecuación general de grado n , y su conjunto de raíces:

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + dx + e = 0$$

$$A = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n\}$$

Cada una de las x que componen el conjunto A satisface la ecuación planteada, es decir, iguala la fórmula a cero. Reemplazándolas una a una, se forma el sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} ax_1^n + bx_1^{n-1} + cx_1^{n-2} + \dots + dx_1 + e = 0 \\ ax_2^n + bx_2^{n-1} + cx_2^{n-2} + \dots + dx_2 + e = 0 \\ ax_{n-1}^n + bx_{n-1}^{n-1} + cx_{n-1}^{n-2} + \dots + dx_{n-1} + e = 0 \\ ax_n^n + bx_n^{n-1} + cx_n^{n-2} + \dots + dx_n + e = 0 \end{array} \right.$$

El problema era, justamente, hallar los distintos valores de x que satisfacían este sistema de ecuaciones, problema que crecía en complejidad a medida que n aumentaba, y que, de acuerdo a la demostración de Abel, no podía lograrse de manera general una vez que $n \geq 5$. El quinto grado, en

⁷⁸ La apasionante biografía de Galois, los rasgos esenciales del trabajo de sus predecesores en teoría de ecuaciones, y una introducción accesible al espíritu de su método, pueden encontrarse en Verriest, Gustave, “Évariste Galois et la théorie des équations algébriques”, en *Revue des questions scientifiques*, mayo-junio de 1934, pp. 320-373, publicado luego como apéndice a Galois, Évariste, *Oeuvres Mathématiques*, París, Gauthiers-Villars, 1951, pp. 41 y ss. (mal referida por Deleuze en DR, p. 234 [274] como “Georges Verriest”). Este texto es un clásico: las dos obras complementarias que seguimos aquí (Vuillemin y Kline) echan mano a este trabajo para reconstruir la teoría de Galois (cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., pp. 999 y ss.; Vuillemin, Jules, *La philosophie de l’algèbre*, op. cit., pp. 242 y ss.).

este sentido, es un *hecho matemático* (en sentido lautmaniano) en la serie de los grados de los polinomios: marca una ruptura problemática con respecto a los medios previos de resolución de ecuaciones de grados inferiores. Esto no quiere decir que cualquier ecuación de quinto grado o superior fuera insoluble; de hecho, pueden pensarse algunas resolubles, como por ejemplo: $x^5 - 32 = 0$. Pero a medida que crecían la cantidad de términos y que la extracción de raíces demandaba expresiones más complicadas, y las resoluciones se volvían más y más dificultosas. Lo que se buscaba, a partir de una ecuación propuesta, era una serie de ecuaciones *resolventes*, que permitieran *reducir* o descomponer la propuesta en una serie de binomios de grados menores (es decir, expresiones polinómicas de dos términos, de tipo $x^2 + p$). Galois provee un método para determinar si una ecuación es o no efectivamente resoluble por radicales (y, en el caso de que lo sea, resolverla).

Un primer punto importante de su teoría es que no procede, como lo habían hecho todos los algebristas hasta Lagrange, buscando inmediatamente la construcción de ecuaciones resolventes a partir de la propuesta. Antes que eso, el foco estará puesto en la determinación del *cuerpo* o *dominio de racionalidad* en el cual está planteada la ecuación, en la relación de la ecuación con el cuerpo, y en la construcción del *grupo* de la ecuación. Se llama *cuerpo* o *dominio de racionalidad* (estas expresiones no corresponden a Galois sino a matemáticos posteriores)⁷⁹ a una estructura algebraica que satisface las cuatro operaciones básicas del álgebra (suma, resta, multiplicación y división) tal que si las aplicamos a dos elementos cualesquiera pertenecientes al cuerpo, obtendremos por resultado otro elemento perteneciente al cuerpo. El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$ forma un cuerpo con las cuatro operaciones $+$, $-$, $*$, $\div$, puesto que cualquier número racional relacionado por ellas con cualquier otro, da por resultado otro número racional. Esto implica una condición de *cierre*: ningún elemento ajeno al cuerpo puede, en principio, resultar de sus elementos y operaciones propios.

⁷⁹ La nomenclatura “cuerpo” se debe a Dedekind, “dominio de racionalidad”, por su parte, a Kronecker (cf. Vuillemin, Jules, *La philosophie de l’algèbre*, op. cit., p. 229).

Llamaremos R al cuerpo formado por el conjunto $\mathbb{Q}$ (números racionales) y las operaciones $+$, $-$, $*$, $\div$ (suma, resta, multiplicación, división). Cualquier polinomio, de cualquier grado, estará siempre expresado dentro del dominio de racionalidad definido por esta estructura algebraica. Es decir que todos los elementos que componen el polinomio son expresables en el cuerpo R . Uno de los grandes problemas implicado por la resolución de polinomios era que a menudo resoluciones de ecuaciones (incluso muy simples) conducían a cantidades irracionales o complejas, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{-5}$, las cuales no son expresables en R . Esto no impidió que se hicieran grandes avances en teoría de las ecuaciones, pero el procedimiento por el cual estos avances eran posibles fue vuelto explícito y llevado hasta consecuencias antes insospechadas gracias a Galois: se trata del procedimiento de *adjunción*.

Galois llama *adjunción* a la acción de introducir al cuerpo o dominio de racionalidad de una ecuación dada un elemento que no pertenece a ese dominio, pero cuya introducción permite descomponer la ecuación en él. Consideremos, por ejemplo, la ecuación binomial $x^2 + 4 = 0$, sus resultados son $\sqrt{2}$ y $\sqrt{-2}$. Ninguno de ellos pertenece a nuestro cuerpo de base R . Para poder operar con esta ecuación se *adjuntan* las cantidades $\sqrt{2}$ y $\sqrt{-2}$ a R , es decir que las consideraremos como elementos pertenecientes al cuerpo. Esto se escribe $R(\sqrt{2}, \sqrt{-2})$ o bien R' , y se trata del *cuerpo de adjunción* obtenido tras añadir las cantidades en cuestión al cuerpo de base R . El cuerpo resultante (R') debe, para ser a su vez cuerpo, cumplir con la condición de cierre. Esto implica que se considerarán como definidas en R' las expresiones que combinen cualquier elementos de $\mathbb{Q}$, y además $\sqrt{2}$, mediante las cuatro operaciones algebraicas: expresiones que no tenían sentido en el cuerpo de base, como $2 + \sqrt{2}$, son ahora expresiones toleradas por R' (una expresión como $2 + \sqrt{3}$, en cambio, no lo sería, porque no adjuntamos $\sqrt{3}$ a R). El cuerpo de adjunción es siempre relativo a una ecuación determinada. El cuerpo, o dominio de racionalidad, está siempre abierto a un *afuera* poblado de cantidades asignificantes o indeterminadas, algunas de las cuales “resuenan” con él *en función de las condiciones de un problema*.

Abel y Galois hicieron manifiesto que el trabajo con ecuaciones debe explicitar este dominio. “La resolubilidad es un lazo entre un cierto individuo algebraico —la ecuación algebraica— y su «medio», el cuerpo al cual se lo relaciona arbitrariamente o según su naturaleza propia”.⁸⁰

La noción de cuerpo implica un primer avance en el problema. Pero el genio de Galois reside en haber encontrado un vínculo entre esta noción, y la de *grupo* de una ecuación. La noción de grupo es algo más compleja. En sentido general, un grupo es también una estructura algebraica cerrada, formada por un conjunto no vacío y una operación tal que, aplicada a dos elementos cualesquiera del conjunto, dé por resultado un tercero también perteneciente a él. La operación de grupo que Galois utiliza (retomando a Lagrange) es la de las *sustituciones*. Para entender esto, supongamos un conjunto formado por tres elementos: 1, 2 y 3. Si jugamos ordenando estos elementos de todas las maneras posibles, sustituyéndolos entre sí a partir de un orden inicial (digamos: 1, 2, 3). Las sustituciones de nuestro conjunto son:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

En esta notación, cada uno de los paréntesis expresa una sustitución: los términos que aparecen en la línea superior del paréntesis se permutan por los términos de la línea inferior. Así, la primera sustitución, llamada “sustitución idéntica” y simbolizada con la letra *E* (por la palabra alemana *Einheit*)⁸¹ es la más simple: sustituye a cada elemento por sí mismo, el 1 por el 1, el 2 por el 2, el 3 por el 3. La segunda sustitución sustituye al 1 por sí mismo, luego al 2 por el 3 y al 3 por el 2. La tercera, al 1 por el 2, al 2 por el 1, al 3 por sí mismo, etc. Si nuestro punto de partida es siempre la línea superior del paréntesis, aplicando las distintas permutaciones obtendremos por resultado las distintas líneas inferiores. Las sustituciones posibles son 6 (dadas por la

⁸⁰ *Ibid.*, p. 232.

⁸¹ Cf. Verriest, Gustave, “Évariste Galois et la théorie des équations algébriques”, *op. cit.*, p. 340.

operación factorial:). Estas sustituciones pueden también relacionarse entre sí mediante distintas operaciones. Puedo por ejemplo calcular el producto entre dos sustituciones, por ejemplo, la quinta y la tercera:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Lo que se hace en esta operación es combinar las permutaciones de uno y otro factor, efectuándolas en el orden en que aparecen (el orden de los factores, en este caso, sí altera el producto): sustituimos al 1 por el 2, como indica la primera columna del primer paréntesis, luego sustituimos al 2 por el 1, como indica el segundo paréntesis: 1 será el resultado final (1→2 y 2→1, entonces 1→1). Luego sustituimos el 2 por el 3, como indica la segunda fila del primer paréntesis, y a continuación el 3 por el 3, como indica el segundo paréntesis, el resultado final será 3 (2→3 y 3→3, entonces 2→3). Finalmente, sustituimos el 3 por el 1, según el primer paréntesis, y a continuación el 1 por el 2 como indica el segundo (3→1 y 1→2, entonces 3→2). Vemos que el resultado obtenido equivale a la segunda transformación enumerada más arriba.

Si para cada producto de dos elementos cualesquiera del primer conjunto de sustituciones, obtenemos una sustitución que pertenece también a ese conjunto, decimos que tal conjunto es un *grupo*. Si, dentro de este grupo aislamos un sub-conjunto de sustituciones que cumplan a su vez la misma condición, decimos que tal subconjunto es un *subgrupo* del grupo dado. Se llama *orden* de un grupo a la cantidad de elementos que lo constituyen (en nuestro caso, los elementos de nuestro grupo son sustituciones, y es de orden 6 porque tenemos 6 sustituciones posibles). Se llama *índice* de un subgrupo al cociente entre el orden del grupo y el orden del subgrupo (división que es siempre realizable).⁸²

⁸² Sobre estas operaciones y las nociones de grupo y subgrupo, orden e índice, cf. *ibid.*, pp. 359-360.

Estas operaciones no son necesariamente numéricas. Cualquier cosa puede componer un grupo. Podemos armar un grupo de sustituciones como el de la página previa con peras, manzanas y bananas, en lugar de números. O con desplazamientos de una figura geométrica en el espacio. O con operadores lógicos. En el caso de las ecuaciones algebraicas, el grupo en cuestión se compone de una operación de *sustituciones entre las raíces de una ecuación dada*. El grupo de una ecuación es el grupo de sustituciones posibles que pueden realizarse las raíces de esa ecuación, dejando inalterable alguna fórmula que relacione entre esas raíces. Al dar con fórmulas que limiten cada vez más las sustituciones entre raíces, se llega a la posibilidad límite en la cual sólo se admite la sustitución idéntica, llamada “E”. En ese momento, la ecuación estará resuelta.

Veámoslo con un ejemplo. Sea la ecuación:⁸³

$$x^4 + px + q = 0$$

Ella es relativa al cuerpo de adjunción R' , formado por la adjunción de las letras p y q al cuerpo de base R , es decir $R'=R(p, q)$. En el contexto de este problema, toda expresión bien formada compuesta por esas dos letras, números racionales, sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, tendrá sentido. Sabemos que esta ecuación posee cuatro raíces (x_1, x_2, x_3, x_4) , pues es de grado cuatro. Tenemos entonces que:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1^4 + px_1 + q = 0 \\ x_2^4 + px_2 + q = 0 \\ x_3^4 + px_3 + q = 0 \\ x_4^4 + px_4 + q = 0 \end{array} \right.$$

⁸³ Este es el ejemplo que da Verriest, y que Kline y Vuillemin retoman (cf. *ibid.*, pp. 350 y ss., y p. 359).

De lo que se trata ahora es de armar un grupo de sustituciones entre estas raíces. En principio, hay $4!=24$ sustituciones posibles. Dado que desconocemos el valor de estas raíces, todas estas sustituciones pueden realizarse, dejando invariante la relación algebraica entre ellas. Es decir que puedo sustituir cualquier x por cualquier otra en el sistema de ecuaciones, sin alterar el resultado de cada fórmula. Así, a pesar de que las cuatro raíces poseen valores numéricos diferentes, son indiscernibles para nosotros, que desconocemos esos valores. La esencia del método de Galois es proveer un criterio para operar una *disminución progresiva* de esa indiscernibilidad. De hecho, incluso desde el desconocimiento de los valores efectivos de nuestras cuatro raíces es posible plantear, dada la información de que disponemos, algunas relaciones algebraicas entre ellas. Por ejemplo, puede afirmarse que:⁸⁴

$$x_1 + x_2 = 0 \quad x_3 + x_4 = 0$$

Si tenemos en cuenta estas relaciones entre x_1 y x_2 , y x_3 y x_4 , podemos nuevamente “jugar” armando sustituciones posibles entre estos elementos. Pero ahora no vale cualquiera de las 24 sustituciones posibles iniciales, sino solo aquellas sustituciones que mantengan verdaderas estas relaciones. (Por ejemplo, ya no podríamos sustituir a x_1 por x_3 y a x_2 por sí misma, ya que esto daría por resultado la fórmula, que no estamos habilitados a afirmar.) Así, las 24 sustituciones iniciales se reducen a 8:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_4 & x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_4 & x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_3 & x_4 & x_1 & x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_4 & x_3 & x_1 & x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_3 & x_4 & x_2 & x_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_4 & x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

⁸⁴ Cf. *ibid.*, p. 351.

Este grupo, que llamaremos G , es el *grupo de la ecuación* considerada, y “expresa el grado de indiscernibilidad de las raíces; caracteriza entonces no lo que sabemos de las raíces, sino lo que no sabemos de ellas”.⁸⁵ Podemos realizar cualquiera de estas sustituciones entre las raíces (nótese que el primer elemento de este grupo sigue siendo la sustitución idéntica E), en tanto aún son indiscernibles para nosotros. Pero este grupo nos indica *la medida exacta* de nuestro desconocimiento de ellas: no toda sustitución está permitida. Se trata, entonces, de reducir progresivamente esta indiscernibilidad, buscando subgrupos dentro de este grupo. Si pudiéramos llegar a afirmar como válida sólo la sustitución idéntica, E , podríamos discernir completamente las raíces.

¿Cómo se realiza esta disminución progresiva? A través de un estudio del grupo de la ecuación que es correlativo a una *progresiva adjunción de cantidades* a nuestro cuerpo de base. En efecto, así como la resolubilidad, la discernibilidad de las raíces de la ecuación es *relativa a un dominio de racionalidad*. x_1 , x_2 , x_3 y x_4 son indiscernibles para nosotros en nuestro cuerpo R' , pero si pudiéramos ir adjuntando progresivamente a R' expresiones que reduzcan esa indiscernibilidad, eventualmente llegaríamos a eliminarla. Galois demostró que hay una correlación que permite adjuntar cantidades al cuerpo de base tales que disminuyen el orden del grupo de la ecuación. El método de Galois consiste en realizar esta relación inversamente proporcional entre cuerpo de adjunción y grupo de la ecuación. Lo que se adjunta progresivamente son ecuaciones *resolventes parciales*. Galois provee un método para construir estas ecuaciones a partir del análisis del grupo.

Primero se calcula un subgrupo mayor dentro del grupo de la ecuación G . Esta operación es siempre posible de realizar para cualquier grupo. Obtendremos el subgrupo H , que se compone de las cuatro primeras

⁸⁵ *Ibíd.*, p. 358.

transformaciones de G (incluyendo siempre al principio la sustitución idéntica E , nuestro objetivo):

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_4 & x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_4 & x_3 \end{pmatrix}$$

Pasamos así de un grupo de orden 8 a un subgrupo de orden 4, cuyo índice es 2 ($8/4=2$). El método de Galois implica construir una función entre las raíces que permanezca invariable respecto al grupo H , pero que no tolere todas las transformaciones del G . Acto seguido, se construye la resolvente parcial en R' , que debe cumplir dos condiciones: ser del mismo grado que el índice del grupo H (es decir, 2), y ser raíz de la función entre las raíces recién construida. Galois da un método para construir estas funciones y resolventes. El resultado de esa resolvente parcial se adjunta entonces a R' , obteniendo el cuerpo R'' . Este nuevo cuerpo, obtenido por adjunción a R' del resultado de una ecuación elaborada a partir del subgrupo H , es relativo a ese subgrupo. R'' es compatible con el grupo H , pero no ya con el G , pues introduce límites a sus permutaciones. Es decir que, ahora, la medida de nuestra incapacidad para discernir las raíces ha disminuido de G a H , en la misma medida en que el cuerpo asociado a la ecuación ha introducido nuevos elementos, pasando de R' a R'' .

Nos hallamos en una situación análoga al comienzo, pero donde la indiscernibilidad de las raíces ha disminuido a la mitad. Debemos repetir la operación buscando el subgrupo mayor en H , al que llamaremos K :

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_1 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}$$

Se construye una nueva función entre las raíces, invariante para K pero incompatible con H , y a continuación se construye la nueva resolvente, de grado 1 (pues el índice de K es 1). Adjuntando el resultado de esta segunda resolvente al cuerpo R'' , obtendremos el cuerpo R''' ,

relativo al grupo K . Nos queda entonces repetir esta operación sólo una vez, puesto que el único subgrupo que podemos extraer de K es E , la transformación idéntica. Se construye la función de raíces y la resolvente parcial relativa a este grupo, y se adjunta finalmente el resultado de ésta a R''' , obteniendo el cuerpo de adjunción R^{IV} , relativo al grupo E . Ahora bien, Galois ha mostrado que cuando el grupo de una ecuación, en relación a un cuerpo dado, es E , las raíces de esta ecuación son magnitudes contenidas en el cuerpo R^{IV} .⁸⁶

El mayor éxito de la teoría de Galois en el campo de la teoría de las ecuaciones es proveer un criterio relativo a la posibilidad de resolución por radicales (es decir, a través de la expresión de dicha ecuación como un producto de binomios). Esto puede hacerse cada vez que los subgrupos que descomponen progresivamente el grupo G sean *subgrupos normales* unos de otros.⁸⁷ Galois demuestra que si la resolvente parcial que permite reducir el grupo de G a H es un binomio cuyo grado es un número primo k , H es un subgrupo normal de G de índice k ; y a la inversa, si H es un subgrupo normal de índice k , la resolvente parcial correspondiente es una ecuación binomial de grado primo k . Se obtiene una sucesión de grupos *encajonados*⁸⁸ ($G, H, K, \dots E$) los unos en los otros, formando lo que se llama una *serie de composición*. De esto se infiere que cuando el grado de las ecuaciones es mayor que 4, los índices de los subgrupos normales no

⁸⁶ Para un desarrollo más preciso de este procedimiento, cf. *ibid.*, pp. 361-365. La siguiente cita de Verriest resume todo el método: "Se construye primero el grupo G de la ecuación, luego se busca el subgrupo H de G , luego el subgrupo K de H , luego el subgrupo L de K , y así sucesivamente hasta llegar al subgrupo E ; se obtiene así una sucesión de grupos encajonados unos en otros: $G, H, K, L, \dots E$. Se construye a continuación una sucesión de resolventes parciales; el grado de la primera es igual al índice de H en G , el grado de la segunda es igual al índice de K en H , y así sucesivamente. Para que estos grados sean los menores posibles se tomará por H el mayor subgrupo de G , y no uno cualquiera, luego se tomará por K el mayor subgrupo de H , y así sucesivamente. Adjuntando una raíz de cada una de estas resolventes sucesivas al cuerpo inicial, se obtiene un cuerpo que contiene las raíces; el cálculo de estas puede entonces acabarse sin dificultad" (*ibid.*, pp. 365-366).

⁸⁷ Se llaman subgrupos normales aquellos que, al conjugar el subgrupo con las diferentes sustituciones del grupo, dicho subgrupo permanece invariante en todos los casos (cf. *ibid.*, p. 366).

⁸⁸ El término técnico utilizado por Verriest y Vuillemin es *groupes emboîtés*. Este es también un término importante en *Diferencia y repetición*. Volveremos sobre él más abajo.

son necesariamente primos. Por este motivo, las ecuaciones de grado 5 y superior no podían en general reducirse a binomios.

La demostración y el criterio para señalar cuándo una ecuación es resoluble y cuándo no (y cómo resolverla) no podían ser dados al interior de la teoría de las ecuaciones, sino sólo mediante su acoplamiento con la teoría de grupos. Esta relación entre teorías provee entonces un ejemplo de esquema de génesis lautmaniano. Lautman analiza la teoría de Galois como un caso de “ascenso al absoluto”, esquema de génesis vinculado al pasaje de lo imperfecto a lo perfecto. En este caso, lo “imperfecto” es la ecuación propuesta referida a su cuerpo de base, en el cual las raíces no pueden a menudo expresarse. El “ascenso a lo absoluto” o pasaje a la perfección está dado por la disminución progresiva de la imperfección, que mediante adjunciones y reducciones del grupo alcanza un conocimiento perfecto de las raíces.⁸⁹ Pero esta teoría tiene un interés más allá de la importancia otorgada por Lautman, dada la riqueza de las interferencias que suscita en el Capítulo IV de *Diferencia y repetición*.

II.IV.2- Adjunción y determinación progresiva en la Idea deleuziana

En principio, Deleuze introducía a Galois junto con Abel por la ruptura que realizan del círculo vicioso en la teoría de los problemas. En seguida, sin embargo, las categorías de Galois cobran una importancia propia para crear nuevos conceptos vinculados a la Idea. Así resume Deleuze el método de Galois, vinculándolo con su ontología:

[A] partir de un cuerpo de base (R), las adjunciones sucesivas a ese cuerpo (R', R'', R''' ...) permiten una distinción más y más precisa de las raíces de una ecuación, por limitación progresiva de las

⁸⁹ “El interés del esquema lógico de la teoría de Galois es considerable. Se reencuentran en álgebra un cierto número de otros teoremas que afirman, para un dominio de base imperfecto bajo un cierto punto de vista, la existencia de una extensión donde esta imperfección ha desaparecido” (Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence...*, op. cit., pp. 65-66).

sustituciones posibles. Hay pues una cascada de «resolventes parciales» o un encajonamiento [*emboîtement*] de «grupos», que hacen manar la solución de las condiciones mismas del problema [...]. La «discernibilidad progresiva» de Galois reúne en un mismo movimiento continuado el proceso de la determinación recíproca y la determinación completa (pares de raíces, y distinción de las raíces en un par). Ella constituye la figura total de la razón suficiente e introduce en ella el *tiempo*.⁹⁰

Deleuze retoma entonces el procedimiento por el cual la adjunción de cantidades inexpressables en un cuerpo de base disminuye el grado de indiscernibilidad en la estructura del grupo de una ecuación determinada. Este procedimiento “reúne en un mismo movimiento continuado” los de la determinación recíproca y completa de la Idea: como vemos de ver, la construcción de resolventes parciales llevaba —adjunción de los resultados de las resolventes mediante— a la *distinción* de las raíces por limitación de las sustituciones posibles en el grupo de la ecuación. Esta distinción es entonces inseparable de una cierta *oscuridad* propia de la estructura del grupo formado por las raíces, en tanto indiscernibles. Ella es interpretada, en el contexto de la teoría de Galois, como la posibilidad de sustitución entre elementos *no individuados*, lo que recuerda a la pura variación en juego en el elemento de la pura cuantitabilidad. Hay, en efecto, afinidad entre ambos movimientos, e incluso una posible lectura de la *continuidad*: ella no se expresa aquí ya como unidad de la unidad y la infinitud,⁹¹ sino como la infinitud de las magnitudes indefinidas en un cuerpo de base determinado (como caos virtual de cantidades abstractas que rodean al cuerpo). Esa continuidad en la que se funden las individualidades dadas para un sistema determinado (el cuerpo de base) es también la que posibilita la discernibilidad, cuando, a partir de las condiciones de un problema que hace resonar ese cuerpo con lo indeterminado, habilita

⁹⁰ DR, pp. 233-234 [274].

⁹¹ Tal como, siguiendo a Bordas-Demoulin, la analizábamos en el capítulo precedente.

la selección de las cantidades a adjuntar. Ellas son las singularidades que introducen límites a las variaciones, sentando las condiciones para una nueva individualidad (la de las soluciones a la ecuación). La teoría de Galois ilustra el movimiento entero de la Idea: indiscernibilidad —pero determinabilidad— como primer momento, determinación recíproca entre las raíces y las resolventes parciales a través los sucesivos cuerpos de adjunción, y determinación completa de las cantidades a adjuntar, que definen la naturaleza y el orden sucesivo de esos cuerpos (por eso, dice Deleuze, el método galoisiano reúne en un mismo movimiento las determinaciones recíproca y completa).

La importancia de la teoría de Galois respecto al movimiento de la Idea es triple:

1. por la introducción de la noción de *indiscernibilidad* y la de *cuerpo de adjunción*, y sus implicancias para el proceso de *actualización* de la Idea (que resuena con el criterio leibniziano de la *individuación*);
2. por la cuestión de la *temporalidad* que la noción de *determinación progresiva* introduce en el ámbito de lo virtual;
3. por las *consideraciones prácticas* para la teoría de la Idea deleuziana.

1. La noción de *cuerpo* supone, en la teoría de lo virtual deleuziano, una extensión a partir del dominio del álgebra hacia todo el plano de lo virtual. *Todo problema está indisolublemente ligado a un cuerpo de base o un dominio de racionalidad actual* en el cual puede ser planteado, pero no resuelto (inmanencia y trascendencia del problema). El motivo por el cual esto ocurría en la teoría de las ecuaciones era que el dominio de racionalidad inicial (R), desde el cual se extraían las cantidades (coeficientes y exponentes) que conformaban una ecuación, no alcanzaba para *expresar* de manera acabada las *condiciones* bajo las cuales ella podía ser resuelta. La ecuación exigía expresiones que estaban más allá del cuerpo de base: había un exceso de lo expresable en el dominio de racionalidad, exceso que *ese* problema en

particular ponía de manifiesto. *El problema fuerza entonces al dominio de racionalidad a quebrar su clausura.* El cuerpo de base debe ponerse en resonancia con un *afuera*, formando un cuerpo *ideal* de adjunción: ideal, o virtual, porque las nuevas cantidades que introduce no forman parte de lo actualmente formulable en él, y lo abren a una continuidad caótica: se trata de elementos a-significantes desde la perspectiva del cuerpo de base. En esos términos describe Vuillemin a las cantidades adjuntas: “el algebrista, en este momento del razonamiento, no puede atribuirles sino una existencia por así decir virtual y en todo caso incompleta, de modo que el principio de los indiscernibles no cumple su propósito.”⁹² El método de Galois consiste en llevar esta indiscernibilidad progresivamente a la determinación completa, por la cual las condiciones del problema permitirán finalmente extraer las soluciones actuales.

La determinación progresiva tiene por finalidad dar cuenta de la determinación de un individuo (que soluciona el problema). Ella no llega a hacerlo sino por la discernibilidad relativa que va ganándose poco a poco a partir de las cantidades ideales adjuntadas al cuerpo de base. Esta discernibilidad se debe a la exploración de las condiciones del problema, dada por la doble serie de operaciones que consiste en la extensión del cuerpo de adjunción y la correlativa descomposición del grupo, siguiendo el orden de los subgrupos encajonados. La indiscernibilidad es como esa “neblina” virtual que rodea lo actual, neblina en el seno de cuya indiscernibilidad inicial se encuentran las condiciones de una determinación en el contexto del problema. La determinación progresiva es entonces un proceso supuesto por la actualización, por el cual ciertos jirones de neblina virtual (cantidades ideales adjuntas) se condensan, dando lugar a los valores actuales que responden al problema (el subgrupo *E*, la sustitución idéntica).

La indiscernibilidad no se interpreta, entonces (y a diferencia del principio leibniziano de los indiscernibles), como una mera atribución

⁹² Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 236.

del mismo concepto —o de identidad— para dos individuos que serían en el fondo uno. Dicha interpretación descansa en la noción de un Dios que posee en última instancia un criterio objetivo de discernibilidad absoluto, por el poder de conocer hasta el final todas las nociones individuales. Deleuze tomará distancia de la lectura que Vuillemin hace de la discernibilidad progresiva en términos leibnizianos. La indiscernibilidad propia de la Idea deleuziana carece de una perspectiva última; ella es más bien el *medio* en y por el cual la discernibilidad propia a la determinación completa del problema *se hace*. La determinación progresiva del cuerpo objetivo del problema a partir de la adjunción implica un orden lógico en base al cual la reducción de la indeterminación es estrictamente simultánea a la emisión de singularidades *propias del problema*. Estas singularidades son el *doble virtual* de los valores actuales que las encarnan. Ellas están siempre más allá, o más acá, tanto de las cantidades particulares como de las ecuaciones o variables generales. Todo actual es una individualidad constituida, y el plano de lo actual está hecho de individuos mutuamente comunicados o incluidos los unos en los otros. Todo virtual duplica esas individualidades en un plano que las funde a todas, y emite las condiciones de determinación de esas comunicaciones e inclusiones.

Sin embargo, hay en la idea leibniziana de la indiscernibilidad algunas afinidades con la deleuziana, si seguimos la lectura por la cual Vuillemin contempla la posibilidad de aplicar la estructura de grupo al criterio leibniziano de individuación.⁹³ A diferencia de Kant, a quien el individuo en sí mismo siempre se le escapa —porque su determinación no depende sólo del concepto o del esquema (sea *a priori* o empírico), sino sobre todo del elemento irracional de la intuición sensible—, Leibniz propone un criterio de individuación conceptual e intrínseco compatible con la teoría de grupos. “Un individuo no es definido absolutamente como tal, pero es inteligible en la medida en que es discernible de otros individuos, y esta discernibilidad es a su vez relativa a un grupo de operaciones por relación al cual sólo él

⁹³ Cf. Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., pp. 268-287.

permanece invariante entre otros objetos”.⁹⁴ La teoría de grupos presenta una noción de individuación como *invariancia relativa*. Un individuo es determinado por una limitación relativa de las variaciones que es susceptible de recibir en el seno de un sistema en el que se compone con otros individuos. Dicha invariancia apela entonces a la noción estructural de “operación”. Siguiendo la analogía con la teoría de las ecuaciones, la operación es relativa al problema que desarrolla el proceso de discernibilidad.

La relatividad de la invariancia es así el criterio con el cual se reconoce el carácter metódico de la teoría de grupos. Cuanto más grande es el grupo de invariancia de un individuo, más definido está el individuo «particular». [...] La teoría de Galois ha mostrado cómo se pasa de manera reglada y necesaria de las representaciones generales a los individuos. El método de las resolventes provee en efecto un procedimiento enteramente *a priori* para construir los individuos a partir de un estado de indistinción primitiva. [...] En la teoría habitual de la abstracción empírica, pasamos de los individuos a las especies y géneros por una generalización creciente, y, cuando re-descendemos a lo individual, las representaciones abstractas son incapaces de proveer un principio *a priori* para definir las diferencias. Al contrario, la teoría de grupos construye estas diferencias, que escapan al método de la construcción de conceptos.⁹⁵

La teoría de grupos parece adecuada al desarrollo de un “método general” en el sentido estructural-genético que Vuillemin atribuía a Abel, criticando el método genético en tanto “calco” abstracto de lo individual. El nuevo criterio de individuación parte de un estado de “indistinción primitiva”, definido por las series de operaciones que vuelven esa indistinción progresivamente discernible —podemos decir, retomando nociones del capítulo previo, primitivamente indiferenciada, pero diferenciada por esas operaciones. Las determinaciones de un individuo se vuelven el

⁹⁴ *Ibíd.*, p. 267.

⁹⁵ *Ibíd.*, pp. 267-268. Téngase presente el valor positivo que Vuillemin da al término “generalidad”.

resultado de un proceso de construcción intrínseca, relativa a las condiciones de un problema, conducida hasta el punto necesario para satisfacer esas condiciones. Esto implica dos cosas: que una individuación nunca es acabada en sí, sino una detención relativa de un proceso de determinación guiado por un problema; y que dicho proceso supone una *progresión*, y como tal un *tiempo*, que no es el tiempo *del* individuo ni de la individuación misma, sino el de la discernibilidad progresiva y la emisión de singularidades que permitirán la individuación. La teoría de Galois permite pensar un tiempo virtual que establece un “ritmo” para una actualización, un orden de emisión de singularidades.

2. Deleuze ponía a la determinación progresiva como el cuarto aspecto de la razón suficiente, que reunía los anteriores e incluía en ellos el *tiempo*. ¿Qué es este tiempo de la determinación progresiva ideal? No puede ser, desde luego, el empírico sucederse de los instantes, ni las duraciones vividas. Ellos presuponen individuaciones, mientras que aquí se intenta dar cuenta de su génesis. La génesis no puede *asemejarse* a esas figuras empíricas de la temporalidad, pues estaríamos entonces siguiendo un método genético pobre (en el sentido de Vuillemin). El tiempo de la determinación progresiva, en tanto tiempo virtual, nos remite de nuevo a la cuestión del *doble*, directamente ligado, como vimos, al problema de la relación del presente con el pasado virtual que le es coextensivo y heterogéneo. Las nociones de la teoría de grupos nos permitirán volver con más detalle sobre esta cuestión.

La determinación virtual en la Idea es *progresiva*, siguiendo lo establecido por el método de Galois: la medida del progreso está dada por la reducción de la indiscernibilidad propia de un problema. Dicha reducción, como vimos, está asociada a “una cascada de «resolventes parciales» o un encajonamiento (*emboîtement*) de «grupos»”.⁹⁶ En la resolución

⁹⁶ DR, p. 233 [274].

de ecuaciones, las resolventes se añaden sucesivamente como extensiones del cuerpo de adjunción, mientras que, correlativamente, las sustituciones posibles del grupo son limitadas. El cuerpo incorpora elementos *virtuales*, inexpresables en el dominio de racionalidad de partida, modificando ese dominio de modo que la indiscernibilidad positiva del problema se reduce progresivamente en él. El término *emboîtement* hace referencia a esta relación de inclusión mutua de grupos dentro de grupos —desde el grupo de la ecuación propuesta hasta la sustitución idéntica— que determinan un orden en cascada en la reducción de la indiscernibilidad; en el límite, tenemos el grupo correspondiente a la sustitución idéntica, donde se detiene el proceso de las sustituciones: la indiscernibilidad se ve reducida a un mínimo y la determinación se completa.

En la filosofía de la temporalidad desarrollada en el Capítulo II de *Diferencia y repetición*, Deleuze usa el término *emboîtement* en relación al pasado puro por contraposición con la *contracción* que caracteriza al presente viviente. “La síntesis pasiva del hábito constituía al tiempo como *contracción* de los instantes bajo la condición del presente, pero la síntesis activa de la memoria lo constituye como *encajonamiento* de los presentes mismos”.⁹⁷ La síntesis activa de la memoria, que accede mediante reflexión y rememoración a los antiguos presentes encajonándolos unos en otros a partir del presente actual, se funda, para operar esta actividad, en la síntesis pasiva del pasado puro, por el cual todo el pasado coexiste consigo mismo. Esta coexistencia virtual del pasado se encontraba atravesada por diferentes niveles o grados de contracción (no es lo mismo la contracción por fusión de instantes de la primera síntesis, y la contracción por ordenamiento de niveles de pasado virtual unos dentro de otros). Aquí, el grado más contraído es el *doble virtual* del presente actual. Es posible pensar entonces, frente a la “*coexistencia siempre creciente de niveles del pasado en la síntesis pasiva*”,⁹⁸ un encajonamiento de antiguos presentes

⁹⁷ DR, p. 110 [134-135].

⁹⁸ DR, p. 113 [138].

en la síntesis activa. El movimiento por el cual el presente actual remite a un ordenamiento de niveles contenidos en la totalidad coexistente y creciente del pasado puro sería así análogo al modo en que la solución de una ecuación remite a una estructura de grupos con una indiscernibilidad progresivamente decreciente. El límite de este decrecimiento era la sustitución idéntica, que podemos considerar como el grupo “más contraído”.

No se trata entonces de un tiempo de sucesión, como el de la primera síntesis, sino de un tiempo de *coexistencia* y de *ordenamiento* de niveles, unos dentro de otros, en virtud de una estructura que se contrae por grados, y que conduce en su máxima contracción al doble virtual del presente actual. Vimos que el virtual era como un máximo de repetición —pues reproducía especularmente el actual— inseparable de un máximo de diferencia —puesto que abría lo actual al afuera trascendental que lo rodeaba como neblina. Esta apertura, sin embargo, lleva más allá del presente y del pasado, hacia la síntesis del *futuro* —tercera síntesis del tiempo. Ella introduce en la estructura de la temporalidad un quiebre, una *fisura*: se trata del tiempo como forma pura, universal desfondamiento que funda un antes y un después en la serie del tiempo; es decir, que permite un *reordenamiento* de conjunto. Si la determinación progresiva supone la coexistencia ordenada de un presente actual con un pasado virtual, a través de la cual emergen nuevas determinaciones, ella tiene a su base lo *indeterminado*. A partir del ascenso del fondo en el elemento de la pura cuantitabilidad se abre el juego de la determinación progresiva, en la emisión de singularidades que condensan las condiciones del problema y lo vuelven objeto de una creación original. En afinidad con la singularidad, la tercera síntesis es el tiempo del acontecimiento puro.⁹⁹

⁹⁹ Sobre la tercera síntesis, cf., DR, pp. 116-128 [141-152]. Cf. Plotnitsky, Arkady, “The Calculable Law of Tragic Representation and the Unthinkable. Rythm, Caesura and Time from Hölderlin to Deleuze”, en Lundy, Carig, y Voss, Daniela (eds.), *At the Edges of Thought. Deleuze and Post-kantian Philosophy*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2015, pp. 123-145, donde se relaciona la tercera síntesis del tiempo con el concepto de *corte* de Dedekind, que, como hemos visto, caracterizaba el primer momento de la estructura ideal.

En el curso del Capítulo IV de *Diferencia y repetición* el problema no es ya el tiempo, sino el proceso del pensamiento puro. Allí, la determinación progresiva aparece desligada de la cuestión de la síntesis activa de la rememoración, y vinculada con la progresión sintética de un problema dialéctico que opera a espaldas de las síntesis psicológicas. Si lo virtual deleuziano, en su sentido temporal, es un *cono* —siguiendo la imagen bergsoniana— la memoria nos traslada desde su cúspide hacia una región distanciada; pero la *determinación progresiva* operada por un problema traza el movimiento inverso: a partir de una relación establecida entre diferentes puntos o regiones del cono, *produce* eventualmente un vértice, un *pliegue*. En ambos sentidos, la coexistencia y el ordenamiento de lo virtual pueden leerse bajo la lente de la estructura de grupos, pero el movimiento ya no va de un presente actual a esa estructura por rememoración, sino que se sitúa en una región de ella y reorienta lo actual según las condiciones establecidas por la emergencia de un problema, que disuelve una cierta estructuración del cono y motiva la génesis de otra: una nueva temporalidad. El circuito entre lo actual y lo virtual se encuentra así contemplado en un doble sentido, en ambos momentos de la obra. Al considerar el *doble* aspecto de los puntos singulares y las curvas integrales (mitad virtual y mitad actual del objeto), Deleuze detalla el modo en que la determinación progresiva introduce la temporalidad en la Idea:

Por otra parte, los aspectos esenciales de la razón suficiente, determinabilidad, determinación recíproca, determinación completa, encuentran su unidad sistemática en la determinación progresiva. La reciprocidad de la determinación no significa, en efecto, una regresión ni un estancamiento, sino una verdadera progresión donde los términos recíprocos deben ser ganados poco a poco, y las relaciones mismas, puestas en relación entre ellas. La completud de la determinación no implica menos la progresividad de los cuerpos de adjunción.¹⁰⁰

¹⁰⁰ DR, p. 271 [317].

Lo que desarrollamos en el capítulo previo en ocasión de las series de potencias y su vinculación con el segundo y tercer momento de la Idea debe ponerse en relación con la *progresividad*. En efecto, los términos de la serie podían pensarse como *coexistiendo* en Idea; cada término correspondía a un *grado* de una relación diferencial, y se identificaba con un régimen de variabilidad actual, en recíproco enlace con otros por medio de la diferencial que los subtendía como su elemento genético y comunicante. Del mismo modo, el análisis de las singularidades mediante series de potencias mostraba una progresión de curvas osculatrices que entraban progresivamente en un círculo de convergencia extendido hasta la vecindad de otra singularidad. Nada en estos ejemplos matemáticos implicaba el transcurrir de una duración o un tiempo físico, pero sí un orden en la coexistencia de ciertas determinaciones.

Es en este sentido que toda estructura, en virtud de esta progresividad, posee un tiempo puramente lógico, ideal o dialéctico. Pero este tiempo virtual determina él mismo un tiempo de diferenciación, o más bien ritmos, tiempos diversos de actualización que corresponden a las relaciones y a las singularidades de la estructura, y que miden por su cuenta el pasaje de lo virtual a lo actual.¹⁰¹

Tal como lo anunciamos acerca de la determinación completa, la determinación progresiva juega un importante papel en el proceso de actualización. El orden en la coexistencia virtual de los elementos en determinación recíproca y sus singularidades correspondientes implica una diversidad de tiempos en los que esa estructura se realiza empíricamente —contraída en diversos grados: cada término de la serie de potencias es un régimen de variabilidad que implicaría una duración determinada o un modo de contracción; cada serie implica una diversidad de estos términos, y ella converge o diverge en torno a una singularidad que marca el punto de partida para otra serie. El tiempo

¹⁰¹ DR, p. 272 [317].

virtual, en este sentido, es totalidad de coexistencia que decanta en una diversidad de duraciones empíricas heterogéneas actuales, producto del ascenso del fondo planteado por un problema que fuerza a su ejercicio trascendente un determinado régimen empírico de las facultades; en el seno de este problema, distintos elementos virtuales pueden ser *ad-juntados* en vistas a una condensación y actualización que le den solución. En este sentido, la apertura a lo virtual producida por la tercera síntesis, que fuerza al pensamiento a pensar lo impensable, equivale a la exploración de elementos diferenciales/virtuales y a la constitución de relaciones diferenciales que presiden nuevos cursos de actualización de las Ideas. Ahora bien, esta temporalidad propiamente virtual, totalidad de *coexistencia* de elementos diferenciales, nos remite necesariamente a una *espacialidad*: un espacio trascendental corresponde a la temporalidad dialéctica de los problemas. Lo veremos en el siguiente capítulo.

3. Hay, finalmente, interesantes reflexiones en torno a la cuestión de la *arbitrariedad* que se desprenden de la recepción deleuziana de la adjunción. En efecto, pareciera en principio que la incapacidad de resolver una ecuación es un problema estrictamente subjetivo, ligado a nuestra situación en un punto de vista *limitado* en el cual nos *faltan* elementos necesarios para resolver el problema; pero si modificáramos *a voluntad* este punto de vista (por ejemplo, incluyendo magnitudes irracionales a nuestro dominio de racionalidad) podríamos resolverlo sin dificultad. Ahora bien, esto no presenta una comprensión cabal de la noción de cuerpo de adjunción. Ella expresa las condiciones *objetivas* y *positivas* a partir de las cuales el problema es planteado *desde* su dominio de racionalidad.

La adjunción, si bien expresa la relatividad de un punto de vista sobre un problema, y la libertad de modificar este punto de vista, no implica sin embargo un mero capricho, sino la posibilidad de desarrollar el problema *de acuerdo a las condiciones que le son propias*. Por eso, la *indiscernibilidad* de las raíces no expresa una mera *carencia* en nuestro

conocimiento, sino “la objetividad de lo que no sabemos”,¹⁰² y abre nuestra capacidad de expresión algebraica a un “afuera”, más allá del dominio de racionalidad dado, indeterminado pero no por ello arbitrario. Las condiciones del problema “corrigen lo que había de arbitrario en el procedimiento general de adjunción: ellas delimitan *a priori* las adjunciones requeridas. La extensión del cuerpo de base, que al principio parecía no depender sino de las decisiones del matemático, encuentra en la naturaleza misma del problema al cual debe responder sus límites naturales”.¹⁰³ Incluso las páginas de *Diferencia y repetición* que más se dedican a la defensa de un azar radical como fuente ontológica de los problemas, se esfuerzan por eliminar todo rastro de arbitrariedad, entendida como libre voluntad de un sujeto moral, un átomo provisto de libre arbitrio y deliberación racional autoconsciente.

¿El matemático no pertenece ya a la raza de los dioses? En los dos procedimientos fundamentales de la adjunción y la condensación, se ejerce, en el punto más alto, este poder de decisión, fundado en la naturaleza de los problemas a resolver, porque es siempre en relación a un cuerpo ideal añadido por el matemático que una ecuación es o no reductible. [...] *Los cuerpos ideales de adjunción que determinan un problema permanecerían librados a lo arbitrario si el cuerpo de base no resonara incorporando todas las cantidades expresables por la adjunta.* Una obra en general es siempre un cuerpo ideal en sí mismo, un cuerpo ideal de adjunción. La obra [...] es tanto más perfecta y total en cuanto el problema es mejor determinado progresivamente como problema. El autor de la obra es pues llamado el operador de la Idea.¹⁰⁴

¿Quién es el autor, el operador de la Idea? ¿Quién actúa, si la voluntad libre o el libre arbitrio son “eliminados cada vez”? La pregunta por el “¿quién?” será abordada por Deleuze en ocasión del análisis de la

¹⁰² DR, p. 233 [274].

¹⁰³ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 231.

¹⁰⁴ DR, pp. 255-257 [298-300]; cursivas nuestras.

intensidad (objeto de la segunda parte de este libro). La Idea, en tanto problema, es la fuente del sentido, la génesis de la determinación de la acción. A la inversa de la rememoración consciente en el encajonamiento de los presentes (que reenviaba a una síntesis pasiva de la memoria), la acción de un sujeto histórico, o la obra de un autor, suponen la progresividad del avance en la reducción de la indiscernibilidad propia de la estructura de grupo. La adjunción al cuerpo y la contracción del grupo hacen brotar la solución. Y no es el agente racional quien realiza voluntariamente la acción en el elemento de la deliberación consciente, sino el “operador de la Idea” quien determina progresivamente un problema en el elemento inconsciente del acontecimiento, incorporando el movimiento de la adjunción ideal y anudándola a la *condensación* de singularidades, como el punto en el cual lo virtual *interfiere* en lo actual con un máximo de *efectuación*:

Los dos procedimientos de la vice-dicción, que intervienen a la vez en la determinación de las condiciones del problema y en la génesis correlativa de los casos de solución, son, por un lado, *la precisión de los cuerpos de adjunción*, por otro lado, *la condensación de las singularidades*. Por un lado, en efecto, debemos, en la determinación progresiva de las condiciones, descubrir las adjunciones que completan el cuerpo inicial del problema [...]; y debemos fijar el modo en que se encadenan o encajonan [*emboîtent*] con el cuerpo inicial. Por el otro lado, debemos condensar todas las singularidades [...] en una ocasión sublime, Kairós, que hace estallar la solución como algo brusco, brutal y revolucionario.¹⁰⁵

Es en este sentido que las Ideas eran descriptas como insiendiendo, aquí y allá, en la producción de un mundo histórico actual. No es falso decir que es la lucha de los hombres y mujeres libres lo que hace la historia, pero es preciso ligarla a las singularidades propias de los problemas que esas luchas encarnan, y a la libertad como ejercicio trascendente de la facultad de sociabilidad. Los movimientos propios de

¹⁰⁵ DR, pp. 245-246 [287-288].

la Idea social *abren* los diferentes cuerpos sociales actuales a su afuera, a lo virtual, condición trascendental de posibilidad de transformación de los dominios de racionalidad por los cuales una sociedad se comprende y se reproduce a sí misma.

Las dos series, virtual y actual, no se rigen por las mismas leyes: el encajonamiento de los antiguos presentes coexistentes en virtualidad no se confunde con la sucesión de los presentes en actualidad. Pero ambas se cruzan, resuenan, interfieren, y la virtual es la razón de la génesis de las determinaciones de nuevos dominios de racionalidad. La génesis de la determinación —a partir de cualquier dominio de racionalidad, sea de orden social, psíquico, científico, estético, etc.— depende tanto de la *adjunción* de elementos virtuales ante los problemas que atraviesan ese cuerpo, como de la *condensación* de las singularidades, condensación de la bruma virtual que rodea, en permanente relación de interferencia destructivo-constructiva (disolutivo-genética), a los existentes individuados en sus dominios de racionalidad actuales. No se sabe lo que puede un cuerpo, cuando los problemas que le son inmanentes afloran y lo abren a su afuera.

*

Una última palabra acerca del rol que la matemática cumple en el discurso deleuziano (en función de la pregunta que dio origen a este capítulo). El modo en que la matemática aborda sus problemas provee un ejemplo privilegiado para acceder a la *universalidad* de la dialéctica Ideal. La dialéctica no es en última instancia matemática, porque la matemática —escribe Deleuze— “surge con los campos de solución en los cuales se encarnan las Ideas dialécticas de último orden, y con la expresión de los problemas relativa a esos campos”.¹⁰⁶ A lo largo de este capítulo vimos que los problemas virtuales existen como *dobles* de las instancias actuales que los encarnan, abriéndolas a nuevas actualizaciones posibles y, en

¹⁰⁶ DR, p. 235 [275].

consecuencia, a nuevos problemas. Si la diferenciación entre órdenes dialécticos remitía a la expresión de los problemas en las soluciones que ellos engendraban, en las matemáticas esta expresión alcanza una suerte de límite: ellas expresan Ideas de último orden. No hay ningún dominio de racionalidad que vaya más lejos en la expresión de Ideas dialécticas. Este privilegio que Deleuze otorga a las matemáticas para construir su metafísica no tiene que ver con una primacía de la Idea matemática (pues la dialéctica se expresa por igual en todos los dominios, los *duplica* por igual a todos), sino por el modo en que la matemática *expresa* los problemas que se plantean en ella.¹⁰⁷

Lo virtual rodea a lo actual como bruma: fuerzas, series, velocidades, fragmentos o elementos abstractos en interferencia constante con la experiencia y la ciencia, como razón suficiente de su constitución y de sus cambios. Así como la indeterminación propia de lo virtual era condición de la génesis de la determinación, su indiscernibilidad es correlativa de una progresividad que permite pensar *temporalmente* el proceso que subyace a la actualización. Existe aún un factor *espacial* que interviene en lo virtual, y que —al igual que el temporal— no se asemeja a las formaciones espaciales empíricas. Se trata de la caracterización de lo virtual como *multiplicidad*, concepto tomado de la geometría de Riemann, a través del cual Deleuze avanza en el desarrollo del estructuralismo presentado en *Diferencia y repetición*.

¹⁰⁷ En este sentido hay, creemos, una interesante resonancia con el modo en que Foucault, un año después de la aparición de *Diferencia y repetición*, caracteriza el lugar singular de las matemáticas en *La arqueología del saber*. En efecto, si lo que define para el arqueólogo que historiza las diferentes ciencias son los diferentes *umbrales* que ciertos discursos franquean en determinado momento de su formación, la matemática se presenta como una suerte de discurso extra-histórico, porque franquea de un solo golpe todos los umbrales a la vez. “Hay una ciencia para la que no pueden distinguirse estos diferentes umbrales ni describirse entre ellos un tal conjunto de desajustes: las matemáticas, única práctica discursiva que ha franqueado de una vez el umbral de la positividad, de la epistemologización, de la científicidad y de la formalización” (Foucault, Michel, *L'archéologie du savoir*, Paris, Gallimard, 2016 [1969], p. 255). Por ese motivo, las matemáticas rehúyen al punto de vista historicista que sigue el arqueólogo, pero también, por ese mismo motivo, sirven al dialéctico que explora las condiciones de esa *supra-historicidad* propia de los problemas virtuales.

Interferencia #3: La singularidad y el doble en F

En la Interferencia #2, analizamos la proximidad entre la Idea deleuziana modulada a partir de la relación diferencial, y el concepto de diagrama desarrollado en el *Foucault*. En efecto, el diagrama, en tanto “una emisión, una distribución de singularidades”,¹⁰⁸ conformaba una instancia virtual, difusa, no localizable, que caracterizaba la naturaleza de las relaciones de poder. Cuando Deleuze aborda el problema de las relaciones entre poder y saber, plantea este problema en los términos de una *actualización*: los saberes, en tanto “prácticas” (y no sólo ellos, sino también las instituciones, las personas, en suma, los diferentes estratos de una formación social), actualizan las relaciones diagramáticas de poder, en un complejo *poder-saber* que articula el diagrama y el archivo a partir de su diferencia de naturaleza. Esta diferencia replica la doble existencia de la singularidad definida por Lautman, o el doble aspecto de las ecuaciones diferenciales: por un lado, campo vectorial y su(s) singularidad(es) (relación de fuerzas definida por el diagrama), por el otro, curvas integrales (actualización de esa relación en estratos diversos definidos por distintos regímenes de enunciación). Lautman reaparece en este punto como fuente para afirmar esta diferencia de naturaleza: “Es en este sentido que una curva efectúa las relaciones de fuerza, regularizándolas, alineándolas, haciéndolas converger en series, trazando una «línea de fuerza general»: para Foucault, no sólo las curvas y los gráficos son enunciados, sino que los enunciados son especies de curvas o gráficos. [...] *[E]l enunciado es la curva que une puntos singulares*, es decir que efectúa o actualiza relaciones de fuerza”.¹⁰⁹ Si en la Interferencia #2 hacíamos hincapié en el carácter de función *primitiva* del enunciado como unidad primaria del análisis, y en su indisoluble conexión con una serie de funciones *derivadas*, ahora debemos recalcar la motivación que postula ese nivel como unidad primaria y la lógica de su desarrollo en la realidad efectiva. La motivación de seleccionar un régimen de enunciados para el análisis de una formación social reside en que este es el aspecto manifiesto de ciertas

¹⁰⁸ F, p. 80 [102].

¹⁰⁹ F, p. 85 [108].

relaciones de poder, las cuales existen como su *doble*, en las oscuridades no visibles del tejido social. La lógica de desarrollo de los enunciados (y por extensión, de las funciones derivadas que dependen de ellos) es la de la prolongación analítica: los estratos de una formación social son como las líneas que conectan —siguiendo un criterio local, progresivo y convergente— los distintos nudos de las relaciones de poder, los puntos singulares del diagrama que dirige esa formación. Esto ocurre también con las instituciones y las visibilidades. En el régimen de la sociedad disciplinar, la familia, la escuela, el hospital, la fábrica, son como diferentes curvas, integraciones locales que tienen como límite el Estado —intento de integración global—, y como *doble*, las singularidades del diagrama de fuerzas expresado por esas instituciones.

Siempre la relación curva-punto singular, y la doble existencia, paradójica y especular, que los vincula. De ahí la relevancia del problema del “doble” que Deleuze rescata en Foucault (“el tema que siempre ha acechado a Foucault, es el del doble”).¹¹⁰ Ahora bien, si la doble existencia era caracterizada en *Diferencia y repetición* como la co-existencia de trascendencia e inmanencia de la singularidad respecto a la curva, en el *Foucault* esta terminología se transforma. La noción de “trascendencia” se desplaza hacia la de “afuera”: “el doble no es nunca una proyección del interior, es al contrario una interiorización del afuera”.¹¹¹ La noción de “afuera” cobra fuerza en la obra deleuziana de los 80, como aquello que abre el campo de lo actual/estratificado al plano de inmanencia. El enunciado funciona como *curva* que conecta singularidades, pero a la vez “tiene necesariamente un lazo específico con un afuera, con «otra cosa que puede serle extrañamente semejante y casi idéntica» [...]”. Pero *los puntos singulares mismos*, con sus relaciones de fuerzas, no eran ya un enunciado: eran el afuera del enunciado”.¹¹² Análogamente, las visibilidades, las instituciones, como contracara complementaria de los saberes, son a su vez actualizaciones de las relaciones de poder.

¹¹⁰ F, p. 105 [129].

¹¹¹ *Ibidem*.

¹¹² F, p. 85 [108].

Enunciado y visibilidad —si bien mutuamente exteriores— no están *afuera* uno del otro, sino que ambos están abiertos a *su* afuera, que son las relaciones de fuerzas virtuales que sostienen las relaciones actuales entre los saberes y las visibilidades actuales. Diagrama de fuerzas o, en el vocabulario de *Diferencia y repetición*, Idea dialéctica, como principio inmanente de enlace, que une lo diferente a través de la pura diferencia.

Interferencia #4: Las cadenas de Markov en F

El problema de la *temporalidad* en el plano de lo virtual es abordado por Deleuze nuevamente en la década del 80, en el *Foucault*, y también en sus clases.¹¹³ Ni el nombre de Galois ni el concepto de determinación progresiva son mencionados en este nuevo tratamiento, sino que la noción matemática a la que recurre Deleuze para pensar esa temporalidad es la *cadena de Markov*. Esto introduce un elemento *probabilístico* en eso que más arriba conceptualizamos como un encajonamiento de antiguos presentes correlativo a un ordenamiento de niveles del pasado puro. En el campo de la probabilidad y la estadística, la propiedad de Markov refiere un proceso estocástico¹¹⁴ donde la probabilidad de que un evento ocurra en un momento dado de una secuencia discreta de eventos depende exclusivamente del momento inmediatamente previo. Se describe como un proceso aleatorio “sin memoria”, porque los estados pasados del mismo no inciden directamente en el resultado actual, sino sólo el inmediatamente anterior. Dado un sistema con X posibilidades, el resultado de ese sistema en el tiempo n depende exclusivamente del tiempo $n - 1$ y de los valores posibles para X . Lo que Deleuze pretende retener de esta noción es la posibilidad de pensar un *re-encadenamiento semi-aleatorio*. Si pensamos a X como las variaciones posibles de la estructura de un grupo, y la conexión entre un antiguo presente y el actual como asociada

¹¹³ Clase del 11 de diciembre de 1984. Disponible en línea; URL: http://www2.univ-paris8.fr/deleuze/article.php?id_article=283 (último acceso 12 de enero de 2023).

¹¹⁴ Es decir, una secuencia de eventos más o menos aleatorios donde la probabilidad de que ocurra el siguiente es matemáticamente expresable.

a un reordenamiento de la totalidad virtual, cada “nuevo” presente actual supondrá la mediación a través de esa totalidad que se abre a un azar cuasi-absoluto.

Esto es ejemplificado en los estudios sobre cine, para pensar la relación de la imagen cinematográfica y los procesos cerebrales. Para introducir el concepto, Deleuze se sirve de un ejemplo lingüístico, que retomamos aquí en extenso: “tomamos una serie de urnas, de cajas. Supongamos que me doy la regla siguiente: cada caja podrá contener grupos de tres letras donde las dos primeras son constantes. Entonces en nuestra primera urna tenemos a-b-a, a-b-b, a-b-c, a-b-d, a-b-e, a-b-f, etc. ¿Se entiende? En la segunda tenemos b-c-a, b-c-b, b-c-c, b-c-d, etc. En cada urna tenemos un grupo llamado trígama, grupo de tres letras donde las dos primeras son constantes. ¿Me siguen? Esto aún no nos da nada. Pero ustedes saben bien que en una lengua esto permite hacer cálculos de frecuencia. Por ejemplo, al nivel de los grupos de letras. Se dirá que en francés la letra Q, en un máximo de casos es seguida por la letra U. Y se podrá calcular la frecuencia del grupo Q-U en relación a los grupos que contienen Q sin estar seguida de U. Ahí pienso inmediatamente en COQ [gallo]. [...] ¿Por qué les cuento todo esto? Se los cuento porque tienen el caso típico, que hará comprender lo que se llama cadena de Markov mejor que si la definiera por fórmulas matemáticas. Ven que cada tirada se hace al azar, en la urna, pero cada tirada depende a la vez de la precedente, porque elegimos como segunda urna la que estaba determinada por las dos últimas letras del trígama elegido en la primera urna”.¹¹⁵ La propiedad de Markov se ilustra aquí a partir de *grupos* de letras, introduciendo en ellos relaciones de *frecuencia*. Si quisiéramos armar un grupo de ternas con las 27 letras del alfabeto español, tenemos que las combinaciones posibles son 27^3 (19.683). En este caso, a diferencia del de las ecuaciones algebraicas, ya no se trata de *subgrupos* de sustituciones asociadas según las condiciones del grupo de la ecuación, sino de tríadas de elementos asociados según la frecuencia en que esas tríadas aparecen efectivamente en las

¹¹⁵ *Ibídem*.

palabras de una lengua. Lo que permite establecer un cierto orden, en esta “biblioteca de babel” formada por grupos de tres elementos, es su comparación con tríadas efectivamente utilizadas con cierta frecuencia en una lengua actual. Con este criterio de frecuencia aplicado a ese dominio de grupos, obtenemos para cada combinación de dos letras una cadena de Markov, mixto de azar y necesidad, en tanto las dos primeras letras del trigramo limitan las posibilidades de la tercera (la estructura Q-U, en francés y en castellano, estará seguida casi exclusivamente por -E o -I, estando el azar limitado por esa tirada previa QU-). La cadena de Markov (que tiene múltiples aplicaciones en dominios diversos) es utilizada por Deleuze para pensar el fenómeno de re-encadenamiento aleatorio semi-dependiente por el cual los regímenes de imágenes de algunos cineastas modernos rompen con el régimen cinematográfico clásico de encadenamiento causal sensorio-motor.¹¹⁶

Ahora bien, a través de esta noción, Deleuze intenta dar cuenta del proceso por el cual distintos *diagramas* de poder se suceden unos a otros en el campo social. Una formación social dada, históricamente determinada, estratificada, reenvía a un diagrama como a su *afuera*; el diagrama es el elemento informal de las puras relaciones de fuerzas que se actualizan en dicha formación. Si bien en sí mismo el diagrama es variación pura, cada formación remite a un diagrama característico: diagrama griego, romano, feudal, pastoral, disciplinar... La pura mutabilidad del diagrama recibe estabilidad de los estratos en los que se instancia, y que pueden ser a su vez cambiantes en virtud de la mutabilidad del diagrama. “Cada diagrama es una multiplicidad, y hay una multiplicidad de diagramas”.¹¹⁷ Surge entonces la pregunta acerca de la relación entre el diagrama y las diferentes estratificaciones que se suceden en la historia. Aquí interviene nuevamente el concepto de cadena de Markov. “No se encadena cualquier cosa con cualquier cosa. Se trata más bien de tiradas sucesivas, donde cada una opera al azar, pero en

¹¹⁶ Bajo influencia de Raymond Ruyer, Deleuze toma esta interpretación de las cadenas de Markov, y extiende hacia el cine el análisis que aquel hacía del funcionamiento cerebral, social, literario, vital e histórico, como procesos de fenómenos semi-fortuitos (cf. IT, p. 277 [281-282]).

¹¹⁷ CFI, p. 110 (clase del 21 de enero de 1986). Cf. también F, p. 91 [114].

condiciones extrínsecas determinadas por la tirada precedente. El diagrama, un estado de diagrama, es siempre un mixto de aleatoriedad y de dependencia, como en una cadena de Markov. «La mano de hierro de la necesidad que sacude el cubilete del azar», dice Nietzsche invocado por Foucault. No hay pues encadenamiento por continuidad ni interiorización, sino re-encadenamiento por debajo de los cortes y las discontinuidades (mutación).¹¹⁸ Esto hace preciso distinguir entre *exterioridad* y *afuera*. Lo que es exterior entre sí son las formas, las formaciones históricas, los estratos, que presentan cortes y discontinuidades. Pero por debajo de estas discontinuidades está el *continuum* virtual de las relaciones de fuerzas diagramáticas, la pura mutabilidad que adquiere una estabilidad relativa en los estratos, pero que permanece en torno a ellos como neblina, como el afuera que esos estratos, en tanto dominios de racionalidad (de enunciación y visibilidad) nunca pueden interiorizar. El corte, el salto de una formación a otra estará siempre acompañado por problemas intrínsecos a esa formación, pero motivado y superado, en última instancia, por el diagrama de fuerzas que introduce en ese salto un elemento de aleatoriedad por el cual la historia no puede nunca ser totalizada y cerrada de acuerdo a los requisitos de un determinismo simple. No por eso deja de haber un componente de necesidad que enlaza las formaciones extrínsecas, reuniéndolos por debajo de sus rupturas: “cada diagrama es una tirada de dados, pero el segundo diagrama se reencadena con el precedente porque éste ha fijado las condiciones bajo las cuales se realiza la segunda tirada”.¹¹⁹ No son ya grupos de tríadas vinculados por un criterio de frecuencia, ni de raíces vinculadas por las sustituciones posibles relativas a un dominio de racionalidad, pero las fuerzas del afuera están sin embargo emparentadas con estos elementos. Las fuerzas no forman una estructura de grupo *cerrada*, pero poseen la misma característica de ser un mixto de aleatoriedad y necesidad, en cuyo devenir el mundo actual se hace, deshace y rehace. En ese sentido, los estratos actuales, dominios de racionalidad, no dejan de adjuntar fuerzas procedentes del afuera, y de mutar sus estructuras a partir de ellos. La interacción permanente entre

¹¹⁸ F, p. 92 [115].

¹¹⁹ CFI, p. 113 (clase del 21 de enero de 1986).

lo actual y lo virtual sostiene un estado de interferencia por el cual nuevas singularidades entran en resonancia con las estructuras efectivamente existentes. En el *Foucault*, las fuerzas del afuera propiamente desestabilizadoras de las formaciones estratificadas vendrán de la mano de la *subjetivación* como potencia de *pliegue*. Lo veremos en próximas interferencias.

Capítulo III

Riemann: la Idea como multiplicidad¹

Georg Bernhard Riemann,
el filósofo más grande de la geometría

MORRIS KLINE

La noción de multiplicidad (o variedad) de Riemann es una influencia fundamental para el pensamiento deleuziano en su conjunto. La distinción entre tipos de multiplicidad, y la indagación sobre las multiplicidades *continuas* o *lisas*, que conjuntan diversas dimensiones heterogéneas, son rasgos inspirados en el trabajo del matemático alemán. Deleuze define la filosofía como “teoría de las multiplicidades”² sobre la huella del “matemático de las multiplicidades”, en un intento de construir un concepto filosófico afín a los espacios de Riemann. La noción de “multiplicidad” nos acompaña subrepticiamente desde el comienzo de nuestra indagación sobre Deleuze. Vimos en nuestro primer capítulo que el momento de la determinación recíproca de la Idea permitía caracterizarla como una multiplicidad que comunicaba una variedad de grados de variación (en tanto Idea de la Idea...). Las nociones de diferencial, curvas integrales y campo vectorial son componentes fundamentales de la construcción riemanniana.

La noción de multiplicidad viene a dotar a la Idea de una suerte de espacialidad, relativa al modo de *coexistencia* de los

¹ Una versión reducida de algunos de los contenidos de este capítulo ha sido previamente publicada en: Santaya, Gonzalo, “Geometría diferencial y teoría de las Ideas: la presencia riemanniana en *Diferencia y repetición* de Deleuze”, en *Universitas Philosophica*, vol. 38, n° 76, Bogotá, Pontificia Universidad Javeriana, mayo de 2021, pp. 49-77.

² D, p. 179 [51].

elementos, relaciones y órdenes ideales que componían el ordenamiento de la temporalidad virtual. Pero, así como aquel *tiempo* ideal, propio de la determinación progresiva, no se asemeja a la “flecha del tiempo” o al empírico y lineal sucederse de los eventos, este *espacio* ideal no guarda semejanza con la forma de exterioridad recíproca de las partes extensivas actuales. El espacio de la Idea no se asemeja al espacio de la intuición. Se trata de un espacio pluridimensional que relaciona sus partes de manera *interna* —un espacio que no es *partes extra partes*. Ni la génesis de la determinación, ni la dialéctica ideal, ni la determinación progresiva de la Idea, se dan independientemente de esta particular espacialidad. Determinación, tiempo y espacio virtuales se dan en la Idea juntos de una vez, cada vez, como una multiplicidad que rodea lo actual “como neblina”, impulsándolo más allá de sí. En este sentido, el análisis de la espacialidad virtual será ocasión de retomar los análisis previos sobre la estructura ideal y completar su concepto, para luego avanzar sobre el proceso de actualización. La geometría diferencial de Riemann recoge las interferencias matemáticas de la filosofía de la diferencia, presentando una síntesis perfecta de los elementos, momentos y caracteres de la Idea.

El análisis de la dialéctica deleuziana nos conducía a la conceptualización de una temporalidad de los problemas, y esta, a su vez, a un espacio propiamente virtual. Un pasaje de la *Lógica del sentido* es sumamente ilustrativo respecto a este encadenamiento:

La determinación de las condiciones [de un problema] implica por un lado un espacio de distribución nómade donde se reparten las singularidades (Topos); por otra parte, un tiempo de descomposición por el cual este espacio se subdivide en sub-espacios, cada uno sucesivamente definido por la adjunción de nuevos puntos que aseguran la determinación progresiva y completa del dominio considerado (Aión). Siempre hay un espacio que condensa y precipita las singularidades, como un tiempo que completa

progresivamente el acontecimiento con fragmentos de acontecimientos futuros y pasados. Hay pues una autode-terminación espacio-temporal del problema.³

Este pasaje hace presentir la necesidad de una cierta preeminencia del espacio virtual por sobre el tiempo: es mediante la repartición de singularidades que se define el tiempo como subdivisión de sus lugares. El mismo movimiento puede adivinarse subrepticamente en *Diferencia y repetición* cuando, en el Capítulo IV, luego de desarrollar la noción de dialéctica ideal y de determinación progresiva, Deleuze se vuelca a dar una definición técnica de la Idea en términos de la geometría diferencial de Riemann.

La importancia de esta geometría para el empirismo trascendental está prefigurada por la superación de las ilusiones natural y filosófica, que vimos en el capítulo anterior. Toda la cuestión radica en mostrar en el planteo mismo de un problema, la *génesis interna* de las condiciones de su resolución, sin presuponer la forma de las proposiciones posibles dadas de antemano como piedra de toque. En este contexto, Deleuze escribe: “Sin esta inversión, la famosa revolución copernicana no es nada. No hay revolución mientras se permanezca en la geometría de Euclides: es preciso ir hasta una geometría de la razón suficiente, geometría diferencial de tipo riemanniano, que tiende a engendrar lo discontinuo a partir de lo continuo, o a fundar las soluciones en las condiciones de los problemas.”⁴

Al igual que Abel y Galois para el álgebra, en el campo de la geometría Riemann rompe con Euclides, ligado a la ilusión natural que supone a los teoremas como verdades preexistentes a su generación, enlazados por su deducción a partir de axiomas y definiciones. La geometría diferencial, en cambio, *funda las soluciones en las condiciones del problema*, o —lo que parece ser lo mismo, según el fragmento citado— *engendra lo*

³ LS, p. 146 [134].

⁴ DR, p. 210 [248]. Esta cita, a su vez, resuena potentemente con la de NP, p. 120 [149], que hemos traído en nuestra introducción general, en ocasión de presentar una *topología trascendental* como momento necesario de una reelaboración de la empresa crítica.

discontinuo a partir de lo continuo. El primer momento de la Idea, con su *causa ideal de la continuidad*, apuntaba en esta dirección: llegar a ese punto de disolución de la identidad individual en el diferencial como universal, para hacer emerger desde ahí la determinación singular. Este movimiento se manifiesta a través de la Idea matemática —“último orden” de la dialéctica ideal—: en el campo del análisis por el cálculo diferencial, en el campo del álgebra por la teoría grupos, y en el campo de la geometría por la multiplicidad de Riemann. La conjunción de estas tres interferencias forma la elaboración deleuziana del concepto de “lo virtual”.

Cabe aclarar que la “ruptura con Euclides” sugerida por la geometría diferencial no implica una negación de la validez o relevancia de la geometría euclidiana, sino una ruptura con la concepción que la postula como la única geometría posible, o que la hipostasia como la única descripción adecuada al espacio físico. En una entrevista del año 1968, Deleuze recalca este punto, comparando la historia de la matemática con la de la filosofía: “La filosofía no ha hecho revoluciones o investigaciones comparables a las que se han llevado a cabo en las ciencias [...]. Platón, Kant, etc., siguen siendo fundamentales, sin duda. Pero las geometrías no euclidianas no impiden que Euclides siga siendo fundamental para la geometría”.⁵ Se trata, entonces, de introducir en filosofía una revolución semejante.

Comenzamos este capítulo con una breve digresión en torno a la historia de la geometría, enfocándonos en el nacimiento de las geometrías no euclidianas, para sondear la naturaleza de la revolución acontecida en ese campo y el contexto en el que Riemann construye su concepto de “multiplicidad”. Luego, indagaremos en la influencia de esta noción en *Diferencia y repetición*, siguiendo la definición de la Idea como “multiplicidad definida y continua de n -dimensiones”.⁶

⁵ ID, p. 195 [183].

⁶ DR, p. 236 [277].

III.I.- Geometría euclidiana, no euclidiana, y diferencial

III.I.I.- De Euclides a Gauss

Los *Elementos* de Euclides son a la matemática lo que la obra de Platón y Aristóteles a la tradición filosófica occidental: seguimos pensando dentro de la estela de esos textos fundacionales. Es poco lo que se sabe de Euclides: “vivió y enseñó en Alejandría en torno al año 300 a. C., aunque probablemente se educara en la Academia de Platón; y esto es todo cuanto conocemos de su vida”.⁷ En cuanto a su trabajo, es comparable a Homero: no “crea” la geometría —como Homero no crea la mitología—, sino que recoge, sistematiza, describe ordenadamente y otorga nuevas demostraciones al saber matemático griego, incorporándole nuevas conclusiones y descubrimientos: “constituyen así los *Elementos* tanto una historia matemática de la época precedente como el desarrollo lógico de una teoría”.⁸

La geometría euclidiana fue un modelo a seguir en dos sentidos: por un lado, a causa de su *objeto*, las leyes fundamentales de la extensión, como medio universal en que se desarrollan los fenómenos naturales; por otro lado, a causa de su *método*, el modo en que esas leyes se hallan formalmente interconectadas, rigurosamente deducidas a partir de principios y construcciones fundamentales. Este cuerpo de conocimientos satisfizo por siglos las máximas exigencias epistemológicas: *realismo* en cuanto al objeto estudiado, *coherencia* respecto a la conexión sistemática de sus partes. Como destaca Hermann Weyl: “El *espacio* era para los griegos el objeto de una ciencia muy clara y que no tenía ningún tipo de carácter conjetural. Sobre el modelo de esta ciencia se apoya para los antiguos el ideal de una ciencia pura: la geometría ha sido una de las manifestaciones más potentes de la soberanía del espíritu que animaba

⁷ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, op. cit., p. 88.

⁸ *Ibidem*.

la cultura antigua”.⁹ Y desde esta visión hasta el proyecto cartesiano de una *mathesis universalis*, “el ideal supremo fue, para toda ciencia, desarrollarse «*more geometrico*»”.¹⁰ Esta *soberanía* espiritual, de la que habla Weyl, no puede, pues, considerarse aisladamente de un *imperialismo* cultural euclidiano. Si, desde la antigüedad hasta la física newtoniana, el espíritu ha sido efectivamente el soberano, el sistema euclidiano le proveyó un modelo que dictaminaba la *forma* del conocimiento científico.¹¹ Este predominio puede matizarse, puesto que los *Elementos* han sido también objeto de críticas y largas disputas que datan desde sus primeros comentaristas,¹² pero el corpus euclidiano se sostuvo como paradigma de la geometría hasta comienzos del siglo XIX, y “hasta aproximadamente 1800 todos los matemáticos estaban convencidos de que la geometría euclídea era la idealización correcta de las propiedades del espacio físico y de las figuras en ese espacio”.¹³ El reconocimiento y desarrollo de *otras* geometrías posibles se da a partir de los trabajos de Bolyai, Lobachevsky, Gauss y Riemann. En el caso de los tres primeros, la “subversión” a Euclides se plantea en torno a un postulado célebre de sus *Elementos*, conocido como “el postulado de las paralelas”.

⁹ Weyl, Hermann, *Temps, espace, matière. Leçons sur la théorie de la relativité générale*, París, Albert Blanchard, 1922, p. 1.

¹⁰ *Ibidem*.

¹¹ En este sentido, el historiador de la matemática José Babini se ha referido al predominio de Euclides como “imperio”. “[A] partir de entonces la matemática griega se refugia en la geometría, que pronto impondrá su imperio no solo sobre toda la matemática, sino sobre regiones vecinas. Los *Elementos* de Euclides [serán] la Biblia del saber matemático griego [...] Es claro que los griegos no advirtieron que este imperialismo de la geometría, con todos sus éxitos, comportaba un sacrificio y una mutilación de la matemática: al limitar la aritmética a las propiedades de los números racionales y abandonar su estudio ulterior, se impidió toda posibilidad de desarrollo de tipo algebraico y con él el progreso de los métodos infinitesimales.” (Babini, José, “Newton, Leibniz, y el cálculo infinitesimal”, en Newton, I., y Leibniz, G. W., *El cálculo infinitesimal*, op. cit., pp. 7-8.)

¹² Para un resumen de algunos problemas recurrentemente señalados al corpus euclidiano, cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, op. cit., pp. 1325-1328. Allí, retomando a Bertrand Russell, leemos: “Sus definiciones no siempre definen, sus axiomas no siempre son indemostrables, sus demostraciones requieren muchos axiomas de los que es enteramente inconsciente [...]. El valor de su obra como obra maestra de la lógica se ha exagerado enormemente” (*ibid.*, p. 1325).

¹³ *Ibid.*, p. 1138.

Euclides distingue entre definiciones (donde da el sentido de los términos básicos sobre los que se monta el sistema, como “punto”, “recta”, “superficie”, etc.), axiomas (nociones comunes consideradas innatas, tales como “el todo es mayor que la parte”, “dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí”, etc.), y postulados (construcciones como “trazar una recta de un punto cualquiera a otro punto cualquiera”, “para cada centro y radio, describir su círculo”, etc.).¹⁴ El quinto es el “postulado de las paralelas”, que dice que “si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los (ángulos) menores que dos rectos”.¹⁵ Si bien puede verse en esta proposición una simple continuación de la definición 23, sobre las rectas paralelas,¹⁶ lo cierto es que su estatuto de postulado fue tempranamente objeto de polémica. Según el comentador Luis Vega, el postulado en cuestión “no goza de la evidencia inmediata que aureola los demás principios geométricos [...]; dos motivos para dudar de su condición primordial de postulado son: a) la existencia de asíntotas [...]; b) la prueba en los *Elementos* de una proposición conversa de este postulado”.¹⁷

Estas consideraciones en torno al quinto postulado lo volvieron el protagonista de una extensa historia de ejercicios geométricos tendientes ya a demostrar su independencia, ya a reemplazarlo por un postulado equivalente (que permitiera derivar todo lo que de él se derivaba,

¹⁴ Nos remitimos, para una presentación de estas nociones básicas de Euclides, al trabajo –que seguimos aquí– de Datri, Edgardo, *Geometría y realidad física de Euclides a Riemann*, Buenos Aires, Eudeba, 1999, pp. 19-27.

¹⁵ Euclides, *Elementos*, trad. María Luisa Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1991, pp. 197-198 (en nota, la traductora señala: “Ninguna proposición de los *Elementos* ha tenido una vida tan agitada como la de este célebre postulado”, *ibidem*).

¹⁶ “Son rectas paralelas las que estando en el mismo plano y siendo prolongadas indefinidamente en ambos sentidos, no se encuentran una a otra en ninguno de ellos” (*ibid.*, p. 196).

¹⁷ Vega, Luis, “Introducción general”, en Euclides, *Elementos*, Madrid, Gredos, 1991, p. 57. Según el motivo “a)”, la definición de asíntotas no excluye de por sí la posibilidad de que líneas rectas lo sean; según el “b)”, dada la demostración de una proposición “conversa” (se refiere a la I, 17), debería considerarse al quinto postulado también como un teorema y no como un principio.

manteniendo así el orden del sistema en su conjunto), ya a considerarlo como un teorema más (derivándolo de otros postulados, axiomas y definiciones, lo cual modificaba el orden de los *Elementos*, pues había que re-demostrar los teoremas que suponían el quinto postulado). En todos los casos, estos ejercicios se realizaban bajo la convicción de que el sistema era válido, pero imperfecto en su expresión. El más famoso de estos intentos de vindicación a Euclides es el de Gerolamo Saccheri (Padua, 1667-1733), quien, para demostrar la independencia del quinto postulado, partió de la construcción de un cuadrado, y, preparando una prueba por reducción al absurdo, consideró que los ángulos internos no eran de 90° . Esto dejaba dos posibilidades: o bien eran menores a 90° (hipótesis del ángulo agudo), o bien mayores (hipótesis del ángulo obtuso). De esta última, Saccheri derivó en seguida una contradicción. Pero al seguir la hipótesis del ángulo agudo, dedujo una serie de teoremas y de conclusiones que, si bien no alcanzaban contradicción, los consideró “tan repugnantes que decidió que la hipótesis del ángulo agudo debía ser falsa”.¹⁸

Quien no consideró tan repugnante la posibilidad de otras geometrías fue “el príncipe de los matemáticos”, Carl Friedrich Gauss (Brunswick, 1777 – Gotinga, 1855). Hacia 1813, Gauss —que había analizado el tema y ya a los 15 años escribía a un amigo que consideraba inde demostrable el célebre quinto postulado—¹⁹ comienza a trabajar en los desarrollos de esta nueva geometría, que nunca dio a conocer. Aparentemente, este trabajo no vio la luz porque Gauss quiso evitar confrontaciones con el sentido común intelectual de su época, dominado en este punto por la doctrina newtoniana-kantiana que daba plena validez al espacio euclidiano.²⁰ La geometría no euclidiana de Gauss se reconstruyó póstumamente a partir de cartas y notas personales, y dado el enorme prestigio científico

¹⁸ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, op. cit., p. 1145.

¹⁹ Cf. *ibid.*, p. 1151.

²⁰ Tanto Kline (*ibidem*) como Datri (*Geometría y realidad física de Euclides a Riemann*, op. cit., p. 37) remiten al epistolario de Gauss para mostrar este hecho.

de Gauss, comenzó a prestarse atención a las publicaciones que el ruso Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1793-1856) y el húngaro Janos Bolyai (1802-1860) habían hecho (en 1827 y 1832-33, respectivamente) sobre el mismo tema, llegando a conclusiones semejantes aunque trabajando de manera independiente (en el caso de Bolyai, Gauss mantenía correspondencia con su padre, Farkas, y cuando este le envió la geometría que su hijo había desarrollado, Gauss vio en ella los resultados a los que él mismo había llegado). Se constituye así lo que hoy se llama “geometría hiperbólica”.

El rasgo principal de la geometría que propusieron Gauss, Bolyai y Lobachevsky implica reemplazar el quinto postulado de Euclides con la afirmación de que, por un punto exterior (C, en la ilustración 12) a una recta dada (AB), pasan infinitas paralelas a esa recta (de acuerdo con los *Elementos*, solo una paralela a la recta puede pasar por un punto tal). Estas infinitas rectas forman un “haz” que se ubica entre dos ángulos llamados “ángulos de paralelismo” ($\pi(a)$ en la ilustración 12). Por debajo de ese ángulo, las líneas que pasan por el punto C cortan la recta AB.²¹ En el caso de la ilustración 12, las rectas CD y CE son las paralelas a AB, pero todo el abanico de rectas que puede trazarse entre ellas tampoco corta la recta.

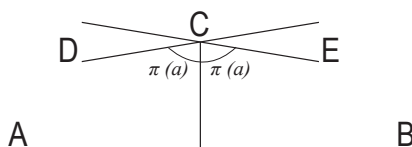


Ilustración 12: paralelas en geometría hiperbólica

Una de las consecuencias más notables de esta geometría es que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es menor que 180° , y no es un número constante: decrece cuanto más grande es el

²¹ Para más detalles, cf. Kline, Morris, *op. cit.*, pp. 1154-1158.

triángulo, y se aproxima a 180° cuando el triángulo deviene infinitamente pequeño. Esto puede visualizarse si consideramos las superficies que pueden construirse a partir de este tipo de líneas, y estudiamos los ángulos sobre ellas. Si tomamos dos paralelas euclidianas y giramos una en torno a la otra, obtenemos una superficie cilíndrica; en cambio, si tomamos la línea AB del gráfico anterior como un eje de rotación en torno al cual giramos las líneas DC y CE, obtenemos una superficie llamada “pseudoesfera” (ilustración 13).²²

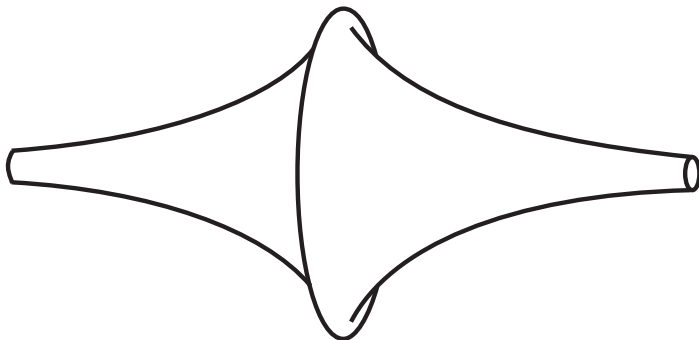


Ilustración 13: pseudoesfera. La suma de los ángulos internos de un triángulo trazado sobre este tipo de plano depende de su tamaño

La consideración de la pseudoesfera fue fundamental para desarrollar el concepto de *curvatura* de una superficie. En términos generales, podemos hablar de “espacio curvo” cada vez que estemos en un “medio ambiente” geométrico que presente “anomalías” tales como: “la suma de los ángulos interiores de un triángulo es distinta de 180° , el cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro es diferente de π , la regla para trazar un cuadrado no da una figura cerrada, etc.”.²³ El descubrimiento y

²² Cf. Datri, Edgardo, *op. cit.*, pp. 52-53.

²³ *Ibíd.*, p. 75.

ulterior estudio de este tipo de anomalías fue horadando el *hábito* científico de considerar a la geometría euclidiana como la esencia del espacio físico, e inauguró el debate acerca de la estructura espacial del universo.

Los matemáticos que entraron en este debate confiaban en que, en caso de tomar las mediciones adecuadas en nuestro espacio ambiente, podría determinarse el enigma sobre el modelo geométrico correspondiente al espacio físico. De hecho, desde 1816, Gauss se dedicó intensamente a estudios de cartografía: su trabajo en geometría está ligado a la aplicación al mapa de la Tierra, y se nutre de mediciones físicas reales, sobre las que publicó numerosos ensayos.²⁴ El más célebre de sus estudios a este respecto es de corte teórico, y se titula “Investigaciones generales sobre superficies curvas” (1827). Este ensayo sobre el tratamiento geométrico de superficies es el estudio fundamental de la geometría diferencial. Allí, Gauss plantea su “*teorema egregium*” (“teorema destacable” o “excelentísimo”), que propone el concepto completamente nuevo de que *una superficie es un espacio en sí mismo*, sin considerarlo como “sumergido” en el espacio euclidiano tridimensional ($\mathbb{R}^3$). Esto es: antes de este descubrimiento gaussiano, el estudio geométrico de figuras tridimensionales como cilindros, cubos o esferas, consideraba estas figuras inmersas en un espacio ambiente de tres dimensiones (x, y, z), cada una de las cuales era considerada una “recta real” (de ahí la denominación $\mathbb{R}^3$ para referirse a toda configuración euclidiana tridimensional). En lugar de esto, Gauss desarrolla un método para determinar la estructura global de la superficie mediante la realización de mediciones localizadas sobre la superficie misma. La noción fundamental sobre la que se apoyan estas mediciones es la *curvatura*.

²⁴ Se dice que una de las “aventuras” geométricas de Gauss fue medir los ángulos del gran triángulo formado por los picos de los montes alemanes Hohenhagen, Inselsberg y Brocken, a fin de contrastar si la geometría del espacio real es no euclidiana. El margen de error propio de los ejercicios de medición dejó indeterminada la cuestión. Para un análisis pormenorizado de estos ejercicios gaussianos cf. Scholz, Erhard, “Carl F. Gauss, el «gran triángulo» y los fundamentos de la geometría”, en *La gaceta de la RSME*, Vol. 8.3, 2005, pp. 683-712. Lobachevsky, por su parte, había sugerido la medición de triángulos formados por estrellas.

Esto suena muy abstracto hasta que consideramos que es nuestra propia situación en el planeta Tierra: viviendo sobre la superficie de esta enorme esfera, nuestro entorno de desplazamientos posibles se nos presenta localmente como “plana” o “chata”, y así lo vivió la humanidad durante mucho tiempo; pero, si se realizan ciertas mediciones sobre esa superficie, uno puede eventualmente deducir que se encuentra en un espacio globalmente esférico (como hizo Eratóstenes de Cirene). “La geometría sobre la superficie no depende en nada de la situación particular que la superficie ocupe en el espacio; ella consiste en relaciones que pueden ser obtenidas por *medidas efectuadas sobre la superficie misma*”.²⁵ Por lo tanto, la superficie es un espacio en sí misma, *y no requiere de una dimensión suplementaria para estudiarla desde afuera*. Estas ideas de Gauss son retomadas y generalizadas por Riemann en 1854. Pero antes de pasar a eso, veamos cómo Gauss llega a su teorema destacable y cuáles son las características de su geometría diferencial.²⁶

Gauss toma una idea de Euler según la cual las *tres* coordenadas (x, y, z) de cualquier punto en un espacio tridimensional pueden ser representadas en términos de *dos* parámetros, u y v . En vez de escribirse como una ecuación con tres variables (x, y, z) , una superficie puede escribirse mediante tres ecuaciones de dos variables, o ecuaciones paramétricas:²⁷

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v)$$

Para determinar el elemento de longitud de arco ds —cantidad fundamental sobre cualquier superficie, pues determina la *distancia* entre sus puntos—, Gauss reescribe la fórmula tradicional euclidiana de

²⁵ Weyl, Hermann, *Temps, espace, matière*, op. cit., p. 76.

²⁶ Nos centramos para la reconstrucción que sigue en Kline, Morris, op. cit., pp. 1166-1174.

²⁷ Se obtiene una ecuación paramétrica toda vez que se reescriba la función cartesiana que describe una curva o superficie en el espacio euclidiano en términos de una (para la curva) o dos (para la superficie) variables llamadas *parámetros*, de modo que cada punto de la curva o superficie se expresa en términos de una función o sistema de funciones dependientes de los parámetros.

la distancia ($ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$)²⁸ a través de la parametrización con las variables u y v , obteniendo:

$$ds^2 = E(u, v) du^2 + 2F(u, v) du dv + G(u, v) dv^2$$

Donde E , F y G son funciones establecidas a partir de los coeficientes de la diferenciación de ecuaciones que relacionan las coordenadas (x, y, z) con las variables paramétricas previamente establecidas. A partir de estas expresiones, Gauss extrae una fórmula para calcular el ángulo entre dos curvas trazadas sobre esa superficie. De este modo, alcanza expresiones generales para determinar dos elementos esenciales de toda geometría: la *distancia* entre puntos y el ángulo entre líneas.

A continuación, Gauss se dedica a la cuestión de la *curvatura* de la superficie, que determina mediante el análisis del *plano tangente* a un punto de la misma (el plano tangente a una superficie en un punto es el análogo a la recta tangente a una curva: el plano que toca a la superficie en un único punto). Primero, Gauss analiza este plano como perteneciendo al espacio euclidiano en el que la superficie está inmersa, y considera el entorno de un punto en términos de (x, y, z) ; pero cuando la superficie está dada por ecuaciones paramétricas, en términos de u y v , estas variables permiten describir toda una familia de curvas sobre la superficie, y en particular, permiten expresar la curvatura de la misma sin referirla a las dimensiones tradicionales $\mathbb{R}^3$ sino de manera intrínseca (ilustración 14). Para una superficie dada cuyas curvas paramétricas están determinadas, Gauss muestra cómo sus propiedades geométricas pueden deducirse completamente mediante las cantidades E , F y G de la fórmula de ds^2 . A partir de

²⁸ La fórmula de la distancia entre puntos en el plano euclidiano-cartesiano 2-dimensional se calcula (considerándola como la hipotenusa de un triángulo rectángulo y siguiendo la regla del teorema de Pitágoras) mediante la raíz cuadrada de la suma del cuadrado de las diferencias entre los valores que lo sitúan en las coordenadas. Formalmente, para un punto $P_1 = (x_1, y_1)$ y un punto $P_2 = (x_2, y_2)$, la distancia entre ellos se calcula mediante la expresión $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Esta fórmula puede, como vemos aquí, trasladarse al estudio de los puntos en una superficie, o, como veremos en la sección siguiente, a espacios n -dimensionales.

esto, la curvatura deja de ser una propiedad que detentan ciertos objetos *situados* en el espacio para devenir *una propiedad intrínseca al espacio mismo*.

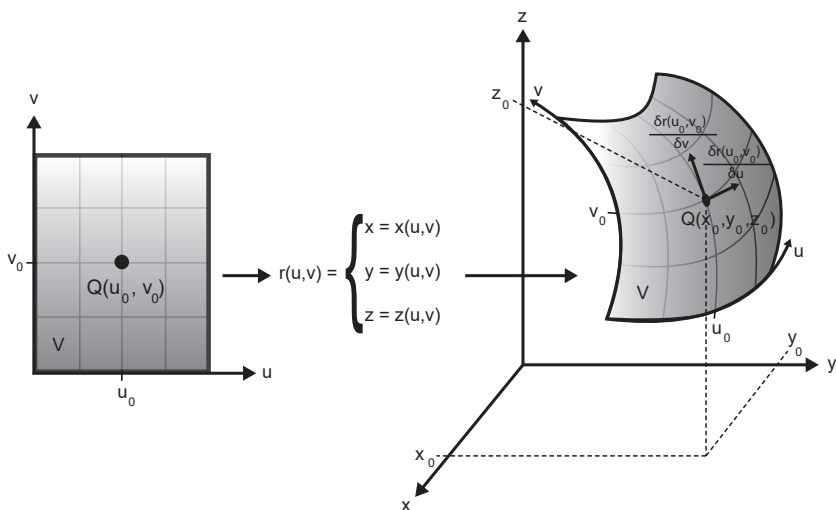


Ilustración 14: parametrización de la superficie V . La superficie puede considerarse como “inmersa” en el espacio $\mathbb{R}^3$ o bien, de manera intrínseca, a través de los parámetros u y v . A partir de un punto dado Q , se trazan los vectores ortogonales intrínsecos a la superficie en términos de derivadas parciales de u y de v . Estos vectores se localizan en el plano tangente a la superficie en Q . A través de las ecuaciones paramétricas, pueden analizarse la curvatura de la superficie y las distintas transformaciones isométricas que ella admite sin recurrir a dimensiones externas

Expresar las propiedades de una superficie en términos de E , F y G permite, entre otras cosas, analizar transformaciones que pueden imponerse a una superficie, lo cual constituye un avance en el estudio de sus propiedades topológicas. Por ejemplo, una superficie puede ser doblada o plegada y, mientras no se la estire o contraiga, las líneas de coordenadas u y v permanecen constantes, como así también el elemento ds . A través de esta propiedad, llamada *isometría*, pueden transportarse superficies unas sobre otras, manteniendo una curvatura constante, y por lo tanto, conservando las propiedades geométricas de una a otra. En esto consiste el *teorema egregium* gaussiano. Se puede desde entonces concluir que, en una

superficie de curvatura constante (por ejemplo, un cilindro), una parte de la superficie puede ser desplazada sobre cualquier otra; si, por el contrario, la curvatura no es constante (como en un elipsoide), es preciso definir una aplicación que realice un plegamiento de la parte que se desea desplazar, para acomodarla a su nueva posición.

Al desarrollar este análisis en una superficie plana y una cilíndrica (superficies de dos dimensiones), se constata que los desplazamientos de los puntos sobre el cilindro se comportan del mismo modo que sobre el plano (pueden plantearse funciones de dos variables independientes que traduzcan esos desplazamientos entre uno y otro). Como consecuencia, estos espacios de curvatura nula (plano) y constante (cilindro) son *isométricos*. En cambio, la superficie esférica no es isométrica con respecto al plano. Un ejemplo sencillo para comprender esto puede ser el triángulo en la esfera (ilustración 15): la suma de sus ángulos internos supera los 180° , y si trazamos el triángulo con base en la sección máxima de la esfera (su “ecuador”) de modo tal que cubra un cuarto del arco de la misma, y unimos sus dos lados restantes en el punto superior, se tendrá un triángulo de *tres ángulos rectos*, cuya suma de ángulos internos es 270° . Ningún triángulo trazado en un plano o un cilindro podría tener esta propiedad.

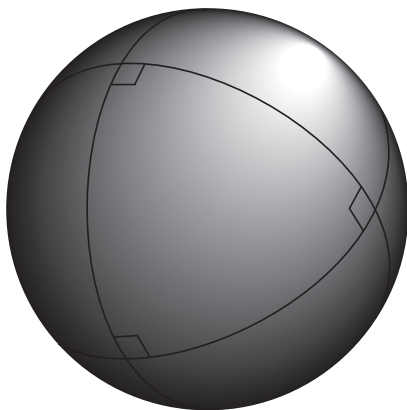


Ilustración 15: triángulo de tres ángulos rectos

Este último gráfico ilustra también otra cuestión a la que Gauss dedicó su atención: las *geodésicas* sobre una superficie. La geodésica es a una superficie lo que la recta al plano euclidiano: la distancia más corta entre puntos. En una superficie curva, el camino más corto no es recto, y no necesariamente es único (por ejemplo, en dos puntos diametralmente opuestos de una superficie esférica, hay infinitas geodésicas que los unen). Entre los célebres resultados de su ensayo de 1827, Gauss presenta un teorema sobre la curvatura de triángulos contruidos mediante geodésicas. Todo se basa en la posibilidad de estudiar una superficie de manera intrínseca a partir de su expresión mediante ecuaciones paramétricas u y v , y mediante la determinación de los elementos E , F y G que las relacionan. Podemos considerar entonces las geodésicas que atraviesan la superficie y las figuras que forman como si fueran “líneas rectas” del espacio euclidiano, pero la geometría que ellas requieren es no euclidiana.

Si bien el trabajo de Gauss tiene un enorme valor en sí mismo, sus consecuencias fueron mucho más lejos de lo que quizá él mismo sospechaba. Como dice Morris Kline:

Las implicaciones son más profundas. Si se pueden escoger diferentes conjuntos de E , F y G y, de esta manera, determinar diferentes geometrías sobre la misma superficie, ¿por qué no escoger diferentes funciones de distancia en nuestro espacio tridimensional ordinario? La función de distancia común en coordenadas rectangulares es, por supuesto, $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ y esto es obligatorio si se empieza con la geometría euclídea, ya que es justamente el enunciado analítico del teorema pitagórico. Sin embargo, dadas las mismas coordenadas rectangulares para los puntos del espacio, se podría elegir una expresión diferente para ds^2 y obtener una geometría bastante diferente para ese espacio, una geometría no euclídea.²⁹

²⁹ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, op. cit., p. 1174.

Riemann se basa entonces en el trabajo de Gauss, y lo lleva un paso más allá, ampliando el alcance de la expresión del elemento ds , estudiando no solo las transformaciones isométricas entre superficies, sino también transformaciones que modifiquen la expresión de las distancias entre ellas, *deformando* las superficies, modificando sus métricas.

III.1.2.- Los fundamentos de la geometría, según Riemann

Georg Bernhard Riemann (Breselenz, Alemania, 1826 - Verbania, Italia, 1866) es una figura singular en la historia de las ciencias: matemático de vocación, nunca aisló su trabajo en altas matemáticas de cuestiones físicas y filosóficas. Terminados sus estudios de filología y teología en la Universidad de Göttingen en 1846, Riemann no puede abandonar su pasión por las matemáticas, con las cuales entra en contacto durante sus estudios y en cuyo campo manifiesta un talento inigualable. Gauss, que fue profesor de Riemann y conocía su genio, solicitó que la lección inaugural que debía dar para su habilitación como *Privatdozent* en Göttingen fuera sobre los fundamentos de la geometría. Así nace el texto en el que nos detendremos, la influyente disertación de 1854, titulada *Sobre las hipótesis que sirven de fundamento a la geometría*,³⁰ donde se presenta la noción de *multiplicidad* o *variedad*.

La disertación de Riemann no se detiene exclusivamente en detalles técnicos, puesto que se esforzó en que su intervención fuera relativamente comprensible para el público no experto que presenciaria su conferencia (no por eso deja de ser riguroso y fértil desde un punto de vista estrictamente matemático). Puede afirmarse que la perspectiva de Riemann es la de una matemática *conceptual*, preocupada por la estructura y propiedades de las nociones básicas, antes que por la deducción de teoremas, la resolución de ecuaciones, la formalización de resultados o formulación

³⁰ Seguimos la traducción francesa de Jules Houël: "Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie", en Riemann, Bernhard, *Œuvres mathématiques*, París, Gauthier-Villars, 1898, pp. 280-299. Se trata de la versión conocida por Deleuze, citada en B, p. 32 [37].

de axiomas.³¹ Asistimos así a una refundación de la teoría matemática del espacio, un nuevo concepto de espacio basado sobre la noción de “magnitud”. La intervención riemanniana es tanto más novedosa en cuanto que no hace mención al axioma de las paralelas (fundamental para los desarrollos previos en geometría no euclidiana).³² En este sentido, logra una aproximación a la geometría a través de un “método general”, descripto en nuestro capítulo anterior. Riemann cuestiona la validez *a priori* del espacio euclidiano tridimensional, considerándola un *caso* particular de la noción general de “multiplicidad” (o “magnitud de dimensiones múltiples”). De ahí el título de su conferencia, que busca elucidar las hipótesis *que sirven de fundamento* a la geometría. Resume Kline:

¿Qué condiciones o hechos se presuponen en la propia experiencia del espacio antes de que nosotros determinemos por experiencia los axiomas particulares que se cumplen en el espacio físico? Uno de los objetivos de Riemann fue demostrar que los axiomas particulares de Euclides eran empíricos en lugar de, como se había creído, verdades autoevidentes. [...] La búsqueda de Riemann por lo que es *a priori* lo llevó a estudiar el comportamiento local del espacio, o, en otras palabras, el enfoque de la geometría diferencial como opuesto a la consideración del espacio como un todo, como se encuentra en Euclides o en la geometría no euclídea de Gauss, Bolyai y Lobachevsky.³³

³¹ Cf. Plotnitsky, Arkady, “Riemann’s Conceptual Mathematics”, en *Configurations*, Vol. 17, n° 1-2, invierno de 2009, p. 107. Jules Vuillemin afirma que Riemann sigue un “método axiomático” (cf. *La philosophie de l’algèbre*, op. cit., p. 407), siendo sus *axiomas* una progresiva determinación analítica del concepto de “magnitud de dimensiones múltiples”. Esta apreciación de Vuillemin destaca en Riemann un procedimiento lógico diferente al de las geometrías euclidianas y no euclidianas que parten explícitamente de principios y construcciones: el método de Riemann sería analítico, mientras que el lobachevskiano, sintético: (cf. *ibid.*, p. 408). Lo importante, para Riemann, es mostrar que los principios de la geometría precedente extraían determinaciones empíricas que pretendían hacer pasar por *a priori*. En este sentido, sus “axiomas” se dirigen a la elucidación de un concepto antes que a la construcción de un modelo de espacio, en la medida en que esta construcción sería deudora de aquel concepto.

³² Cf. Scholz, Erhard, “Riemann’s Vision of a New Approach to Geometry”, en Boi, Luciano, Flament, Dominique, y Salanskis, Jean-Michel, *1830-1930: A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*, Berlín, Springer-Verlag, 1992, p. 28.

³³ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, op. cit., p. 1175.

En efecto, Riemann partirá de un enfoque *local* del espacio antes que de las propiedades generales o axiomas que lo definen como estructura global. El modo por el cual llegamos a una determinación de la estructura de un espacio es, entonces, *situados* en él, según un método para elucidar sus propiedades globales a partir del enfoque local.

La exposición de Riemann comienza señalando que la geometría tradicional se da a sí misma, como “datos previos”, un concepto de espacio (descrito según tres ejes rectilíneos ortogonales) y las construcciones fundamentales en él, dando meras definiciones nominales, para luego introducir algunas determinaciones esenciales bajo la forma de axiomas; pero las relaciones mutuas entre estos datos primitivos están “envueltas en misterio”, y no se ve su enlace *a priori*.³⁴ La razón de esto es que no se ha analizado suficientemente la noción de “magnitud de dimensiones múltiples, que comprende como caso particular las magnitudes extensas”.³⁵ Este es el “paso atrás” dado por Riemann: la concepción euclidiana e incluso la no euclidiana son aún *demasiado empíricas*, sus principios fundamentales y construcciones básicas permanecen en cierto modo *exteriores* unos a otras, no se ve la necesidad interna que los conecta. Para buscar esta conexión, la indagación se dirige a una concepción filosófica³⁶ del concepto de magnitud.

La “magnitud de dimensiones múltiples” es lo que Riemann llamará *multiplicidad* o *variedad*. El concepto de magnitud, según señala, “solo es posible allí donde existe *un concepto general que permita diferentes modos de determinación*. En tanto sea posible, o no, pasar de uno a otro de estos modos de determinación de manera continua, ellos forman una

³⁴ Cf. Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie”, *op. cit.*, p. 280.

³⁵ *Ibid.*, pp. 280-281.

³⁶ De hecho, en su exposición, Riemann apela a la “indulgencia de los lectores”, por no estar ejercitado “en trabajos filosóficos de esta naturaleza, cuya dificultad radica más en la concepción que en la construcción” (*ibid.*, p. 281).

variedad continua o una variedad discreta”.³⁷ La distinción entre discreto y continuo implica una diferencia de naturaleza fundamental. Riemann llama *puntos* a los componentes de una multiplicidad continua, y *elementos* a los componentes de una multiplicidad discreta. Faltan algunas décadas para el desarrollo de la teoría de conjuntos, pero no puede dejar de verse en la multiplicidad discreta su idea de base: la numerabilidad de los elementos que la componen.

Riemann indaga, en cambio, sobre las multiplicidades continuas. Serán continuas aquellas multiplicidades donde sea posible operar un *pasaje continuo* entre un modo de determinación y otro, mientras que las discretas serán aquellas cuyos modos de determinación no admitan esta “fusión” entre sus elementos. El conjunto de monedas en mi bolsillo, por ejemplo, forma una multiplicidad discreta (y finita); en cambio, el sistema de los *lugares* que estas monedas ocupan en él forma una multiplicidad continua, ya que en su mutua modificación, estos lugares pueden trasladarse unos sobre otros mediante desplazamientos continuos, y los conjuntos de puntos que localizan cada posición relativa de las monedas entre sí forman, en sus posibles solapamientos mutuos, una infinitud que puede recorrerse sin que ninguna modificación sea la menor posible.

Según Riemann, son pocos los ejemplos de multiplicidades continuas relativas a objetos de la experiencia cotidiana (menciona dos ejemplos: los lugares y los colores),³⁸ pero en las altas matemáticas ellas aparecen por todas partes. Riemann piensa este modo de transición continua inspirado en el trabajo del psicólogo Johann Friedrich Herbart, particularmente en su noción de “formas seriales” (*Reihenformen*): una experimentación mental que recorre una serie de representaciones individuales de manera tal que, sin destruir sus propiedades singulares, las fusiona en una transición

³⁷ *Ibíd.*, p. 282.

³⁸ *Ibídem.*

continua o gradual.³⁹ Vuillemin rescata entre las obras de Riemann un “fragmento filosófico” en el que el matemático explica la noción newtoniana de “pasaje al límite” como un pasaje “por un número finito de grados intermedios, tal que las distancias entre dos modos sucesivos disminuyan todas al infinito”;⁴⁰ Vuillemin ve en este caso que Riemann se desliga del carácter intuitivo de la transición continua, para permanecer en su aspecto puramente conceptual, como tendencia a cero. Esta idea de una transición continua o gradual es una determinación fundamental tanto para la topología como para el cálculo y la geometría diferenciales.

III.I.3.- La noción de magnitud continua de dimensiones múltiples

Una magnitud continua se considera de *dimensiones múltiples* cuando la determinación de la posición de cada uno de sus puntos remite a una serie de magnitudes diferentes: tantas como *dimensiones* posea dicha magnitud. Ellas son los “modos de determinación” de la multiplicidad. Por ejemplo, un punto en los ejes cartesianos tradicionales es una magnitud de dos dimensiones, pues su localización se determina en función de dos coordenadas (x, y). Pero esta noción general no se reduce solamente al espacio geométrico habitual. O mejor, otros fenómenos, heterogéneos a la mera forma geométrica, pueden ser llevados a ella, como los estados de equilibrio de un gas (definidos por dos variables, presión y temperatura), o los sonidos “simples” (definidos por dos variables, intensidad y cualidad), forman cada uno una 2-multiplicidad. “Conforme a la teoría psicológica, los colores forman una multiplicidad de tres dimensiones porque, siguiendo esta teoría, la percepción del color está determinada sobre la retina por

³⁹ Cf. Scholz, Erhard, “Riemann’s Vision of a New Approach to Geometry”, *op. cit.*, pp. 22 y 31-33, y Boi, Luciano, *Le problème mathématique de l’espace. Une quête de l’intelligible*, Berlín, Springer, 1995, pp. 132-134.

⁴⁰ Vuillemin, Jules, *La philosophie de l’algèbre*, *op. cit.*, p. 407.

la combinación de tres procedimientos químicos: el negro-blanco, el rojo-verde, el amarillo-azul".⁴¹

Así, la noción de multiplicidad puede referir a transformaciones en sistemas continuos más allá de los movimientos de figuras en el espacio tridimensional. Más aún, al partir de la noción general de dimensiones *múltiples*, sin especificar su número, se contempla la posibilidad de espacios de un mayor número de dimensiones, incluso infinitas, incluso abiertas: $\mathbb{R}^n$. En este sentido, se enriquecen las posibilidades respecto al punto de vista de las geometrías de Gauss, Lobachevsky y Bolyai, que se mantenían estrictamente en $\mathbb{R}^3$.

Riemann muestra cómo es posible construir una magnitud n -dimensional mediante la sucesiva adición de dimensiones ($n + 1$), y recíprocamente, cómo descomponer una magnitud n -dimensional mediante una sucesiva sustracción ($n - 1$). En el primer caso, partimos del modo más simple de determinación continua cuando, dado un punto, no podemos desplazarnos sino en un solo sentido y con dos direcciones. El modo más intuitivo es el desplazamiento rectilíneo de un punto. Si esta 1-multiplicidad (multiplicidad de una dimensión) es trasladada sobre otra, *de manera que cada uno de sus puntos pueda combinarse con cada uno de los de la otra*, tendremos una 2-multiplicidad. Podemos pensar esta segunda dimensión como aquella que permite las direcciones rectilíneas arriba-abajo, obteniendo el plano euclidiano. Si esta 2-multiplicidad es trasladada sobre otra dimensión, izquierda-derecha, de modo que cada punto de la obtenida previamente pueda a su vez desplazarse o combinarse con cada uno de la nueva, habremos construido el espacio euclidiano 3-dimensional. Si repetimos este procedimiento indefinidamente, se construye una multiplicidad euclidiana n -dimensional ($\mathbb{R}^n$). La ilustración 16 muestra esa progresiva adición de dimensiones hasta una 5-multiplicidad ($\mathbb{R}^1$ a $\mathbb{R}^5$).

⁴¹ Weyl, Hermann, *Temps, espace, matière*, op. cit., p. 72. Los ejemplos del gas y del sonido provienen de esa misma página.

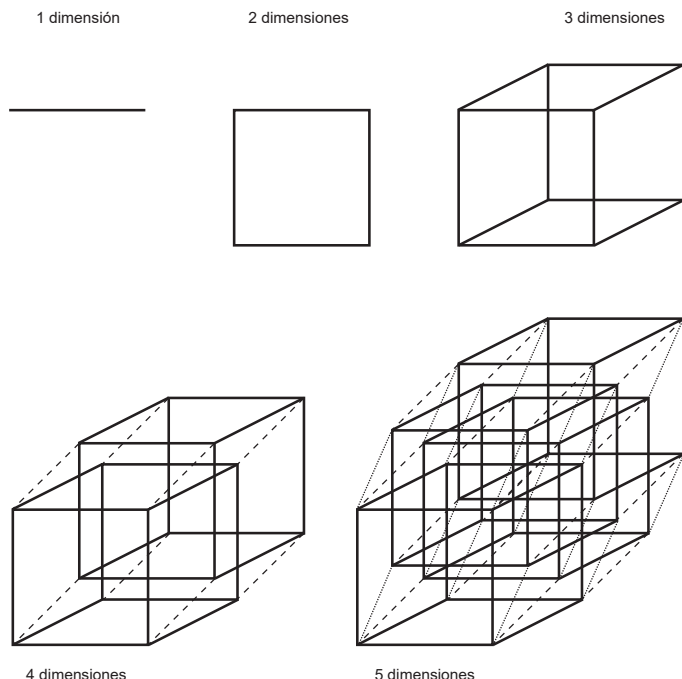


Ilustración 16: Progresiva adición de dimensiones a un cubo, de $\mathbb{R}^1$ a $\mathbb{R}^5$. Las determinaciones de posición y relaciones de movimientos posibles de los puntos que las componen ganan en complejidad con el aumento de dimensiones, y a partir de 3 no podemos representarlo de manera geométrica, aunque sí analíticamente. Para la 5-multiplicidad son necesarias 5 coordenadas (x, y, z, w, v) para situar cada punto.

Una propiedad de las variedades riemannianas es que, sin ser necesariamente euclidianas, sus distintas *regiones* pueden ser proyectadas a un plano euclidiano n -dimensional, $\mathbb{R}^n$. Esto puede verse, por ejemplo, tomando el *color* como multiplicidad, siguiendo la cita anterior de Weyl.⁴²

⁴² Weyl menciona el ejemplo del triángulo de los colores de Thomas Young y Clark Maxwell como la 3-multiplicidad de los colores (cf. *ibidem*). Este mismo ejemplo es utilizado por Vuillemin (cf. *La philosophie de l'algèbre, op. cit.*, p. 409, nota 2). Nos parece importante destacar que tanto Riemann como estos dos textos conocidos por Deleuze mencionen a los colores como ejemplo, ya que es el mismo que nuestro filósofo mencionará durante el desarrollo del concepto de Idea como multiplicidad.

Si bien, en tanto multiplicidad cualitativa, es inextensa, ella puede ser proyectada a dimensiones euclidianas. Para construirla, debemos situarnos en un “punto gris” que tolere una gradación continua en dos direcciones posibles: más oscuro o más claro. He ahí una 1-multiplicidad (luz-tinieblas). Ahora bien, si para cada estado de esta gradación ella puede a su vez ser trasladada sobre otra, tal que el punto gris pueda devenir más rojo o más verde (colores cuya fusión produce un gris terroso), habremos obtenido una 2-multiplicidad que puede variar entre todos los grados de blanco, negro, rojo y verde, pasando por todas las combinaciones posibles. Luego, trasladando esta variación sobre la 1-multiplicidad azul-amarillo (colores cuya fusión produce el verde), obtenemos la 3-multiplicidad del sistema completo de los colores. Tanto en este ejemplo como en el anterior debemos destacar la perspectiva “local”: el espacio se define por los *desplazamientos continuos* posibles a partir de uno de sus puntos.

Luego de mostrar cómo se compone una n -multiplicidad, Riemann pasa a la cuestión de cómo ella puede descomponerse.⁴³ Para esto, se toma también el punto de vista local: partiendo de un punto o una región de la variedad, se analizan los cambios posibles que pueden realizarse desde ese punto o región. El análisis de estos cambios es pensado como una función continua de lugar: “Todo sistema de puntos para el cual la función tenga un valor constante, forma entonces una variedad de un número de dimensiones menor que la variedad dada”.⁴⁴ Se trata de hacer variar el punto en todas las direcciones posibles excepto en una, que se mantiene constante. Pensemos en una esfera tridimensional: un punto moviéndose continuamente en dos de sus direcciones posibles, manteniendo fija la tercera, describirá un círculo ($n - 1$). “Repitiendo n veces este procedimiento, la determinación de lugar en una variedad de n dimensiones se encontrará llevada a n determinaciones de magnitud, y así la determinación

⁴³ Cf. Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie”, *op. cit.*, pp. 284-285.

⁴⁴ *Ibíd.*, p. 284.

de lugar en una variedad dada, cuando ella es posible, se reduce a un número finito de determinaciones de cantidad”.⁴⁵ Esto no siempre es posible porque el procedimiento puede llevar infinitos pasos. De ser posible, se trata justamente de aislar las múltiples determinaciones unas de otras mediante el planteo de una función que mantenga la variación de un determinado sistema de puntos constante. Más allá del ejemplo matemático, este procedimiento tiene un correlato en la experimentación científica: se toma un fenómeno en determinadas condiciones experimentales que permitan concentrarnos en ciertos aspectos a investigar, despreciando otras variables que podrían afectar el sistema.

La diversidad de dimensiones en la variedad implica —y esto es clave— la *coexistencia de diversos sistemas de coordenadas* en la misma, tales que pueda *pasarse de uno a otro de manera continua*. Veamos la definición técnica que da Torretti:

Una magnitud n -veces extendida es lo que hoy en día llamaríamos una multiplicidad diferenciable n -dimensional (real). Esta es definida como un conjunto abstracto M , asociado a una colección A (un *atlas*) de mapeos inyectivos (o *mapas*), cada uno de los cuales mapea una parte de M sobre un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^n$, de modo que (i) cada punto de M está incluido en al menos un mapa del atlas, y (ii) si f y g son dos mapas del atlas el mapeo compuesto $f \circ g^{-1}$ es diferenciable en un orden adecuadamente alto en g ($\text{dom } f \cap \text{dom } g$). Un tal mapeo compuesto es conocido como una «transformación de coordenadas» en la multiplicidad.⁴⁶

El concepto, aquí presentado en terminología conjuntista, define a la multiplicidad como un todo descompuesto en una serie de “mapas” que “recubren” sus distintas regiones y las expresan mediante

⁴⁵ *Ibid.*, p. 285.

⁴⁶ Torretti, Roberto, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1978, pp. 86-87.

funciones matemáticas, por ejemplo, f y g , de n variables, tantas como dimensiones posea la multiplicidad. Las funciones expresan una determinada figura en R^n , espacio euclidiano n -dimensional, de modo que cada punto de M es “localmente” (en cada mapa) traducible a espacio euclidiano. La colección de todos los mapas conforma el “atlas” de M , una superficie que la recubre completamente y es equivalente a ella. Si el producto de f con la inversa de g es diferenciable (es decir, *derivable*), obtenemos un nuevo mapa que también recubre una región de M (la intersección de los dominios de f y g). Esa composición es una operación de *transformación de coordenadas*, que determina un pasaje entre distintos mapas de M . El problema con el que se ocupa Riemann, luego de presentar el concepto de multiplicidad, es el del establecimiento de una *métrica* entre sus dimensiones, mediante el cual se determinan los modos de transporte, conexión o pasaje entre sus diferentes regiones. Pasamos a ello.

III.I.4.- Métrica y curvatura

Una *métrica*, en sentido general, consiste en una técnica o método de determinación entre magnitudes, mediante comparaciones mutuas. Se trata de una relación de proporcionalidad de la extensión de figuras, ángulos o líneas inmersas en un espacio ambiente común. El espacio euclidiano es un caso particular de una magnitud de tres dimensiones provista de una *métrica constante*: puedo desplazar una unidad extensa, arbitraria y fija, como un centímetro o un ángulo recto, de arriba a abajo, derecha a izquierda, adelante a atrás, a través de todas las regiones de ese espacio, sin que las propiedades de esa unidad se modifiquen. La cuestión de la métrica era un punto fundamental de la geometría diferencial de Gauss. Su célebre *teorema egregium* determinaba condiciones de *isometría* (misma métrica) entre superficies de distinta curvatura a partir de un análisis intrínseco a ellas. Se establecía así la posibilidad de realizar transformaciones de una superficie a otra, tales que,

modificando su medida de curvatura, las relaciones entre los objetos situados en ellas se mantuvieran constantes. Un triángulo dibujado en una superficie plana mantiene su métrica si esa superficie se deforma hacia un cilindro (plano y cilindro son isométricos), pero si esa misma superficie es deformada hacia una esfera, el triángulo modifica sus ángulos y medidas, se estira (plano y esfera no son isométricas).

Que nuestro espacio físico sea descripto por el sistema euclidiano —y que tenga entonces una métrica constante— es, según Riemann, una *hipótesis empírica*. Pero la matriz general, *a priori*, desde la cual diferentes métricas posibles son pensables es la noción de multiplicidad continua n -dimensional. Las “figuras” desplazadas en ella pueden variar considerablemente de acuerdo a la región que ocupen. Una figura dibujada en una región de una superficie de curvatura variable (como el elipsoide de la ilustración 17), y luego desplazada a otra región, puede adquirir una forma distinta. La asignación de una métrica es esencial para la determinación espacial de una multiplicidad.

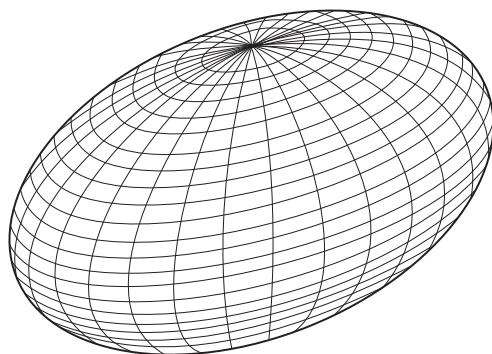


Ilustración 17: El elipsoide es una superficie (2-multiplicidad) obtenida por deformación (aplastamiento) de una esfera. Un triángulo dibujado en el polo superior y luego desplazado hacia la región del ecuador sufrirá un cambio de forma, dada la curvatura variable de esta superficie

Según una definición técnica, las multiplicidades riemmanianas son “multiplicidades lisas equipadas con una métrica riemanniana (elecciones de productos internos en espacios tangentes que varíen suavemente), que permite medir cantidades geométricas tales como distancias y ángulos”.⁴⁷ El carácter “liso” de una multiplicidad riemanniana tiene que ver con su *continuidad*, propiedad fundamental para la ontología deleuziana, a la que volveremos en breve. El cálculo de una métrica, sea esta constante o variable, y la determinación de sus propiedades, puede realizarse mediante un análisis *local* o *intrínseco* a la multiplicidad. Para un observador situado sobre una 2-variedad (superficie de dos dimensiones), el estudio de su geometría solo puede realizarse *desde* ella a través de ecuaciones paramétricas —como mostrara Gauss. La técnica consiste en determinar ecuaciones que establezcan vectores ortogonales sobre el *plano tangente* a la superficie en el punto en el que se quiera medir la curvatura (ilustración 14). La asignación de una métrica a una *n*-multiplicidad riemanniana consiste en una generalización de este método, que se vuelve tanto más compleja en cuanto una *n*-multiplicidad puede poseer una superposición infinita de superficies entrelazadas de diferentes modos en cada punto (y, por lo tanto, múltiples planos tangentes).

En su cálculo de métricas, Riemann mantiene el enfoque local: desde un punto dado “P” en una multiplicidad, localizable mediante *n* determinaciones de magnitud, se estudia el sistema de líneas de más corta distancia que lo atraviesan (como vimos más arriba, estas líneas se llaman “geodésicas”). La métrica se determina a través del “elemento lineal” (*ds*) que compone la multiplicidad según la relación de la distancia entre sus puntos, determinando de este modo la conexión entre el *entorno* o *vecindad* de P con la de otro punto.⁴⁸ Mediante la generalización

⁴⁷ Lee, John M., *Riemannian Manifolds. An introduction to curvature*, Nueva York, Springer-Verlag, 1997, p. 1.

⁴⁸ Para este desarrollo cf. *ibíd.*, pp. 8-9; también puede verse la presentación del propio Riemann en Riemann, Bernhard, *op. cit.*, pp. 286 y ss., y Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, *op. cit.*, pp. 409 y ss.

del método de Gauss (que era, a su vez, una generalización de la función euclidiana para la distancia), Riemann asigna al elemento lineal una *forma diferencial cuadrática*: $ds^2 = \sum (dx)^2$. Esto significa que, dado un punto, las líneas que lo atraviesan se comportan euclidianamente en el entorno de puntos cercanos que convergen en él (de ahí la expresión en términos de diferenciales), definido como una sumatoria ($\sum$) de diferencias infinitamente pequeñas dx , *tantas como dimensiones* tenga la multiplicidad. En su disertación, Riemann se ciñe explícitamente a esta expresión métrica por ser “la más simple” y porque de otro modo “sus resultados no podrían ser expresados geoméricamente”;⁴⁹ menciona sin embargo otras posibilidades, como el de un elemento lineal basado en un diferencial de cuarto grado (ds^4), pero se trata de un caso de gran complejidad y sin representación geométrica posible, y lo descarta entonces por las razones aducidas. Como afirma Luciano Boi: “a cada elección de la función que determina la métrica corresponde un espacio diferente que caracteriza la variedad. Así, el concepto de espacio se encuentra no solamente aclarado, sino especificado y relativizado por el de métrica”.⁵⁰

La longitud de las geodésicas que atraviesan un punto (ds) permanece invariable cuando ellas sufren un desplazamiento infinitamente pequeño, y variará proporcionalmente a las variaciones de las dx . Riemann se limita asimismo a los casos en los que la primera y segunda derivadas de la función que localiza el punto P son finitas. Esto, señala Vuillemin, es una “suposición que recuerda la concepción leibniziana de la continuidad”.⁵¹ En efecto, la definición de las derivadas primera y segunda garantiza

⁴⁹ Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie”, *op. cit.*, p. 287. En este sentido, Riemann limita el dominio de la multiplicidad de acuerdo a las exigencias de la representación geométrica, lo cual no implica que otros “elementos lineales” sean definidos sobre la misma.

⁵⁰ Boi, Luciano, *Le problème mathématique de l'espace*, Berlín, Springer-Verlag, 1995, p. 164.

⁵¹ Vuillemin, Jules, *op. cit.*, p. 411. Respecto a esto, Vuillemin decía: “la continuidad leibniziana no consiste tanto en poder recorrer todos los intermediarios sino en observar la permanencia de una misma relación durante toda la transición” (Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, *op. cit.*, p. 39).

la posibilidad de una transición continua de punto a punto de la multiplicidad bajo una misma relación diferencial. La multiplicidad se considera entonces lisa, continua o de “variación suave”. Técnicamente, esto quiere decir que la variedad es infinitamente diferenciable en todos sus puntos. Vimos en nuestro primer capítulo la noción de “continuidad” como diferenciación o derivación infinita en el caso de curvas. Una curva es el caso más simple, 1-variedad o 1-multiplicidad, mientras que una superficie se caracteriza como 2-multiplicidad. El análisis *intrínseco* de la curva consiste en el cálculo de las tangentes a cada punto, dado por la relación diferencial; del mismo modo, el análisis intrínseco a una superficie consiste en el cálculo de los *planos tangentes* a cada uno de sus puntos. Si bien la complejidad y el aparato conceptual y técnico se acrecientan considerablemente en el dominio de la geometría diferencial, el principio es el mismo. Podemos decir entonces que, desde este punto de vista, “liso” es a una variedad o a un espacio lo que “continuo” era para una curva: la expresión, a partir de una relación diferencial, de una serie de funciones interconectadas, que asocian a la curva un sistema de *rectas* tangentes, y a la superficie un sistema de *planos* tangentes, y que habilitan las transformaciones de coordenadas que vimos en la sección previa.

Volvamos entonces a la caracterización de la métrica. Dado el punto “P”, situado en una n -multiplicidad mediante n determinaciones de magnitud, se traza el sistema de geodésicas que lo atraviesan consideradas en una sección *plana* y *tangente* al punto. Cuando la multiplicidad en cuestión es una superficie (2-multiplicidad), la medida de curvatura en un punto está dada por las derivadas de las ecuaciones paramétricas. En el caso de la multiplicidad n -dimensional, la curvatura deviene una cantidad considerablemente más compleja de calcular, porque el espacio a partir de cada punto puede curvarse en n direcciones. Recordemos la cantidad de aristas del “cubo” 5-dimensional de la ilustración 16, para darnos una idea de la complejidad de este caso: ahora no solo cada punto puede desplazarse en n direcciones curvas, con curvaturas diferentes según la dirección

seguida, sino que además el punto al cual tiende cualquiera de esas líneas puede remitir a un sistema de coordenadas diferente (otro mapa), y es preciso entonces construir las funciones que permitan generar las condiciones para trazar la conexión en un nuevo sistema. Múltiples direcciones y curvaturas posibles coexisten en un mismo punto: cada punto es lugar de paso para n líneas disímiles.

Riemann da una formulación para este complejo cálculo de curvatura, que parte de la consideración de las sub-variedades de dos dimensiones que atraviesan el punto P (los planos tangentes a la variedad en ese punto), alojando, cada una, una infinitud de geodésicas. “Ya que existe una infinitud de tales variedades bidimensionales en P, obtenemos un número infinito de curvaturas en ese punto en la variedad n -dimensional. Pero de $n \frac{(n-1)}{2}$ de estas medidas de curvatura se deduce el resto”.⁵² Dadas las variedades bidimensionales que atraviesan P, interesa considerar el caso de aquellos que sean planos tangentes, y se analiza la curvatura a partir de ellos. En una n -multiplicidad, se asigna una métrica a través de $n \frac{(n-1)}{2}$ funciones que caractericen estos planos bidimensionales tangentes.

Estos sub-espacios planos y tangentes a la multiplicidad en P son considerados, cuando devienen infinitamente pequeños, como el “entorno” o la “vecindad” de P, el conjunto de los puntos que lo rodean. La *vecindad* es una de las nociones de mayor importancia en geometría riemanniana. Como mencionamos más arriba, cada fragmento infinitamente pequeño de puntos que rodean a un punto dado, y que tejen sus direcciones posibles en la multiplicidad, se comporta euclidianamente según la expresión $ds^2 = \Sigma (dx)^2$. La distancia entre puntos en una vecindad infinitesimal se supone entonces euclidiana, y para distancias mayores entre puntos de la n -multiplicidad tendremos que construir una serie de funciones que tejen el espacio progresivamente, de vecindad en vecindad, cada una de ellas considerada como plano tangente a los puntos de la

⁵² Kline, Morris, *op. cit.*, p. 1178.

multiplicidad. En este sentido, la métrica riemanniana consiste en equipar a cada punto de la multiplicidad con un “tensor”, que habilita la definición del régimen de conexión entre los distintos puntos. La noción de tensor es una complejización de la de “vector”. El vector era el elemento compuesto de magnitud y dirección que determinaba la construcción de una curva o superficie. Pero este elemento está limitado a una dimensión (es una línea). El tensor, en cambio, supone una multiplicidad de dimensiones posibles, un “haz” de vectores asociados a un punto. La introducción de tensores en el cálculo de las multiplicidades permite analizar *en* cada punto sus variaciones posibles en términos de líneas, y desde un punto de vista algebraico, en términos de matrices, determinando las variaciones entre distintos sistemas de coordenadas en una misma variedad. Los tensores son de gran importancia en las aplicaciones físicas del concepto de multiplicidad, porque permiten incluir la consideración de las múltiples fuerzas que atraviesan un punto en un espacio dado, los múltiples modos de acción recíproca entre todos sus puntos.

La posibilidad de la noción de tensor descansa en el hecho de que el pasaje de un sistema de coordenadas a otro se expresa para los diferenciales mediante fórmulas de transformaciones lineales. Un *campo tensorial* de una cierta naturaleza es dado en una porción de espacio si a cada punto P de cada porción de espacio se le hace corresponder un tensor de la especie en cuestión asociado a P . Con relación a un sistema de coordenadas, las componentes del campo tensorial son funciones determinadas de las coordenadas de P , que, en el más simple de los casos, se suponen continuas y continuamente derivables. [...] El escalar, el vector, el covector, son ejemplos de tensores de 1^{er} rango, las formas cuadráticas definidas sobre los vectores son tensores de segundo rango. La métrica riemanniana es pues un ejemplo de este tipo de tensor.⁵³

⁵³ Boi, Luciano, *Le problème mathématique de l'espace*, op. cit., p. 167. Para un desarrollo técnico de esta noción en el contexto de la geometría riemanniana, cf. Lee, John M., op. cit., pp. 11 y ss.

La variedad se piensa entonces como localmente compuesta por una infinitud de pequeños espacios de tipo euclidiano, conectables unos a otros de diferentes maneras, de acuerdo a la métrica asignada. Hemos visto en el capítulo precedente cómo Lautman ponía a Riemann como un exponente de la concepción *local* en geometría, en oposición dialéctica con el punto de vista global de Klein.⁵⁴ Las características globales de una multiplicidad riemanniana pueden ser muy distintas a las del espacio euclidiano, y solo pueden establecerse progresivamente, orientando y conectando los fragmentos progresivamente, mediante la construcción de vectores paralelos. La asignación de una métrica *global* introduce en la multiplicidad una medida de curvatura en cada punto que facilita la posibilidad del estudio de las distintas relaciones de distancias entre puntos alejados. A partir de la exploración de los modos de conexión diversos, pueden estudiarse las propiedades comunes, las invariancias y las divergencias estructurales entre multiplicidades diferentes. El desplazamiento congruente de figuras solo se da en el caso de que todas las medidas de curvatura sean iguales.

Según Riemann, la geometría tradicional se reduce a un caso particularmente simple de multiplicidad. El caso del espacio de curvatura nula es un caso particular de los espacios de curvatura constante, dado que en ambos casos se mantiene constante la magnitud de los segmentos desplazados por ellas.⁵⁵ La noción de métrica queda así íntimamente ligada a la de curvatura.

⁵⁴ De hecho, Lautman cita, siguiendo a Cartan, una descripción del espacio riemanniano que Deleuze retoma: “en un espacio de Riemann definido por una cierta ds^2 , dos observadores vecinos pueden, por medio de un triedro trirectángulo, «localizar los puntos que están en su vecindad inmediata, pero no pueden sin una nueva convención localizar el uno en relación al otro sus triedros de referencia» (Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence...*, op. cit., p. 45). Por “triedro trirectángulo” entendemos el clásico sistema de coordenadas ortogonales x , y , z del espacio euclidiano, $\mathbb{R}^3$. Cada punto posee entonces una vecindad euclidiana, pero ella se limita a los puntos infinitesimalmente cercanos, y la conexión entre dos vecindades semejantes debe ser establecida mediante la introducción de nuevas especificaciones en la multiplicidad, ausentes en las vecindades de base, pero compatibles con ellas.

⁵⁵ Cf. Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses...”, op. cit., pp. 292-293.

III.I.5.- Aplicaciones físicas de la multiplicidad riemanniana

Riemann concluye su disertación de 1854 con un apartado referido a las aplicaciones físicas de su propuesta en geometría, insistiendo en que el espacio físico es determinado como euclidiano empíricamente.⁵⁶ El espacio euclidiano se define como una multiplicidad tridimensional plana (curvatura = 0 o constante) donde las líneas mantienen sus medidas con el desplazamiento, y donde el elemento lineal se determina mediante la raíz de una expresión diferencial cuadrática (es decir que es plano desde las grandes distancias hasta lo infinitamente pequeño).

En una n -multiplicidad, las relaciones de extensión pueden tolerar relaciones métricas diversas, variables según la región ¿Qué sucede entonces con la determinación del espacio físico? ¿Cómo asegurar que la métrica euclidiana define fielmente su naturaleza? Estas preguntas quedan abiertas ante esta nueva manera de concebir la geometría, y su respuesta varía según consideremos al espacio como una magnitud discreta o continua. Dice Riemann que, si suponemos que las relaciones de extensión en el espacio forman una variedad *discreta*, provista de una métrica constante, todas sus determinaciones serán absoluta y rigurosamente *exactas*: un centímetro, un ángulo recto, etc., serán siempre idénticos (un triángulo siempre contendrá dos rectos, etc., sin importar la región que ocupen). Pero las determinaciones así obtenidas, si bien conservan la exactitud (basada en la homogeneidad de sus partes), no gozan de certeza, no son “completamente ciertas”⁵⁷ *cuando se exceden los límites de lo observable*. Si el espacio físico fuera en cambio una variedad *continua*, con diversas relaciones métricas, aceptamos que la exactitud de las relaciones de extensión no puede ser plenamente alcanzada por experiencia. Las relaciones *de extensión* pasan entonces a un lugar secundario con respecto a las *métricas* en el estudio de espacios más allá de lo empírico: cuando

⁵⁶ Cf. *ibid.*, pp. 294 y ss.

⁵⁷ *Ibid.*, p. 295.

se trata de “lo inconmensurablemente grande y lo inconmensurablemente pequeño [...] las segundas relaciones [las métricas] pueden volverse más y más inexactas desde que se sale de los límites de la observación, cosa que no ocurre para las primeras [las de extensión]”.⁵⁸

En tanto nos atengamos a lo empíricamente observable, podemos mantenernos en la hipótesis de la métrica constante: no constatamos en nuestra experiencia inmediata, por ejemplo, que los cuerpos se deformen en su movimiento. Pero esto no puede ser afirmado para dimensiones inaccesibles a la observación directa: nada garantiza que los desplazamientos al nivel de lo muy lejano, lo muy pequeño o lo muy grande, sean análogos a los desplazamientos en el espacio observable. La *inexactitud* amenaza la determinación del espacio. En este punto, sin embargo, Riemann —al igual que Gauss— confiaba en que la experimentación acabaría por zanjar la cuestión. En este sentido, su propuesta busca contribuir a que la investigación empírica no sea “trabada por visiones muy estrechas, y que el progreso en el conocimiento de la dependencia mutua entre las cosas no encuentre un obstáculo en los prejuicios tradicionales”.⁵⁹

Riemann se interesa especialmente en lo infinitamente pequeño,⁶⁰ y su disertación concluye con algunas especulaciones respecto a esto. En ese dominio, la indagación de la ciencia sobre los mecanismos causales que pueblan la materia había sido objeto de grandes progresos en los últimos siglos (Riemann menciona en este sentido el análisis infinitesimal y el microscopio). Las hipótesis mediante las cuales determinamos el espacio como euclidiano no rigen en lo muy pequeño: “los conceptos empíricos (sobre los cuales se fundan las determinaciones métricas de la extensión), el concepto de cuerpo sólido o el de región luminosa, dejan de

⁵⁸ *Ibidem.*

⁵⁹ *Ibid.*, p. 297.

⁶⁰ “Las cuestiones sobre lo inconmensurablemente grande son inútiles para la explicación de la naturaleza. Pero no ocurre lo mismo con las cuestiones de lo infinitamente pequeño” (*ibid.*, p. 296).

subsistir en lo infinitamente pequeño. Es pues legítimo suponer que las relaciones métricas del espacio en lo infinitamente pequeño no son conformes a las hipótesis de la geometría”.⁶¹

El problema es entonces cómo construir una métrica adecuada para el progreso científico en los fenómenos espaciales infinitamente pequeños. Mientras que en las variedades discretas la métrica viene dada por el mismo concepto de esta variedad, en las variedades continuas la métrica debe ser *asignada* a la multiplicidad, *construida* en ella misma. Diferentes métricas darán por resultado diferentes curvaturas, y consecuentemente diferentes comportamientos posibles de los fenómenos. La indeterminación a este respecto es sobre las *distancias*. La forma de la distancia en una multiplicidad continua no es necesariamente unívoca, y no está dada. Debe ser construida.

Al no poder verificar la métrica empíricamente, la inexactitud amenaza la investigación del espacio físico. Esto deja entonces dos caminos: “o que la realidad sobre la que se funda el espacio sea una variedad discreta, o que el fundamento de las relaciones métricas sea buscado fuera de él, *en las fuerzas de ligazón que actúan en él*”.⁶² Sabemos desde el comienzo que Riemann descarta el análisis de las multiplicidades discretas, abandonando la exactitud que descansa sobre las hipótesis empíricas indebidamente fundadas. Por lo tanto, dada una *n*-multiplicidad continua, *la métrica de la misma debe ser determinada por las fuerzas físicas*, de las que se debe decir entonces no ya solamente que *habitan* el espacio o la materia (que desde este punto de vista comienzan a devenir indiscernibles), sino que *lo estructuran, ligan* sus partes. Lo primordial ya no son las propiedades *extensivas* del espacio empírico, sino que serán sus fuerzas *intensivas* las que explican aquellas. (Y veremos, en efecto, que el concepto deleuziano de *intensidad* vendrá a ocupar este rol de energía de ligazón que *efectúa* las

⁶¹ *Ibíd.*, p. 297.

⁶² *Ibíd.*; cursivas mías.

distancias de la multiplicidad virtual en el espacio actual.) Precisamente en este punto, que reenvía directamente al dominio de la física, Riemann finaliza su disertación.

Entre los primeros sucesores de Riemann, es digno de mención el matemático y filósofo inglés William Kingdon Clifford (1845-1879), quien retomaría justamente este punto para ir un poco más allá en la indagación riemanniana, sosteniendo:

1) Que las porciones pequeñas del espacio son de una naturaleza análoga a pequeñas colinas sobre una superficie que es en promedio plana. 2) Que esta propiedad de ser curvada o distorsionada es transmitida continuamente de una porción del espacio a otra a la manera de una onda. 3) Que esta variación de la curvatura del espacio es realmente lo que sucede en aquel fenómeno que nosotros llamamos el movimiento de la materia, ya sea ponderable o etéreo. 4) Que en este mundo físico nada tiene lugar excepto esta variación, sujeta, posiblemente, a la ley de continuidad.⁶³

La profunda y contra-intuitiva intuición riemanniana según la cual el espacio, si bien plano “en promedio” o a grandes trazos, es infinitamente variable en sus porciones pequeñas, como una ondulación no constante, tuvo gran impacto en la historia de la ciencia. El espacio es desde entonces *lo mismo* que las fuerzas que explican el movimiento de la materia: materia, espacio, movimiento y fuerzas son, desde este enfoque, partes interdependientes de un mismo complejo. Cincuenta años después de la disertación de Riemann, Einstein publica su teoría de la relatividad especial, construida a partir de esas ideas. Para empalmar con lo que sigue,

63 Clifford, Kingdon William, “On the Space-Theory of Matter”, en *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Mathematical and physical sciences*, Vol. II, Cambridge, Cambridge University Press, 1876, p. 158 (citado por Kline, Morris, *op. cit.*, p. 1180, de donde tomamos la traducción). Clifford es, acaso después de Riemann, el principal antecedente de la teoría de la relatividad, y fue solo un accidente histórico que ella tardara solo unos años más en ser formulada finalmente por Einstein (cf. Snygg, John, *A new approach to differential geometry using Clifford's geometric algebra*, Nueva York, Springer, 2010, p. 115).

un último dato nos parece muy feliz como para ignorarlo: tanto Einstein como Clifford fueron grandes admiradores de Spinoza.

III.II.- Deleuze: la multiplicidad como sustancia

Volvamos ahora a Deleuze, teniendo en mente que la multiplicidad riemanniana no es un “nombre” entre otros para las Ideas —ese fondo problemático sobre el cual las distintas manifestaciones de la realidad se erigen como soluciones—. Ella es también la reterritorialización de la filosofía spinozista en el contexto de la filosofía de la diferencia. “Las Ideas son multiplicidades, cada Idea es una multiplicidad, una variedad. En este empleo riemanniano de la palabra «multiplicidad» (retomado por Husserl, retomado también por Bergson), hay que darle la mayor importancia a la *forma sustantiva*. [...] El verdadero sustantivo, la *sustancia* misma es «multiplicidad».”⁶⁴ La compleja arquitectura interna de la noción de multiplicidad enfatiza en los infinitos modos posibles de construir un todo, a partir de la construcción de sus múltiples partes variables y de todas las conexiones internas entre ellas (incluyendo, además, todas sus transformaciones, conexiones, solapamientos y transportes recíprocos, tal que ninguna construcción de las partes es *a priori* la definitiva).

Se trata de una estructura en la que el todo depende de sus partes tanto como las partes del todo. Ni unidad originaria en sentido fuerte ni colección múltiple de partes, la multiplicidad es “una *organización* propia del múltiple en tanto tal, que no tiene ninguna necesidad de la unidad para formar un sistema”.⁶⁵ “Uno” y “múltiple” son conceptos representativos, categorías vacías, una oposición de generalidades abstractas, bajo cuya perspectiva toda auto-organización inmanente resulta impensable. El universal concreto, la “sustancia”, es multiplicidad.

⁶⁴ DR, pp. 236-237 [277]; cursivas nuestras. Sobre la referencia a Husserl y Bergson, ver la Interferencia #7.

⁶⁵ DR, p. 236 [277]; cursivas nuestras.

La remisión al principio spinozista cifra la potencia de la influencia de Riemann sobre Deleuze, que hace de la multiplicidad el absoluto. La traducción de este principio a la filosofía de la diferencia implica que no hay una direccionalidad unilateral que privilegiaría uno de los polos de la multiplicidad —no existirá, en este caso, ninguna prioridad de la sustancia sobre los modos. Así lo exige la realización de la univocidad del Ser. Los modos *son* tanto como la sustancia; la multiplicidad es la sustancia y, de hecho, *todo* es multiplicidad: “Cada cosa es una multiplicidad en tanto que ella encarna la Idea”.⁶⁶ Una variedad está hecha de subvariedades, y en cada nivel de variedad, diferentes sub-variedades, procesos por los cuales las partes constitutivas se hacen, deshacen y rehacen de mil modos variables. Cada parte, cada “cosa”, es, a su vez, multiplicidad, tomada en el proceso de “encarnación” o “actualización” que pone en acto la estructura ideal. Si las conclusiones de la sección precedente nos adelantaban ya el rol de la *intensidad* como fuerza productora de la organización de la estructura de la variedad, debemos antes recorrer la caracterización de esa estructura en sus aspectos virtuales. A eso nos dedicamos en esta sección, antes de pasar a la segunda parte de este estudio.

III.II.1. La Idea como multiplicidad n -dimensional definida y continua

Veamos la definición técnica de la Idea como multiplicidad:

Una Idea es una multiplicidad definida y continua, de n -dimensiones. El color, o más bien la Idea de color, es una multiplicidad de tres dimensiones. Por dimensiones hay que entender las variables o coordenadas de las que depende un fenómeno; por continuidad hay que entender el conjunto de las relaciones entre los cambios de esas variables, por ejemplo una forma cuadrática de los diferenciales de las coordenadas; por definición hay que entender los elementos recíprocamente determinados por estas

⁶⁶ *Ibidem*.

relaciones, que no pueden cambiar sin que la multiplicidad cambie de orden y de métrica.⁶⁷

Dimensionalidad, continuidad y definición: el vocabulario riemanniano viene a precisar la espacialidad de lo virtual, ese espacio genético y fluido que subyace la espacialidad fenoménica y determina sus coordenadas. Hemos visto a la Idea como agente de la génesis inmanente de LA determinación a partir de lo indeterminado, su desdoblamiento dialéctico en diferentes campos problemáticos, y la temporalidad virtual propia de su auto-determinación *progresiva*. Esta nueva caracterización de la Idea viene a atender una cuestión abierta: ¿en qué consiste esa *coexistencia* Ideal, que vimos tanto para la temporalidad de la determinación progresiva, como para la interacción entre los órdenes dialécticos y los grados de variación abarcados por una relación diferencial? La definición deleuziana de la Idea como multiplicidad completa su concepto en términos de interferencias matemáticas. A través de las nociones de (a) dimensión, (b) continuidad y (c) definición, reconstruidas en su “empleo riemanniano”, veremos cómo las Ideas poseen una paradójica espacialidad *interna*, donde sus variaciones se funden inmediatamente las unas en las otras, determinando el plano de variabilidad infinita que subsume diferentes regímenes fenoménicos.

a) Una Idea posee una determinada cantidad de *dimensiones*, entendiendo por ellas las “variables o coordenadas de las que depende un fenómeno”. La multiplicidad “color”, como vimos, posee tres dimensiones que abarcan la totalidad de las variaciones cualitativas de los colores empíricos. Todo color individual, régimen acotado de variabilidad cuantitativo-cualitativa que *encarna una parte o región de la Idea de color*, reenvía a sus variables o coordenadas. Esa Idea era una multiplicidad tridimensional que subsumía la variación continua del “movimiento cromático” de un punto gris atravesando diferentes espectros, siguiendo las variables o coordenadas negro-blanco, rojo-verde, amarillo-azul. *Esas*

⁶⁷ DR, pp. 236-237 [277-278].

dimensiones —variables o coordenadas— se desprenden de las direcciones sobre las cuales el punto varía, sin confundirse con ninguna detención particular de esa variación.

Esta figuración puede tener mucho de intuitivo, pero también la captación del primer momento de la Idea (vista en nuestro primer capítulo) nos obligaba a *imaginar* la serie de fracciones en la recta real, o los polígonos inscritos en el círculo del método exhaustivo. Dijimos entonces que la Idea no debía pensarse ni como polígono ni como círculo, ni como fracción ni como número irracional, sino como *fundamento de pasaje* de una forma a la otra. En la multiplicidad riemanniana, asistimos a una coordinación múltiple entre diferentes sistemas de coordenadas heterogéneos. De este modo, cada color actual, cualitativamente distinguible en la experiencia, sería idealmente definido como un punto, con su *entorno* o *vecindad* diferencial que lo rodea en la variedad, y su sistema de coordenadas correspondiente (la sumatoria de los cuadrados de los diferenciales). En el seno de la multiplicidad tenemos una colección indefinida de tales puntos, con su conjunto abierto de entornos o vecindades, que serán definidos a partir de sus relaciones de conexión con otras vecindades localmente distribuidas en ese espacio. Las distintas conexiones entre entornos de la vecindad determinan regiones, *subvariedades* de la variedad global (colores actuales que integran una serie de entornos diferenciales). El conjunto de esas conexiones, los mapas o regiones de la multiplicidad, constituye globalmente su atlas.

b) Una conexión dada de entornos o vecindades remite a un sistema de coordenadas de la multiplicidad, que puede enlazarse a otro mediante un pasaje continuo. En este sentido, la multiplicidad es *continua*, entendiendo por esto “el conjunto de las relaciones entre los cambios de esas variables” o coordenadas que determinan el fenómeno. La continuidad se vincula entonces no con los cambios actuales de las variables o dimensiones (eso que hemos llamado, en nuestro primer capítulo, “variabilidad”), sino con el conjunto de *relaciones* entre esos cambios. El ejemplo que da

Deleuze es el de la variedad geométrica descrita por Riemann en su disertación: la “forma cuadrática de los diferenciales de las coordenadas” era la forma que este matemático suponía para analizar el elemento lineal en una multiplicidad: $ds^2 = \Sigma (dx)^2$. La noción de continuidad, definida previamente como dependiente de un *corte* en el elemento puro de la cuantitabilidad, es retomada aquí en el seno de la teoría de las multiplicidades. La continuidad, según Riemann, tenía que ver con la posibilidad de establecer un *pasaje continuo entre los distintos modos de determinación* de una multiplicidad⁶⁸ (ver al respecto las nociones de “tensor” y “transformación de coordenadas” que desarrollamos en la sección previa).

En el primer momento de la Idea, se insistía en el *corte* como pasaje a lo universal de un régimen de variación individual, que era simultáneamente *pasaje* a una nueva variación individual: la causa ideal de la continuidad abría una cadena de enlace de regímenes de variabilidad, así como la multiplicidad continua enlaza *modos de determinación* a través de las relaciones *entre* sus dimensiones o sistemas de coordenadas. La multiplicidad “color” relaciona los cambios de la variable negro-blanco, los cambios de la variable rojo-verde, y los cambios de la variable amarillo-azul, de modo que es posible pensar un pasaje ideal continuo que conecte los cortes *entre* el gris formado por la mezcla de rojo-verde y la de negro-blanco, *entre* el verde del eje verde-rojo y del azul-amarillo... Más allá de las conexiones *locales* entre los mapas de la multiplicidad, su continuidad implica el enlace entre los sistemas de coordenadas (enlace entre regímenes de variabilidad heterogéneos articulados por puntos de corte), que subsume todos los grados de relaciones entre sus variaciones. La presuposición mutua entre la noción de continuidad y la de corte se ve así confirmada en la teoría de las multiplicidades: el corte es el elemento de comunicación entre las variables de las cuales dependen los fenómenos que pueblan la multiplicidad. En virtud del corte, el conjunto de relaciones entre esas variables forma un continuo virtual.

⁶⁸ Cf. Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses...”, *op. cit.*, p. 282.

Como indica Vuillemin, siguiendo la definición de dimensión de Poincaré: “Un continuo tiene n dimensiones cuando puede descomponérselo en muchas partes practicando en él uno o varios cortes que sean ellos mismos continuos de $n - 1$ dimensiones. El continuo de n dimensiones se encuentra así definido por el continuo de $n - 1$ dimensiones. Es una definición por recurrencia”.⁶⁹ Se trata del procedimiento que Riemann presentaba para descomponer una multiplicidad dada de n dimensiones en una de menos dimensiones. Esto permitiría, siguiendo nuestro ejemplo, referir la indefinida diversidad de colores fenoménicos posibles a tres variables, caracterizando esa multiplicidad globalmente. Desde el punto de vista local, relativo a las conexiones locales entre las singularidades y sus entornos, el corte se presenta en ocasión de *singularidades* que separan a la vez que permiten la articulación entre un sistema de coordenadas y otro. “Lo virtual no es nunca independiente de las singularidades que lo recortan y lo dividen sobre el plano de inmanencia. [...] El plano se divide pues en una multiplicidad de planos, siguiendo los cortes del continuum y las divisiones de la impulsión que marcan una actualización de los virtuales”.⁷⁰ De ahí, nuevamente, que pueda hablarse tanto de *la* Idea como de *las* Ideas (o de subvariedades de una variedad): todo depende de si nos situamos en el movimiento del *continuum* que recorre a velocidad infinita todas las variaciones, o desde la perspectiva de una singularidad, que, emitida en y por el propio movimiento inmanente del *continuum*, traza en él un corte que le brinda una cierta articulación o consistencia relativa a una potencia de actualización en un fenómeno individual.

c) Por último, las relaciones de la multiplicidad determinan sus elementos básicos (o entornos diferenciales). Esto remite al carácter de *definición*: una multiplicidad es definida por “los elementos recíprocamente

⁶⁹ Poincaré, Henri, *Science et hypothèse*, París, Flammarion, 1902, pp. 45-46; citado por Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 449.

⁷⁰ D, p. 180 [52]. Sobre el plano de inmanencia como *multiplicidad de planos* puede verse también QQP, 53.

determinados por esas relaciones, que no pueden cambiar sin que la multiplicidad cambie de orden y de métrica”. La noción riemanniana de “métrica” es equiparada aquí con los órdenes ideales (que analizamos en nuestro segundo capítulo).

La multiplicidad riemanniana era pasible de recibir diferentes relaciones métricas, como diferentes modos de determinación de las formas y figuras construibles en ella. La métrica era el patrón de comparación para un grupo de subvariedades de la variedad (o bien para todas ellas, en el caso de una métrica válida globalmente). Las relaciones de permanencia o de variación de la longitud de los segmentos o de los arcos de ángulo a través de las distintas regiones de la multiplicidad, los tipos y grados de deformación de las figuras desplazadas en ella, son definidas por la métrica. La métrica funciona entonces como principio comparativo entre elementos que pertenecen a un mismo régimen espacial.

El carácter de *definición* en la multiplicidad deleuziana parece entonces remitir a la posibilidad de un *cambio de métrica*, puesto en paralelo con un *cambio de orden*. La multiplicidad está definida en la medida en que tolere una métrica, conjuntando a sus elementos bajo un mismo orden, y ella cambia de métrica —y de orden— cuando la relación entre los elementos cambia (por ejemplo, si consideramos la forma cuártica ds^4 en vez de la cuadrática ds^2 , con lo que toda la geometría de la multiplicidad se modifica cualitativamente). Puesto que había singularidades notables y ordinarias, podemos pensar también que hay *cortes* notables y ordinarios: cortes que rompen la continuidad de una métrica y exigen otra, lo cual implica una divergencia entre órdenes a partir de cortes que estructuran o articulan en un mismo régimen métrico ciertas variaciones convergentes. Los distintos órdenes dialécticos (biológico, psíquico, lingüístico, etc.), pero también los distintos *grados* de una relación diferencial articulados en la red de la determinación recíproca, forman distintos tipos de *definición* de las multiplicidades. Hay distintos

tipos de espacio (“geométrico, físico, biopsíquico, social y lingüístico”),⁷¹ que remiten a elementos, entornos y relaciones diferenciales de distintos órdenes dialécticos. Un cambio en el régimen cuantitativo (en las relaciones métricas) puede conllevar cambios cualitativos (en el orden de multiplicidad).

Si a cada forma o figura dadas, y a cada relación entre formas y figuras dadas, corresponde una métrica, la multiplicidad tolera distintas relaciones métricas (y, como vimos, la determinación de la métrica de un espacio actual depende, según decía Riemann, del análisis de las *fuerzas* que actúan en él). La existencia de una métrica exige una continuidad *homogénea* del espacio en el cual vale; es decir que la métrica supone un sistema de puntos regulares conectados entre sí bajo un cierto régimen, tal que las *distancias* entre puntos al interior de ese sistema sean efectivamente mensurables, traducibles a *longitudes* unificadas bajo un patrón de comparación común. De acuerdo al carácter de distinción de la Idea, había singularidades notables que rompían con una cierta serie de puntos ordinarios y fundaban una nueva serie, heterogénea con la primera. Desde el punto de vista de la multiplicidad como espacio virtual, las singularidades pueden ser agentes de pasaje entre diferentes tipos de espacios, tanto como agentes estructurantes al interior de estos diferentes tipos. Retomando el ejemplo del espacio cromático, debemos ahora pensarlo no solo como poblado por singularidades ordinarias que enlazan los diferentes regímenes que ella subsume (series convergentes dentro de la multiplicidad, subvariedades o colores individuales), sino también en interacción, mediante singularidades notables, con otros órdenes virtuales correspondientes a otros tipos de fenómenos (el rol del color en los movimientos de apareamiento o caza de una especie animal, por ejemplo). Los puntos 3-dimensionales de la 3-variedad “color” se comunican necesariamente con otros sistemas de dimensiones, trazan lazos con otras Ideas, que involucran a la individuación

⁷¹ DR, p. 72 [93]. Profundizamos esto en la sección siguiente.

de los colores dentro de otros procesos de individuación, conectando sistemas heterogéneos de distintas dimensiones.⁷²

Con esta resonancia entre las singularidades ideales y los distintos *tipos* u órdenes de multiplicidad, en tanto distintas *definiciones*, la Idea como multiplicidad reúne sus caracteres tomados del cálculo diferencial y la dialéctica lautmaniana. Todo fenómeno actual es una multiplicidad en tanto “subvariedad” de una Idea, determinado a partir de las dimensiones y de un cierto régimen de variabilidad comprendido por el complejo de relaciones y variaciones de la variedad virtual. Esto remite a las tres *condiciones* que Deleuze plantea para “definir el momento de emergencia de la Idea”:⁷³

1. La multiplicidad se compone de elementos que no tienen existencia actual, identidad previa, forma sensible, ni significación conceptual. Esta indeterminación es inseparable de un potencial o una virtualidad: elementos diferenciales, con las series y singularidades que sus relaciones organizan.
2. Esos elementos están recíprocamente determinados por relaciones en las que no hay ninguna independencia. Según esta interdependencia recíproca sin exterioridad de las ligazones ideales, la multiplicidad es *definida* de manera exclusivamente intrínseca: no remite a un espacio en el que estaría inmersa, ni a un objeto exterior con respecto al cual se determina. Ella no es entonces multiplicidad “de exterioridad”, numérica o discreta, sino interna y continua. El conjunto de relaciones entre las variaciones de sus elementos está articulado de modo inmanente, y es todo lo que necesita para definirse.

⁷² Debe tenerse en cuenta que la percepción actual de un color por un sujeto no solo remite a una mayor cantidad de elementos virtuales en juego (multiplicidad psíquica, por ejemplo) y sus relaciones con la multiplicidad cromática, sino también a elementos intensivos que *expresan* esas virtualidades de diferentes maneras. Si bien la propuesta del empirismo trascendental remite a las condiciones de la experiencia real, la Idea no debe nunca ser leída bajo la clave de “fundamento fenomenológico”, sino de categoría ontológica. La captación de un fenómeno en la percepción remite a un cierto régimen del ejercicio empírico de las facultades; el ejercicio trascendente de las mismas, por el cual ellas entran en comunicación con la Idea, implica una radical ausencia de semejanza entre lo empírico y lo trascendental (sobre esto, ver la siguiente sección).

⁷³ DR, p. 237 [278-279]. Parafraseamos a continuación las condiciones enunciadas en esta página.

3. Las relaciones [*rapports*] de la multiplicidad *deben* actualizarse en relaciones [*relations*] espacio-temporales diversas, en la medida en que sus elementos se encarnan en términos y formas variadas. En este sentido, la multiplicidad es siempre llevada por todo fenómeno como su razón suficiente (si bien la emergencia del fenómeno remitirá, como veremos, a otros elementos que efectúen en lo actual esta razón suficiente).

Estas tres condiciones definen, según Deleuze, a la Idea como estructura: “sistema de ligazón múltiple no localizable entre elementos diferenciales, que se encarna en relaciones reales y términos actuales”.⁷⁴ La estructura, así definida, es necesariamente genética: solo mediante la definición de la estructura como multiplicidad virtual se concilian estructura y génesis (Deleuze encuentra esta caracterización del estructuralismo en los trabajos de Lautman y Vuillemin sobre las matemáticas).⁷⁵ En tanto consideramos la génesis de LA determinación, desde el punto de vista de lo virtual, ella es *estática*, instantánea o intempestiva. La génesis ideal se da desde elementos sin forma, función, significación, o determinación empírica o conceptual alguna. Ella es del orden de lo informal, imperceptible, a-funcional y a-significante, pero potencial y problemático. En tanto *sinsentido*, genera sin embargo el sentido: “no hay dificultad alguna en conciliar este doble aspecto por el cual la Idea está constituida por elementos estructurales que no tienen sentido por sí mismos, pero constituye ella misma el sentido de lo que ella produce (estructura y génesis)”.⁷⁶ Pensar este sinsentido originario es la máxima exigencia de una filosofía inmanente de la diferencia: si los elementos “básicos” de la variedad (elementos diferenciales o entornos infinitesimales) tuvieran de por sí una forma o función dadas, un significado conceptual, una representación, carecerían de poder genético, y se limitarían a formar agregados de partes mutuamente extrínsecas, incapaces de producir propiedades (complejos cuantitativos-cualitativos) fuera de

⁷⁴ *Ibidem*.

⁷⁵ *Cf. ibidem*. *Cf.* también la caracterización del estructuralismo en nuestro capítulo precedente.

⁷⁶ DR, p. 201 [237].

la adición de las ya poseídas (como una adición de elementos numéricamente distintos propia de una multiplicidad discreta). La *expresión* del sentido supone un *acto de creación* original, donde las propiedades resultantes del complejo son absolutamente dependientes de sus relaciones *internas*, en un proceso que nos conduce al régimen de una génesis *dinámica*, un aspecto de la multiplicidad que nos ocupará en nuestra segunda parte.

III.II.2.- La multiplicidad en el empirismo trascendental

Los elementos y relaciones de la multiplicidad deben buscarse en los ámbitos más diversos, siempre y cuando cumplan con las condiciones antedichas. Puesto que se encarnan en objetos y relaciones actuales, definen un determinado ejercicio empírico de las facultades correspondientes a esos objetos. Las multiplicidades son entonces sinónimo de “objeto trascendente”, como lo impensable en el pensamiento.

Sea la multiplicidad lingüística, como sistema virtual de ligazones recíprocas entre «fonemas», que se encarnan en las relaciones y los términos actuales de las lenguas diversas: una multiplicidad tal vuelve posible el habla como facultad, y el ejercicio trascendente de este habla [...] en el ejercicio poético del habla coextensivo a la virtualidad. Sea la multiplicidad social: ella determina la sociabilidad como facultad, pero también el objeto trascendente de la sociabilidad, que no puede ser vivido en las sociedades actuales donde la multiplicidad se encarna, pero que debe serlo y no puede sino serlo en el elemento de convulsión de las sociedades (a saber, simplemente la libertad, siempre recubierta por los restos de un antiguo orden y las primicias de uno nuevo). Se dirá lo mismo de las otras Ideas o multiplicidades: las multiplicidades psíquicas, la imaginación y el fantasma; las multiplicidades biológicas, la vitalidad y el monstruo; las multiplicidades físicas, la sensibilidad y el signo...⁷⁷

⁷⁷ DR, p. 250 [292].

Para todos los casos, la captación de un fenómeno (lingüístico, social, biológico...) como una multiplicidad nos conduce a su captación como determinación ideal, distinción unilateral surgida del fondo indeterminado de la pura diferencia, singularidad en el *continuum* virtual, sin referencia a las diferencias actuales que lo distinguen empíricamente de otros. Captar una palabra como una multiplicidad implica contemplarla como subvariedad de la variedad lingüística, que posibilita el ejercicio empírico en el cual se expresa su sentido. Lo que se capta entonces son los fonemas, no como términos idénticos, distinguidos e independientes, dispuestos en un tablero donde cada uno es el que *no es* los restantes, sino bajo relaciones inmanentes de ligazón múltiple no localizable, sobre un *continuum* que los confunde a todos, donde ninguno posee un lugar prefijado y cada uno solo cuenta en tanto pura potencialidad de conexión con el resto. Los fonemas remiten ahora, en tanto elementos diferenciales, a un espacio intrínseco de determinación recíproca, una variedad pasible de engendrar una diversidad inagotable de palabras, enunciados, lenguas, como otras tantas maneras de establecer conexiones entre palabras y cosas en el ejercicio empírico de un lenguaje (donde una determinada gramática emerge como una *métrica* específica tolerada por una región de la multiplicidad). Un murmullo plural y gutural en variación continua donde las palabras brotan como *lazos* que conectan y extraen una determinada región relativamente estable de variaciones, y las conectan a su vez con estados de cosas, como subvariedades de otras multiplicidades con las que el lenguaje interactúa.⁷⁸

Lo mismo vale para la multiplicidad social y la sociabilidad: los roles, funciones y posiciones de los individuos e instituciones actuales de un sistema social dado establecen las “métricas” de una sociedad. Los desplazamientos y conexiones posibles para cada actor en el campo social, las comparaciones entre sus roles y funciones, vienen dados por esas métricas. Captados fuera de su funcionamiento habitual, esos mismos roles, funciones, posiciones, pueden verse como instanciaciones

⁷⁸ Sobre la Idea lingüística cf. DR, pp. 262-266.

posibles de la multiplicidad. Lo que veríamos entonces no son las configuraciones y agentes sociales, sino una coexistencia de redes heterogéneas, compuestas de elementos diferenciales recíprocamente determinados, que a la vez informan y amenazan la estabilidad del cuerpo social (eso que, más tarde, Deleuze llamará “diagrama”, objeto de nuestra Interferencia #2). Por extraño que pueda parecer, desde el punto de vista de la sociabilidad empírica, el que una masa importante de agentes sociales individuados alcance esa percepción de su *espacio* social como una pura variedad pasible de actualizarse de otro modo (y, por lo tanto, de captarse también a sí mismos como individuaciones fortuitas), ella no deja de insistir como el (des)fundamento ontológico de la constitución y el cambio social (el *sin-fondo* de toda sociedad).

Los estados de excepción en la historia de las sociedades —sus crisis, revoluciones, guerras, epidemias, luchas de minorías, movimientos migratorios, etc.— atestiguan la emergencia de ese fundamento disolutivo de las formas establecidas, que implica la captación de la Idea o el ejercicio trascendente de la sociabilidad. Inversamente, toda *constitución*, institucionalización o instauración de un orden social es determinado por y en esa misma potencia disolutiva, a partir de las potencialidades liberadas por la disolución empírica y sus interferencias circunstanciales con las multiplicidades circundantes cuando el todo de lo social atraviesa su punto crítico. Esto no implica una visión teleológica, progresiva o determinista: tanto el momento de emergencia de la multiplicidad virtual es imprevisible desde el punto de vista de la *empiría* determinada por ella, como lo es la nueva métrica, los nuevos regímenes de variabilidad pasibles de constituirse en esa emergencia. Las formas posibles que puede adoptar una multiplicidad, las múltiples relaciones métricas que pueden establecerse en ella, la diversidad de figuras que allí pueden construirse y deformarse, son *virtualmente* infinitas.⁷⁹

⁷⁹ Sobre la Idea social, cf. DR, pp. 240-241 [281-283], 268-269 [313-314].

Cada orden dialéctico es un tipo de multiplicidad ideal que implica una espacio-temporalidad determinable. Nos hemos referido al factor tiempo desde el punto de vista de la Idea en el capítulo anterior, y vemos ahora que la Idea como multiplicidad posee una suerte de *espacialidad* ideal. El *tiempo* de la Idea presuponía ya un carácter espacial en la medida en que se definía por la *coexistencia* intrínseca de elementos virtuales. Las combinaciones de esos elementos podrán ser expresadas por una cierta extensión y una cierta duración actuales (una métrica). Si pensamos en un concepto más amplio de espacio (y del tiempo) que el que la experiencia o la geometría clásica imponen, es preciso afirmar la existencia de espacios biológicos, psíquicos, lingüísticos, sociales...⁸⁰ Cada una de estas áreas engloba elementos de distinta naturaleza, que podemos distinguir y clasificar desde sus características actuales (la exterioridad recíproca y la conexión de las partes orgánicas de un cuerpo, de las representaciones y voliciones de un sujeto, de los elementos gramaticales, sintácticos y pragmáticos de una lengua, de las instituciones, agentes y clases sociales de una sociedad). Pero estos espacios actuales remiten a una espacialidad virtual, según el orden de multiplicidades que encarnan: no ya a un conjunto de relaciones de coexistencia o sucesión extrínsecas, sino a un espacio de variedad continua intrínseca. En ningún caso la multiplicidad puede estar efectivamente dada, pero debe ser supuesta como lo no-dado y no-dable que sin embargo da, en la medida en que da a pensar, a sentir, a hablar, a vivir, a socializar... El núcleo diferencial que subyace a la experiencia del empirismo trascendental es la pura variedad que no existe, pero insiste disolviendo y generando las propiedades de los espacios concretos que habitamos y nos habitan.

⁸⁰ Cf. DR, p. 72 [93].

III.II.3.- Coexistencia de la Idea y perplicación

El espacio virtual genera las determinaciones expresadas por los diversos espacio-tiempos actuales que constituyen distintas esferas de la experiencia, así como los movimientos de pasaje *entre* estas esferas. La experiencia espacio-temporal se encuentra conectada y ordenada bajo relaciones de simultaneidad y sucesión, codificadas mediante conceptos. Las Ideas, en tanto desfondamiento y razón suficiente de los bloqueos conceptuales que determinan los espacio-tiempos empíricos, no están sujetas al mismo régimen de simultaneidad y sucesión que caracteriza lo empírico. Lo virtual se encuentra en un estado de *coexistencia completa* consigo mismo. Las Ideas, *todas* las Ideas, dice Deleuze, “coexisten de cierta manera. Pero por puntos, sobre los bordes, bajo resplandores que nunca tienen la uniformidad de una luz natural”.⁸¹

Mencionamos ya esta propiedad de la coexistencia de las determinaciones ideales en el desarrollo del segundo momento de la Idea mapeada desde el cálculo diferencial, y también al desarrollar la naturaleza *progresiva* de la determinación virtual desde la teoría de grupos. Con la introducción de la multiplicidad riemanniana puede dársele a esta coexistencia el sentido de una *espacialización* del plano virtual. Si lo que caracteriza a los espacios actuales (sean geométricos, físicos, psíquicos, sociales, etc.) es la exterioridad recíproca de sus partes extensivas distinguidas y la homogeneidad métrica entre sus distancias, el espacio de lo virtual es un espacio inextenso, intrínseco (sin exterioridad y carente de partes o elementos independientes), de fusión (sus elementos son indiferenciados, fundidos en el continuo ideal), y carente de una métrica uniforme. Pero es preciso que las Ideas se distingan de algún modo, pues representan un principio de pura diferencia.

⁸¹ DR, pp. 241-242 [283].

De acuerdo a lo desarrollado en nuestro primer capítulo, hay, en efecto, una distinción virtual de las Ideas: la diferenciación, que nos reenvía al proceso por el cual LA determinación emerge en el oscuro espacio de lo virtual. La coexistencia de las Ideas no se da por su ocupación simultánea de un mismo sitio, sino por la dispersión de sitios o *topos*, como fragmentos distintos sobre el fondo oscuro, donde el camino o la distancia de uno a otro no está establecida, y puede establecerse de diferentes modos (dando por resultado configuraciones diferentes del espacio). Una coexistencia, dice Deleuze, “por puntos”, “bajo resplandores” no uniformes: espacio inextenso e internamente heterogéneo. En tanto virtual, remite a un espacio problemático, (no)-ser, no existe de hecho, pero regula, orienta la resolución del problema, y su huella se expresa en las series actuales que efectúan dicha resolución. Es un espacio *puntual*, potencial, un resplandor fugaz, un punto crítico, un *doble* ideal, un instante inactual en torno al cual los procesos de lo actual se articulan. Allí donde una singularidad se manifiesta, *todo* el espacio virtual opera subyacentemente. A diferencia del actual, el espacio virtual es indivisible, carente de partes. El régimen de la coexistencia virtual implica que está *expresado en su totalidad* cada vez, en cada proceso de individuación, si bien *no de la misma manera* en cada uno.

En la medida en que está diferenciado, el espacio virtual no es un *mero* caos, en el sentido de “ausencia de orden”. Es caótico desde la perspectiva de la representación que ve a sus determinaciones disolverse en la manifestación de dicho espacio, pero, en sí mismo, está absolutamente diferenciado. En este sentido, y con el fin de definir esta coexistencia problemática, Deleuze distingue tres tipos generales de *sub-variedad* de las Ideas, o tres dimensiones de la variedad en tanto principio ontológico —*las tres dimensiones del espacio virtual*: variedades ordinales, características y axiomáticas.

Primero, *variedades ordinales*, en altura, según la naturaleza de los elementos y relaciones diferenciales: Idea matemática, matemático-física, química, biológica, psíquica, sociológica, lingüística... Cada nivel implica diferenciales de un «orden»

dialéctico diferente; pero los elementos de un orden pueden pasar a los de otro, bajo nuevas relaciones, sea porque se descompongan en el orden superior más vasto, sea porque se reflejen en el orden inferior.⁸²

Esta primera distinción remite a la cuestión de los órdenes dialécticos. Como vimos, ellos se vinculan con la actualización en un régimen de variabilidad o en un dominio de racionalidad científico/empírico determinado. En este fragmento, Deleuze los considera “en altura”, mencionando un criterio de ordenación de inferior a superior, así como la caracterización de las matemáticas como Ideas dialécticas de “último orden” nos remitía a un criterio de “primero a último”. Resulta problemático establecer el criterio para esta suerte de jerarquía donde los órdenes dialécticos están “supuestos los unos por los otros”.⁸³

La distinción en el régimen de coexistencia *ordinal* tiene que ver con la *diferencia de naturaleza* entre los elementos diferenciales que componen cada orden. Si bien son indeterminados, ellos no carecen, como hemos visto, de una tendencia a la determinación, y esto permite hablar de una distinción de naturaleza *entre* ellos. A pesar de ser todos indeterminados, indiferenciados, los elementos diferenciales de la multiplicidad matemática no se confunden con los fonemas de la multiplicidad lingüística, con los genes de la biológica, con las relaciones económicas de la social... Hay *diferencia de naturaleza entre elementos indiferenciados pero diferenciados*, en virtud del régimen de determinación recíproca en el cual esos elementos *efectúan* su determinabilidad. Hay diferenciaciones de distinta naturaleza en lo actual, que responden retroactivamente a elementos y relaciones diferenciales de distinta naturaleza. La actualización en dominios diversos supone “regiones distinguidas” en el espacio virtual.⁸⁴ La

⁸² DR, p. 242 [283].

⁸³ DR, p. 234 [275].

⁸⁴ Esta paradójica relación de las dos caras de la diferencia (diferenciación y diferenciación), donde cada una parece ser la razón de la otra, nos ocupará particularmente en nuestro último capítulo.

“continuidad” ideal alberga conexiones y articulaciones fluidas entre los *cortes* de sus distintas regiones. Es decir que el hecho de afirmar regiones distinguidas no elimina el carácter de *continuum* problemático, como potencia de producción de regímenes actuales diversos (y, consecuentemente, de transformaciones en el todo de lo virtual).

Por otra parte, la distinción en naturaleza de los elementos diferenciales permite establecer la posibilidad de una comunicación entre órdenes: los elementos —dice Deleuze— se descomponen en el orden inferior, se reflejan en el superior. Hay una suposición recíproca entre lo lingüístico y lo social, entre lo biológico y lo físico, entre lo matemático y lo social (lo económico), lo social y lo psíquico, lo físico, psíquico y lingüístico... El modo en que los elementos de un orden replican en los de otro se caracteriza como “descomposición” (relación de un orden con su superior) o “reflexión” (relación de un orden con su inferior). Podríamos pensar, por ejemplo, que las relaciones biológicas se descomponen en relaciones físicas (por mediación de la química), mientras que ellas se reflejan en las psíquicas (cuando, por ejemplo, impulsos nerviosos en un organismo son traducidos a estados de placer o de dolor). Sin embargo, la afirmación de una jerarquía entre órdenes —cosa que Deleuze parece sugerir, sin explicitarlo— lo acercaría a ver entre ellos una suerte de “buen sentido” de la determinación virtual, que iría en contra de todos sus principios. Como veremos, la tercera dimensión del espacio virtual, y la esencia misma de la relación de *expresión*, impugnarán esa posibilidad. Podemos entonces suponer que, así como la diferente naturaleza de los elementos diferenciales remite a la naturaleza del dominio que los actualiza, el orden de esos elementos remite a una jerarquía *variable*, en la que el todo de lo virtual se *auto-organiza* de distintos modos *en cada actualización*, y donde la “superioridad” o “inferioridad” de cada orden ideal depende de su ubicación fortuita relativa a una actualización dada.

Pasamos a la segunda dimensión:

Luego, *variedades características*, en amplitud [*largeur*], que corresponden a los grados de una relación diferencial en un mismo

orden y a las distribuciones de puntos singulares en cada grado (como la ecuación de las cónicas da, según el «caso», una elipse, una hipérbola, una parábola, una recta; o las variedades ordenadas del animal desde el punto de vista de la unidad de composición; o las variedades de lenguas desde el punto de vista del sistema fonológico).⁸⁵

La segunda dimensión de la multiplicidad se prolonga a partir de la primera: a cada orden determinado en altura corresponden grados en amplitud (o ancho).⁸⁶ Si en la primera dimensión del espacio virtual teníamos elementos y relaciones que diferían *en naturaleza*, siguiendo una hipotética línea “vertical” que establecía una jerarquía variable entre órdenes ideales, en esta segunda dimensión los elementos y relaciones difieren *en grado*, en una suerte de “horizontal”. Si bien cada orden virtual, en tanto multiplicidad, es en sí mismo una estructura, cada uno de ellos contiene a su vez sub-estructuras. Una multiplicidad riemanniana 2-dimensional, o “superficie” (o un campo vectorial), contiene infinitas multiplicidades 1-dimensionales, o “líneas” (o curvas integrales que actualizan el campo, pero que son, a su vez, multiplicidades). En el curso de nuestro análisis sobre la determinación ideal, vimos cómo una relación diferencial poseía *grados* que remitían a diferentes funciones en una serie de potencias, diferentes cualidades o regímenes de variabilidad cualitativo-cuantitativos. Cada *orden* diferencial posee *grados*: la multiplicidad lingüística remite a diferentes alfabetos y lenguajes, la multiplicidad social a diferentes configuraciones sociales, la multiplicidad biológica (conceptualizada en este pasaje como “unidad de composición”, siguiendo al biólogo Geoffroy Saint-Hilaire)⁸⁷ a

⁸⁵ DR, p. 242 [283-284].

⁸⁶ Ambas traducciones son posibles para la francesa “*largeur*”, como dimensión complementaria a la longitud o “*longueur*”. Hemos optado por “amplitud”, al igual que los traductores de la versión de Amorrotu, complementándola con la “altura” (“*hauteur*”) de la primera dimensión, dando la impresión de remitir no tanto a las medidas de una superficie plana (largo y ancho) como a las de una onda física (altura y amplitud).

⁸⁷ Cf. Soich, Matías, “Cuatro causas para leer a Deleuze con Saint-Hilaire”, en Soich, Matías, y Ferreyra, Julián, *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, op. cit., pp.13-27; y Bertazzo, Georgina,

diferentes especies animales. De ahí el ejemplo de las secciones cónicas (ilustración 18): según el *grado de inclinación* de un plano que intersecta una superficie compuesta por dos conos opuestos por el vértice (cada uno una 2-variedad), se obtienen diferentes líneas (1-variedad) cualitativamente diferentes.

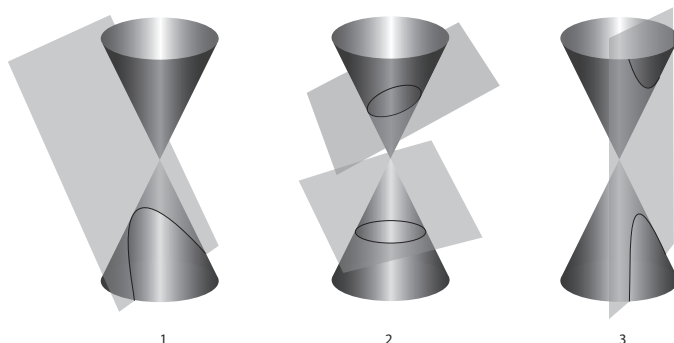


Ilustración 18: Secciones cónicas. De izquierda a derecha: parábola, elipse y circunferencia, e hipérbola

Pasamos a la tercera dimensión:

Finalmente, *variedades axiomáticas*, en profundidad, que determinan un axioma común para relaciones diferenciales de orden diferente, a condición de que este axioma coincida él mismo con una relación diferencial de tercer orden (por ejemplo, adición de números reales y composición de desplazamientos; o en un dominio totalmente distinto, tejer-hablar en los Dogóns de Griaule).⁸⁸

La tercera dimensión de la multiplicidad virtual atraviesa la vertical y horizontal: ella cruza relaciones diferenciales correspondientes a órdenes diferentes, en “profundidad” —una conexión entre un grado de

“Cuerpos y órganos. Reflexiones sobre la idea biológica y el dimorfismo sexual en *Diferencia y repetición*”, en Amarilla, Sebastián, Bertazzo, Georgina, y Santaya, Gonzalo (eds.), *Las potencias del continuo. Deleuze: ontología práctica* 3, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2021, pp. 141-156.

⁸⁸ DR, p. 242 [284].

relación de un orden con uno de otro orden. Esta relación diferencial relaciona relaciones diferenciales, produciendo nuevas relaciones, lo que redundando en una proliferación indefinida de lo virtual.

La remisión a momentos anteriores del desarrollo textual deleuziano (como pudimos trazar con las nociones de “orden” y “grado”) se dificulta en el caso de las variedades axiomáticas. Esta noción, enraizada en la reflexión metamatemática a través de la cual Hilbert desarrolló su proyecto formalista, se volverá fundamental para la filosofía política que Deleuze y Guattari desarrollan en los dos tomos de *Capitalismo y esquizofrenia*. En sus clases sobre aparatos de estado y axiomática capitalista de 1980, Deleuze aborda este problema: “¿qué quiere decir esta comparación entre la situación política y económica del mundo y una noción matemática muy precisa como la de axiomática?”.⁸⁹ He aquí que, en el contexto de esta pregunta que relaciona matemática y política, Deleuze retoma y profundiza el ejemplo de la adición de números reales y la composición de desplazamientos (que aparecía en el pasaje previamente citado).

Luego de referirse al grupo Bourbaki como el mayor exponente de una axiomatización de las matemáticas, Deleuze da un ejemplo resumido de una axiomática definida por tres relaciones:

Primera relación: a dos elementos cualesquiera x e y , corresponde necesariamente un tercero z . Esa es mi primera (R), mi primera relación. Segunda relación: hay un elemento e , tal que para todo elemento x , $x(R)e = e(R)x$. Reconozco allí un segundo axioma. [...]. Tercera y última —hay muchos otros, pero yo tomo una axiomática de tres axiomas—: para todo elemento x , hay un elemento x' tal que $x(R)x' = x'(R)x = e$.⁹⁰

La relación (R) permanece abstracta, en tanto puede ser instanciada por diversas relaciones reales. Una axiomática se plantea como una

⁸⁹ DII, p. 273; clase del 5 de febrero de 1980.

⁹⁰ DII, p. 276.

pura relación formal entre elementos no definidos (la multiplicidad deviene *definida*, recordemos, a través de su orden y su métrica, conceptos que nos remitían a su actualización). Una axiomática exige “modelos” de realización. Ella no tiene por sí misma ningún índice de especificación de objetos, sino que este debe serle asignado por un modelo: “en una axiomática ustedes tienen un conjunto de relaciones funcionales entre elementos no especificados que recorren de manera inmanente los modelos de realización, al mismo tiempo que los modelos de realización efectúan [...], en su heterogeneidad, las relaciones de la axiomática”.⁹¹ En el caso de la axiomática establecida en su ejemplo, Deleuze da *dos* modelos de realización, heterogéneos e independientes entre sí (no sin antes aclarar que ellos no agotan las posibilidades de realización de esta axiomática): uno es la adición de números reales, el segundo, la composición de desplazamientos en el plano euclidiano.

Si pensamos en términos de adición de números reales, (R) deviene “+”, y los elementos x e y a los que se aplica son dos números reales cualesquiera. Se cumple el primer axioma: efectivamente para cualesquiera x e y no nulos relacionados por la adición se obtiene siempre un tercer elemento z también perteneciente a los reales. En el caso del segundo axioma, la relación afirma la existencia de un elemento e tal que $x + e = e + x$; en el caso de la adición de números reales, este elemento es el número 0. Finalmente, el tercer axioma, traducido ahora como $x + x' = x' + x = e$, define al elemento x' como número negativo, y la correspondencia de todo número real con su negativo, cuya adición proporciona el elemento nulo definido por el segundo axioma. Toda posible adición de números reales queda así expresada abstractamente por estas tres relaciones. Lo mismo ocurre con el movimiento en el espacio euclidiano 3-dimensional: los tres axiomas definen los posibles desplazamientos de un punto o sistema de puntos. Primer axioma: para una posición dada respecto al origen = x , un desplazamiento y llevará a una segunda posición = z ; segundo axioma: e es el desplazamiento nulo o desplazamiento idéntico, tal que la posición

⁹¹ DII, p. 278.

inicial y final permanecen idénticas; tercer axioma: x' designa el desplazamiento inverso, tal que aplicado a la posición x , devuelve el móvil al punto de partida (la posición O).

Deleuze distingue la axiomática de una *mera* formalización.⁹² Los números reales y los puntos en el espacio euclidiano son en sí mismos sistemas de elementos formales; ellos reciben su forma del sistema de referencia en el que se insertan: “forma-número” definida por operaciones entre racionales, y “forma-punto” definida por las relaciones de distancia que determinan una métrica. Cada forma es un determinado grado ideal encarnado en un dominio actual (los racionales como grado actualizado por la aritmética, la distancia como grado actualizado por la geometría euclidiana). Ambos nos mantienen estrictamente en el orden dialéctico de la Idea matemática. Sin embargo, las variedades axiomáticas caracterizan todo el dominio de lo virtual, estableciendo cruces entre órdenes heterogéneos. Si hay efectivamente un “cálculo diferencial correspondiente a cada Idea”, como quería el proyecto de una *mathesis universalis*, la interferencia del cálculo puede trazarse con dominios no matemáticos como la biología, la física, la lingüística, o aún la etnología. Es en ese sentido que debe leerse el ejemplo que sigue al que venimos de desarrollar: el “tejer-hablar en los Dogón de Griault”, que pone en resonancia aspectos de la multiplicidad social, lingüística, e incluso técnica y religiosa.

⁹² Siguiendo a Torretti, debe establecerse una diferencia entre axiomatización y formalización: “En los planes de Hilbert para fundamentar sólidamente las matemáticas hay dos aspectos que suelen confundirse: la *axiomatización* y la *formalización*. Mediante la axiomatización de una teoría matemática —como la practican ejemplarmente Pasch (1882) y Hilbert (1899, 1900)— se trata de caracterizar exhaustiva y definitivamente el objeto de la misma mediante una lista de enunciados —los axiomas y definiciones— de suerte que todo lo que la teoría tenga que decir acerca de dicho objeto se pueda demostrar razonando a partir de esa lista. Mediante la formalización —según la concibe y ejecuta Frege (1879, 1893, 1903)— se trata de representar las aseveraciones de la teoría en una «escritura conceptual» de sintaxis sencilla y rigurosa, diseñada para facilitar la presentación de los razonamientos demostrativos en una forma canónica, fácilmente controlable” (Torretti, Roberto, *El paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en filosofía matemática*, Santiago, Editorial Universidad Andrés Bello, 1998, p. 295).

Siguiendo las crónicas del etnólogo Marcel Griaule sobre su convivencia con la tribu Dogón de Mali, la cuestión del tejido tiene un lugar central.⁹³ La “forma-tejido”, que debe interpretarse en el orden de la *técnica* —y que cruza ya una serie de relaciones entre otras técnicas de extracción y confección de hilados, telares, etc.—, se cruza con la “forma-lenguaje”, dentro de un tercer orden formal, relativo a una cosmovisión mitológica. El tejido interviene en el mito Dogón sobre la cosmogénesis, en el que intervienen ocho deidades llamadas “los ocho ancestros”. Ogotemmêli, un chamán Dogón, instruyó a Griaule acerca de esta cosmogonía. El séptimo de los ancestros crea el mundo, *tejiendo desde su boca* (la cual contenía siete carretes con hilos), en una actividad donde el *verbo* del dios es también *tejido*: “El genio recitaba y sus palabras colmaban todos los intersticios del paño; ellos eran tejidos en los hilos y hacían cuerpo con la cinta. Ellos eran el tejido mismo y el tejido era el verbo. Es por eso que «paño» se dice *soy*, que significa «es la palabra». Y esta palabra quiere decir también «7», rango del que habló tejiendo”.⁹⁴ La etimología latina de nuestra palabra “texto” (originalmente “tejido”) resuena con la concepción dogoniana, en una afinidad de lenguaje y tejido que va más allá de occidente. Entre los dogones, el texto no es mera grafía sino palabra viva y, más aún, vivificante: ella *crea* mundo, colmando el vacío. El telar como dispositivo técnico de producción de tejidos se enlaza con el discurso religioso (antes que la mera función instrumental de la vestimenta, la función principal de los tejidos en esta tribu es ritual, por ejemplo, para cubrir sepulturas). Por otro lado, el habla como dispositivo social de narración y comunicación se enlaza también con el discurso religioso, como actividad del dios creador. De hecho, el sonido mismo del telar en funcionamiento se asocia a la palabra hablada, y ambos concurren bajo el discurso religioso como relación “de tercer orden” en la

⁹³ Este trabajo de Griaule ha sido muy influyente en la obra deleuzo-guattariana. Pueden encontrarse importantes referencias en AO, pp. 181 y ss. [159 y ss.], y en la caracterización del cuerpo sin órganos como “huevo Dogón”, la ilustración que abre la meseta n° 6 de MP (cf. MP, p. 185 [154]).

⁹⁴ Marcel Griaule, *Dieu d'eau. Entretiens avec Ogotemmêli*, París, Arthème Fayard, 1975, pp. 25-26.

cual las dos primeras se enlazan.⁹⁵ Con la “axiomática”, Deleuze piensa entonces un sistema de relaciones capaz de abordar regímenes tan disímiles como la actividad de tejer en el telar y la de hablar —en una síntesis mítico-cosmogónica de creación de mundo en este tejer-hablar.

Cada número es ya en sí mismo una multiplicidad (en tanto *encarna una Idea*), y lo mismo ocurre con los puntos en el espacio, los fonemas en la lengua, los hilos en el telar (como agenciamiento técnico colectivo, donde convergen múltiples singularidades socio-técnicas, lingüísticas, mítico-cosmogónicas, etc.). Cada uno de estos fenómenos remite a un grado de un orden dialéctico diferente, pero, a partir de la axiomática ideal, cualquiera de ellos puede entrelazarse con cualquier otro en la producción de nuevos sistemas. Si la primera dimensión remitía a la vertical, o altura, y el segundo a la horizontal, o amplitud, la tercera habilita un cruce diagonal que no se reduce a los anteriores, y que remite a un *principio de interferencia propiamente virtual* por el cual la Idea —en completa co-presencia respecto a sí misma— debe ser pensada a la vez como inagotable y fluente.

La multiplicidad, como *sustancia* de la filosofía diferencial, debe permitir pensar una síntesis de heterogéneos en sentido absoluto. La axiomática “tradicional” exige definir una lista finita de relaciones para elementos en sí mismos indeterminados (carentes de sentido o significado, por vaciamiento o abstracción), y la necesidad de modelos de realización que efectúen esas relaciones y todas sus consecuencias en dominios diversos.⁹⁶ Pero la axiomática deleuziana trasciende esa noción por varios motivos: en primer lugar, los elementos que la componen no son signos vacíos, sino elementos diferenciales, siguiendo su caracterización del

⁹⁵ “—La palabra [*parole*], dijo el ciego, está en el ruido de la polea y de la lanzadera. El nombre de la polea significa «chirrido de la palabra»; ella se intercala en los hilos, llena los vacíos del paño. Ella pertenece a los ocho ancestros; los siete primeros la poseen, el séptimo es su maestro; y ella es el octavo. Él repetía: —Las palabras de los siete ancestros llenan los vacíos y forman el octavo” (*ibidem*).

⁹⁶ Sobre el *espíritu filosófico* del proyecto axiomático de Hilbert, puede verse Torretti, Roberto, *El paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en filosofía matemática*, op. cit., pp. 122 y ss.

primer momento de la Idea; en segundo lugar, porque no presupone un alfabeto ni un conjunto de conectores lógicos cuyo sentido sería previo a la axiomática misma; finalmente, porque la axiomática no es una mera herramienta de formulación y sistematización de *teorías*, sino una dimensión del espacio virtual, como totalidad coexistente, genética y abierta, asociada a toda forma actual (epistemológica, empírica, política, etc.).

Como ocurría con la multiplicidad riemanniana, cada punto de la Idea deleuziana puede *curvarse* simultáneamente de múltiples maneras, lo que implicaba una inagotable posibilidad de interconexión y productividad entre los distintos puntos o sistemas de puntos de la misma: en este sentido, toda multiplicidad es ya múltiples multiplicidades. Cada sistema axiomático se define por regímenes de individuación muy distintos: análisis físico-matemático del movimiento u organización cultural de la sociedad. La radical disimilitud de los ejemplos debe bastar para mostrarnos que no hay límite para la potencia conectiva de la síntesis de heterogéneos de la Idea deleuziana. No hay deducción *a priori* posible de los conceptos que configuran la experiencia, porque la experiencia supone como fondo genético esta radical heterogeneidad informal y fluente, mientras que los conceptos son *formas* actuales que pretenden codificar (ordenar y metrizar).

Las variedades axiomáticas, como tercera dimensión de la multiplicidad, “completan” el complejo virtual de la Idea, convirtiéndola en el *afuera de sí misma*; ellas la hacen divergir perpetuamente, en la proliferación de conexiones y relaciones que cruzan y ramifican sus propias conexiones y relaciones. En este sentido, la *coexistencia* propia del espacio virtual no remite a un “estar dados en simultaneidad” de una diversidad de elementos en un mismo espacio, sino a un complejo potencial productor de divergencias, hecho de relaciones que reenvían a otras relaciones, o bien a elementos informales en necesaria relación diferencial. Proliferación indefinida que afirma el caos como fondo último de la existencia. El calificativo “estático” le conviene tanto a este fondo

como el de “velocidad infinita”. En él, toda determinación se hace y deshace instantáneamente. Deleuze designa este fondo caótico del espacio virtual a través del concepto de *perplicación*.

Las Ideas, las distinciones de Ideas, no son separables de sus tipos de variedades y de la manera en el que cada tipo penetra en los otros. Proponemos el nombre de *perplicación* para designar este estado distintivo y coexistente de la Idea. No es que la «perplejidad», como aprehensión correspondiente, signifique un coeficiente de duda, de vacilación o de estupefacción, ni nada que sea inacabado en la Idea misma. Se trata, por el contrario, de la identidad de la Idea y el problema, del carácter exhaustivamente problemático de la Idea, es decir, del modo en que los problemas son objetivamente determinados por sus condiciones a participar los unos de los otros según las exigencias circunstanciales de la síntesis de las Ideas.⁹⁷

“Perplicación” es entonces el término técnico que designa, en el seno de la ontología deleuziana de la diferencia, el estado a la vez coexistente y distinguido de las Ideas en tanto variedades. (Veremos que este término se conectará con una serie de nociones correspondientes al campo semántico del *pliege*, noción que tendrá la mayor importancia en nuestros últimos capítulos.) Este concepto remite al ejercicio trascendente de las facultades, que comienza por la *perplejidad* producida en la sensibilidad por un objeto que nos fuerza a pensar, a través de un *problema* que se insinúa en él.⁹⁸ Con este momento de perplejidad, motor del ejercicio trascendente, hemos comenzado el análisis del concepto de Idea, como aquello que surge cuando somos forzados a pensar lo impensable: la multiplicidad como espacio de *diferencia interna*. Las Ideas se interpenetran unas a otras a velocidad infinita —multiplicidad de fusión—, y coexisten en el espacio de lo virtual, donde todos los órdenes, grados y cruces entre las variedades, todas las relaciones diferenciales y sus singularidades, se

⁹⁷ DR, p. 242 [284].

⁹⁸ Cf. DR, p. 182 [216].

ordenan instantáneamente de modos variables, en una proliferación fluida y estática. Por eso, la captación trascendental de un problema, con el consecuente despertar de la Idea en las facultades, genera un movimiento por el cual “las Ideas corresponden alternativamente a todas las facultades, y no son el objeto exclusivo de ninguna en particular [...]. Hay pues un punto en el que pensar, hablar, imaginar, sentir, etc., son una sola y la misma cosa, pero esta *cosa* afirma solamente la divergencia de las facultades en su ejercicio trascendente”.⁹⁹ Así como *la* Idea reenvía a *las* Ideas, el para-sentido como aprehensión trascendental de las Ideas reenvía a todas las facultades, más allá de la oposición Uno-múltiple. El estado de perplejidad a partir del cual resolvemos los problemas que encarnamos supone en el límite la *totalidad* de nuestras facultades, así como la totalidad de los problemas.

Esta noción de totalidad, por su parte, no remite a un *cierre*, a un conjunto acabado, sino al complejo fluente de la Idea, permanente apertura hacia el *afuera* caótico de todo sistema o dominio actuales. No es una totalidad de *cosas* o *elementos*, sino de relaciones y puntos a su vez relacionables de todos los modos posibles, en una red diferencial donde la divergencia reina, rompiendo cada vez la posibilidad de un cierre, de un “sistema de todos los sistemas”. “Cada cosa es una multiplicidad en tanto que ella encarna la Idea”,¹⁰⁰ y cada multiplicidad es ya apertura a otras multiplicidades: multiplicidades de multiplicidades entrelazándose entre sí, e interfiriendo las *cosas* que las encarnan. Lo virtual rodea a lo actual como neblina, poblándolo de tensiones y direcciones de conexión que lo torsionan más allá de toda métrica preestablecida.

La síntesis de las Ideas perpluca todos sus órdenes, todas sus relaciones y singularidades de un modo distinto en cada proceso de actualización. La caracterización de este proceso —por el cual el espacio de coexistencia virtual se organiza por completo en cada actualización— es

⁹⁹ DR, p. 250 [293].

¹⁰⁰ DR, p. 236 [277].

lo que nos convoca ahora. La noción de *intensidad* será la clave para caracterizar la relación entre lo actual y lo virtual, el modo en que la multiplicidad virtual se encarna en las cosas —que son, en virtud de ella, también multiplicidades. Esa noción, por lo demás, no está libre de interferencias matemáticas. Hacia ellas nos dirigimos a continuación, para completar el abordaje matemático de la filosofía de la diferencia.

Interferencia #5: Riemann, Husserl y Bergson

Deleuze no se considera el primer filósofo en haber descubierto la potencia filosófica de la variedad de Riemann. Husserl y Bergson, en concreto, son pioneros en la construcción de pensamiento filosófico desde las multiplicidades. Deleuze traza una suerte de “bloque” de interferencia triple, que salta de un punto a otro de su obra.¹⁰¹ Interesa entonces indagar en qué sentido Husserl y Bergson son continuadores de Riemann.

Antes de entrar en contacto con Brentano y decidir dedicarse a la filosofía, Husserl estudia matemática en Leipzig, entrando en contacto durante gran parte de su formación con muchos de los matemáticos más influyentes de la época (Weierstrass, Kronecker, Cantor, Hilbert y Klein). La teoría de Riemann le era familiar, al punto que la adopta como expresión adecuada al espacio físico y geométrico.¹⁰² Su trabajo está, pues, en estrecha vinculación con la matemática, al punto que la primera declaración de Husserl en el prólogo de las *Investigaciones lógicas* (1900) es que esta obra surge de los problemas que lo llevaron finalmente a interrumpir sus “largos esfuerzos por obtener una explicación

¹⁰¹ Encontramos esta tríada en B, p. 32 [37], MP, p. 603 [491-492], F, p. 22 [39-40], QQP, p. 121 [128].

¹⁰² Cf. Rosado Haddock, Guillermo E., “Husserl and Riemann”, en Centrone, Stefania (ed.), *Essays on Husserl's Logic and Theory of Mathematics*, Dordrecht, Springer, 2017, p. 238 (Haddock menciona allí la correspondencia de Husserl con Nartop y Brentano como evidencia de su aceptación del punto de vista de Riemann). Para un recorrido sobre la noción husserliana de “multiplicidad” en los distintos períodos y problemáticas de su obra, cf. Ierna, Carlo, “La notion husserlienne de multiplicité : au-delà de Cantor et Riemann”, en *Methodos. Savoirs et textes*, n° 12, 2012, en línea, URL: <https://journals.openedition.org/methodos/2943> (último acceso: 12 de abril de 2022).

filosófica de la matemática pura”.¹⁰³ La fenomenología husserliana nace de la dificultad que la lógica formal de su tiempo le planteaba a la hora de abordar el estudio de sistemas deductivos reales. Cuando Deleuze refiere a la teoría de las multiplicidades en Husserl, nombra dos obras que abordan ese problema: *Filosofía de la aritmética* (1891) y *Lógica formal y lógica trascendental* (1929).¹⁰⁴

En esta última obra,¹⁰⁵ encontramos una formulación más acabada de lo que Husserl llama “teoría de la multiplicidad” (*Mannigfaltigkeitslehre*). Husserl la caracteriza como una “teoría de los sistemas deductivos”, entendiendo la multiplicidad, en sentido general, como sistema deductivo *formal*, o más precisamente, una “teoría de las formas posibles de teorías”.¹⁰⁶ Lo que los matemáticos —en su esfera específica— llaman “multiplicidad” debe extenderse, según esto, a la totalidad de los sistemas nomológicos (esto es, axiomático-deductivos), cada uno de los cuales se concibe como una unidad sistemática que acota una esfera infinita de objetos mentales (las deducciones de los axiomas).

Dice Husserl: “Estos objetos [los objetos mentales de la multiplicidad] no se hallan definidos ni directamente como singularidades individuales o específicas, ni indirectamente por sus especies o géneros, sino exclusivamente por la *forma* de las conexiones a ellos adscritas. Estas mismas tampoco se hallan determinadas en su contenido, como sus objetos; lo definido es solamente su forma [...]. En la teoría de la multiplicidad, el signo +, por ejemplo, no es el signo de la adición aritmética sino una conexión en general, para la que son válidas leyes de la forma « $a+b=b+a$ », etcétera. La multiplicidad está definida por la circunstancia de que sus objetos mentales hacen posibles estas

¹⁰³ Husserl, Edmund, “Prólogo”, en *Investigaciones lógicas I*, trad. José Gaos y Manuel García Morente, Madrid, Alianza, 2006, p. 21.

¹⁰⁴ No lo hace en DR, pero sí en F (p. 22 [40]) y en QQP (p. 121 [128]).

¹⁰⁵ Concretamente en los §§ 28-34, los cuales retoman los §§ 69-70 de sus “Prolegómenos a la lógica pura”, que abren las *Investigaciones lógicas I*.

¹⁰⁶ Husserl, Edmund, *Lógica formal y Lógica trascendental*, trad. Luis Villoro, México DF, Universidad Nacional Autónoma de México, 1962, p. 93.

«operaciones» y otras de las que pueda demostrarse que son compatibles *a priori* con ellas”.¹⁰⁷

De este modo, la teoría de las multiplicidades queda definida como una teoría sobre las *relaciones formales* entre objetos mentales, definidos exclusivamente por ellas. Una teoría formal completamente formulada es una estructura abstracta que permite reconstruir teorías reales bajo su forma. El ejemplo del símbolo de la adición (que nos resuena a la relación (*R*) descrita por Deleuze en su clase sobre axiomática) va en ese sentido: desde el punto de vista de la teoría de la multiplicidad, no debe entenderse inmediatamente como la suma de números, sino como una “conexión en general” que admite distintas instanciaciones en relaciones reales, una de las cuales es la adición de números. Del mismo modo, la noción de multiplicidad de Riemann poseía una generalidad formal tal, que diferentes espacios podían englobarse bajo ella. Riemann formalizaba las multiplicidades *espaciales*, y las distinguía y enlazaba a la vez a través de la variación de su grado de curvatura.¹⁰⁸ Pero los objetos de la multiplicidad no son, según Husserl, puntos geométricos, espacios físicos, o números, sino las teorías mismas: la teoría de la multiplicidad resulta en una meta-teoría de las teorías, una teoría de orden superior que abarca formalmente las teorías reales.

Deleuze sigue la idea de que los objetos de la multiplicidad no están definidos sino por sus relaciones, las cuales no refieren a objetos actuales, sino que deben instanciarse (o “asignarse un modelo”). Más aún, el uso estrictamente epistemológico que le da Husserl, como “teoría de las teorías”, lo lleva a postular el proyecto de una *mathesis universalis*.¹⁰⁹ El propio Deleuze planteaba esto mismo desde la dialéctica

¹⁰⁷ *Ibid.*, pp. 94-95. (Este pasaje refiere a una extensa cita que el propio Husserl retoma de las *Investigaciones lógicas*, §70. Villoro sigue aquí la traducción de Gaos y Morente. Cf. Husserl, Edmund, *Investigaciones lógicas I*, op. cit., p. 205).

¹⁰⁸ Husserl da este ejemplo en *ibid.*, p. 206.

¹⁰⁹ Cf. Husserl, Edmund, *Lógica formal y lógica trascendental*, op. cit., p. 96. Cf. también sobre este punto el texto de Gauthier, Yvon, “Husserl and the Theory of Multiplicities «*Mannigfaltigkeitslehre*»”, en Feist, Richard, *Husserl and the Sciences*, Ottawa, University of Ottawa Press, 2004, p. 124. Gauthier señala que la teoría de las multiplicidades, como *mathesis universalis*, es uno de los puntos de mayor constancia a través de la vasta y versátil producción husserliana.

de las Ideas diferenciales, cuyos órdenes remitían a diferentes dominios científicos que surgían como diferentes “casos” de solución para los problemas ideales. Sin embargo, hay todavía un énfasis demasiado fuerte de Husserl en el aspecto *formal* de la multiplicidad que (si bien no se ajusta a la concepción logicista)¹¹⁰ no es afín a la teoría deleuziana de la Idea. Los elementos y relaciones diferenciales, fundamentales en la Idea deleuziana son, como vimos, del orden de lo *informal*, y la noción de *forma* (conceptual o sensible) remite a lo actual. Por otra parte, la abstracción de los objetos mentales husserlianos supone una negatividad o carencia de contenido que no se ajusta al exceso positivo de los diferenciales deleuzianos.

Andrés Osswald ha sugerido que el concepto de Husserl que mejor parece ajustarse a la variedad de Deleuze es el de “todo” (*Ganze*). El vínculo entre las partes de un “todo” no puede pensarse añadiendo el momento de unidad como una instancia trascendente, separada de las partes unidas por la totalidad. Por el contrario, este vínculo debe pensarse como una conexión inmanente, en lo que Husserl llama “fundamentación bilateral”, por la cual los elementos en relación solo pueden concebirse en el seno de una totalidad que es más que la suma de sus partes, sin existir por fuera de ellas.¹¹¹ Este sentido de la multiplicidad nos lleva a poner el acento en una suerte de “fusión” o “penetración mutua” entre los elementos que la componen, características que Deleuze asigna a la multiplicidad husserliana en *¿Qué es la filosofía?*,¹¹² pero que aparece más patentemente desarrollada por su lectura de la multiplicidad bergsoniana.

En efecto, la lectura deleuziana de Bergson como un filósofo de las multiplicidades insistirá en esta característica: “multiplicidad de fusión” propia de la duración, contra la “multiplicidad de exterioridad” propia del espacio. En el segundo capítulo de *El bergsonismo*, Deleuze

¹¹⁰ El § 33 de *Lógica formal y lógica trascendental* expresa esta diferenciación que Husserl traza entre su propuesta formal y la lógica excesivamente simbólica de las “reglas de juego”.

¹¹¹ Cf. Osswald, Andrés, “Síntesis y multiplicidad. Algunas indicaciones husserlianas sobre la ontología de *Diferencia y repetición*”, en Ferreyra, Julián, y Soich, Matías, *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, Buenos Aires, La Almohada, 2014, pp. 55 y ss.

¹¹² Cf. QQP, p. 121 [128].

afirma que el concepto de multiplicidad bergsoniano está inspirado en Riemann. Esta hipótesis de lectura le permite trazar una interpretación que va del *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia* a *Duración y simultaneidad*, articulando los distintos momentos del bergsonismo en torno a una distinción entre tipos de multiplicidades alejada de la clásica distinción entre lo múltiple y lo Uno. La distinción riemanniana entre tipos de multiplicidad sería retomada por Bergson, quien asigna a las multiplicidades continuas la propiedad de ser una síntesis de heterogéneos. Se opone así la multiplicidad continua, cualitativa, interna, heterogénea, subjetiva, no numerable y virtual de la duración, a la multiplicidad discreta, cuantitativa, externa, homogénea, objetiva, numerable y actual del espacio. Todo el proyecto bergsoniano se cifraría en denunciar los mixtos “impuros” entre estos tipos de multiplicidades. Si Husserl daba a la teoría de las multiplicidades un carácter epistemológico, Bergson le dará una fuerte impronta ontológica.

Es en el segundo capítulo del *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia* que Bergson introduce esta distinción entre tipos de multiplicidades, al analizar las vivencias de la conciencia. Allí, Bergson denuncia el mixto impuro que se genera al atribuir a nuestros estados de conciencia sucesivos una posición independiente en el tiempo, atribuyendo a un fenómeno esencialmente inextenso (como es la vivencia de la conciencia) una propiedad extensa. Extrapolamos entonces propiedades del espacio y las proyectamos sobre la conciencia, desnaturalizando su vivencia original: la duración. Si lo propio del espacio es ser cantidad, medio homogéneo y numerable, “la pura duración bien podría no ser sino una sucesión de cambios cualitativos que se funden, que se penetran, sin contornos precisos, sin tendencia alguna a exteriorizarse unos en relación con otros, sin parentesco alguno con el número: sería heterogeneidad pura”.¹¹³ Esta idea de la duración como multiplicidad cualitativa interna, de

¹¹³ Bergson, Henri, *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia*, trad. Juan Miguel Palacios, Salamanca, Sígueme, 2006, p. 79. En *ibíd.*, p. 77, Bergson ilustra esto a través del ejemplo de una melodía, donde las distintas notas se interpenetran unas con otras para formar el todo; la distinción entre estos dos tipos de multiplicidad a través del ejemplo de la melodía es también dado por Husserl para mostrar cómo la construcción del número en el tiempo difiere de la captación del número en abstracto (cf. Osswald, Andrés, “Síntesis y multiplicidad...”, *op. cit.*, pp. 51-52).

carácter virtual, sería la intuición bergsoniana fundamental que recorre su producción filosófica, buscando encontrar en esa multiplicidad la razón suficiente de la multiplicidad cuantitativa, actual.

Del análisis “psicológico” que implica esta primera obra de Bergson, al físico, que se desarrolla en *Duración y simultaneidad*, esta intuición atraviesa diferentes dominios: “la duración psicológica, nuestra duración, no es ya sino un caso entre otras, en una infinitud de otras”.¹¹⁴ El despliegue de los problemas bergsonianos comienza por captar la duración inextensa de la conciencia como multiplicidad, para ampliar la esfera de la misma a la dimensión objetiva, al punto que cada cosa en el universo poseerá una duración, y estas duraciones heterogéneas coexisten como grados de contracción y dilatación del Tiempo impersonal.¹¹⁵ Estos grados serían como infinitos flujos de duración en los que se distribuye el Tiempo (o el Ser),¹¹⁶ así como cada duración, en tanto multiplicidad, puede dividirse en “sub-duraciones” (el vuelo de un pájaro sobre mi cabeza, el flujo del arroyo a mis pies, y el murmullo de mis pensamientos, que forman un único estado vivencial, pero cada uno posee su duración propia, cualitativamente singular). El Tiempo impersonal no sería una unidad superior que impone la unificación de duraciones dispersas, sino el medio en el cual cada duración, en tanto multiplicidad, se abre a todas las demás. La sucesión cualitativa deviene así coexistencia virtual, y la división, el proceso por el cual pasamos de una duración a otra. “Si nos situamos en un momento en el cual la división no es hecha, es decir en lo virtual, es evidente que solo hay un tiempo. Luego, situémonos en un momento en que la división es hecha: dos flujos [...] difieren en naturaleza”.¹¹⁷ La división como cambio de naturaleza será, en el sistema deleuziano, una propiedad esencial a la multiplicidad *intensiva* (ver el siguiente capítulo). Pero la *coexistencia* en lo virtual es, como vimos, una propiedad esencial a la multiplicidad *virtual*,

¹¹⁴ B, p. 76 [79].

¹¹⁵ Sobre este problema cf. el capítulo IV de B, pp. 71 [75] y ss.

¹¹⁶ Cf. B, p. 87 [89].

¹¹⁷ B, p. 82 [85].

donde la diferencia de naturaleza entre órdenes ideales coexistentes remitía necesariamente a un proceso de actualización.

Si la noción de multiplicidad en Husserl nos remitía a la Idea deleuziana por el lado de la *mathesis universalis*, pero se alejaba de la caracterización deleuziana por su aspecto rigurosamente formalista o axiomático, la noción bergsoniana de multiplicidad parece acercarnos a la exigencia deleuziana según la cual cada individuo o modo efectivamente existente debe ser caracterizado como multiplicidad “en tanto encarna la Idea”, pero nos aleja del análisis de la Idea deleuziana en tanto nos remite a su noción de intensidad. En ambos casos, sin embargo, la multiplicidad es efectivamente puesta como un modo de escapar a la lógica de oposición simple uno-múltiple. La reformulación deleuziana del spinozismo, que, de la mano de Riemann, busca sustantivizar la multiplicidad, debe mantener el rasgo husserliano de la *mathesis universalis* (sin por eso afirmar el carácter formalista de la *Mannigfaltigkeitslehre* husserliana) y el rasgo bergsoniano de la coexistencia virtual (sin introducirnos todavía en el problema de la intensidad y sus divisiones, que remiten a la *expresión* de la Idea, pero pertenecen a un momento de la ontología analíticamente distinto al de la Idea).

Interferencia #6: Riemann y el espacio liso en MP

En la producción deleuzo-guattariana, *Mil mesetas* es el proyecto mejor logrado en el sentido de desarrollar una teoría de las multiplicidades. A lo largo de esta obra, las nociones riemannianas se distribuyen siguiendo una línea zigzagueante que atraviesa conceptos tan centrales como “rizoma”, “agenciamiento”, “territorio”, “máquina abstracta”. Siguiendo esta línea, distintas secciones de distintas mesetas interfieren entre sí, creando un espacio de resonancia que vibra poderosamente a su vez junto con la sección de *Diferencia y repetición* que venimos de comentar.

En la meseta 14, Deleuze y Guattari desarrollan la distinción entre el espacio liso y el espacio estriado. Esta distinción entre espacios no es ajena a la de espacios actuales y virtuales. Es importante recalcar

la caracterización de la multiplicidad riemanniana como “lisa”, lo cual era sinónimo de “continua”, o infinitamente diferenciable. Podemos ver en lo liso el espacio donde se distribuyen intensidades hasta su punto límite: intensidad = 0 o “grado cero” de todo agenciamiento, que lo abre a la máquina abstracta o diagrama. El espacio liso posee varias presentaciones o “modelos”. Riemann reaparece aquí retomando todos los elementos desarrollados en *Diferencia y repetición*. Escriben Deleuze y Guattari: “Fue un acontecimiento decisivo cuando el matemático Riemann arrancó a la multiplicidad de su estado de predicado, para hacer de él un sustantivo, «multiplicidad». Era el fin de la dialéctica, en provecho de una tipología y de una topología de las multiplicidades”.¹¹⁸ Nuevamente, se enfatiza el carácter sustantivo de la multiplicidad riemanniana contra la dialéctica clásica (que se detenía en la oposición simple “uno-múltiple”), como también la característica a la vez tipológica y topológica de la filosofía de la diferencia. El texto continúa: “Cada multiplicidad se definía por n determinaciones, pero a veces las determinaciones eran independientes de su situación, otras veces dependían de ella. Por ejemplo, se puede comparar la magnitud de la línea vertical entre dos puntos y la magnitud de la línea horizontal entre otros dos: se ve aquí que la multiplicidad es métrica y se deja estriar, y que sus determinaciones son magnitudes. Al contrario, no se puede comparar la diferencia entre dos sonidos de igual altura e intensidad distinta con dos sonidos de igual intensidad y altura distinta”.¹¹⁹ Las determinaciones de la multiplicidad son aquí consideradas desde el punto de vista de la posibilidad de una métrica, solo bajo condición de la cual una multiplicidad “se deja estriar” (en el caso del ejemplo, la métrica está dada por la traslación de la medida de distancia entre puntos entre una línea horizontal y una línea vertical). El estriaje de un espacio se relaciona directamente con la representación: consiste en un acto de *fijación* de formas o funciones (en términos de *Diferencia y repetición*, se trata de lo que “actualiza”, o pone en acto, la multiplicidad). La diferencia “estriada”, “estratificada”, es la diferencia dominada, pasible de ser pensada desde los conceptos idénticos y los predicados opuestos. A cada métrica

¹¹⁸ MP, p. 602 [491].

¹¹⁹ MP, pp. 602-603 [491].

corresponde una cierta fijación de segmentos y un modo de comparación uniforme de unos con otros.

Ahora bien, en el caso en que esa comparación “dependa de la situación” de los elementos considerados, la multiplicidad en cuestión presentará mayor resistencia al estriaje. Es lo que ocurre con el ejemplo de los sonidos, por contraposición de la simple comparación de longitud de segmentos entre líneas verticales y horizontales. Podemos pensar el sonido como una 2-multiplicidad cuyos dos modos de determinación son intensidad y altura (esto hacen Deleuze y Guattari siguiendo un ejemplo de Vuillemin,¹²⁰ aunque en rigor pueden asignarse más dimensiones a la multiplicidad sonora, particularmente el timbre y la duración). Esta 2-multiplicidad determina una vibración, una onda: a mayor o menor amplitud de onda, el sonido será más fuerte o más débil (varía en intensidad, o volumen), a mayor o menor frecuencia de onda, el sonido será más agudo o más grave (varía en altura, o nota). La *distancia* entre sonidos que varían en volumen pero no en nota no es fácilmente comparable con la distancia entre sonidos que varían en nota pero no en volumen, y esto dificulta el establecimiento de una métrica exacta (recuérdese a este respecto la diferencia establecida por Riemann entre la certeza y la exactitud entre las relaciones de extensión y las relaciones métricas). Las determinaciones de la multiplicidad simple horizontal-vertical eran homogéneas, lo cual facilita la métrica, mientras que las de la sonora (compuesta por intensidad y altura) son heterogéneas, y el establecimiento de una métrica recurre entonces a procedimientos de *traducción* donde intervienen operaciones que desnaturalizan dicha heterogeneidad. Una posibilidad es añadir una dimensión suplementaria en la cual las dos precedentes puedan converger y traducirse recíprocamente. Es lo que se hace, por ejemplo, con la

¹²⁰ Cf. MP, p. 603 [491]. El ejemplo de Vuillemin (quien lo toma, a su vez, de Helmholtz) está en *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 409: ante una multiplicidad n -dimensional cualquiera, “puede que no dispongamos de elemento de medida; no podremos entonces comparar dos magnitudes a menos que una sea parte de la otra, y contentándonos entonces de juzgar que esta es más pequeña que aquella, sin poder decir cuánto. En ese caso, las magnitudes no son independientes de la situación y no puede expresárselas por medio de unidades. Por el contrario, la independencia de las magnitudes con respecto al lugar está implicado por las relaciones métricas. La medida deviene entonces posible de diversas maneras”.

temperatura en el termómetro: la magnitud intensiva del calor se traduce a la magnitud extensiva del segmento del termómetro.¹²¹

Es de destacar el uso del término “*n* determinaciones” en lugar de “*n* dimensiones”. En *Mil mesetas* abundan las referencias la dimensionalidad. Así como, en *Diferencia y repetición*, las dimensiones de una Idea, en tanto estructura, remitían a las coordenadas de un fenómeno, en *Mil mesetas* las dimensiones de una multiplicidad remiten a agenciamientos, pero también a segmentos y estratos en un rizoma: “Contrariamente a una estructura, que se define por un conjunto de puntos y de posiciones, de relaciones binarias entre estos puntos y de relaciones biunívocas entre estas posiciones, un rizoma está hecho de líneas: líneas de segmentariedad, de estratificación, como dimensiones, pero también línea de fuga o de desterritorialización como dimensión maximal tal que, siguiéndola, la multiplicidad se metamorfosea cambiando de naturaleza”.¹²² Es claro que, si bien se mantiene el vocablo, la “estructura” que tienen aquí en mente los autores no es la estructura *genética* de *Diferencia y repetición*, más cercana al “rizoma” que a Saussure. Las determinaciones de una multiplicidad son entonces llamadas “dimensiones” cuando remiten a una estratificación o segmentación (extensión métrica). Esto continúa la línea de *Diferencia y repetición*, si consideramos que allí el número de *dimensiones* de una Idea se asocian al fenómeno que ella determina. Deleuze y Guattari privilegian el término “dirección” para referirse al estado caótico de la multiplicidad, previo a la conformación de dimensiones, y previo a la asignación de una métrica, o a la posibilidad de sumergir a la multiplicidad en un espacio ambiente bajo una dimensión suplementaria desde la cual se homogeneizan las restantes. Esto ya no sucedía en el caso de las geometrías de Riemann y Gauss, donde espacios tradicionalmente considerados como tridimensionales, como la esfera, podían analizarse a partir de ecuaciones paramétricas en dos

¹²¹ El problema de la traducibilidad entre distancias al interior de una multiplicidad es explorado por Deleuze en su teoría de la intensidad, de la mano de Meinong. De hecho, en este pasaje de *Mil mesetas*, la teoría de las distancias de Meinong y Russell (que veremos en nuestra segunda parte) es referida por Deleuze y Guattari en el mismo desarrollo en que introducen a Riemann.

¹²² MP, pp. 31-32 [25].

dimensiones (la insistencia deleuzo-guattariana en la expresión $n - 1$ es también de influencia riemanniana). Si lo que se privilegiaba en la construcción o descomposición de una multiplicidad eran, según Riemann, los movimientos posibles de un punto (lo hemos visto con los ejemplos del espacio euclidiano y la multiplicidad de los colores), las *direcciones* posibles que puede seguir el punto determinan las *dimensiones* de la multiplicidad que ese punto habita. En el caso de la multiplicidad riemanniana, la dirección de movimientos posibles para cada punto está dada por el tensor asignado a cada uno, lo que constituye una condición de posibilidad para establecer la métrica.¹²³

La preeminencia de los rasgos direccionales sobre los dimensionales aparece claramente expuesta en la meseta 10, “Del ritornelo”, en el proceso de constitución del territorio correspondiente a un agenciamiento: “hay territorio desde que las componentes de medios dejan de ser direccionales para devenir dimensionales”.¹²⁴ Un agenciamiento se define por sus dimensiones, aisladas del caos multi-direccional.¹²⁵ El caos está poblado de componentes direccionales (propias de lo que Deleuze y Guattari llaman “infra-agenciamiento”), y los medios se despliegan y comunican en él como diferentes bloques heterogéneos de espacio-tiempo, constituyendo el intra-agenciamiento o el establecimiento de dimensiones. Esta vinculación del agenciamiento con la dimensionalidad está establecida desde el comienzo de la meseta 1: “Un agenciamiento es precisamente este crecimiento de dimensiones en una multiplicidad que cambia necesariamente de naturaleza a medida que aumenta sus conexiones”.¹²⁶ Las conexiones posibles de un agenciamiento en una multiplicidad definen direcciones, como líneas de fuga para posibles nuevas conexiones en agenciamientos variables. El aumento de conexiones en la multiplicidad es paralelo a una síntesis de espacio-tiempos heterogéneos, posibilitada por una multi-direccionalidad provista por el

¹²³ Los tensores, como rasgos funcionales de expresión, son atribuidos a la máquina abstracta en tanto diagrama, en el último párrafo de *Mil mesetas* (cf. MP, p. 638 [520]).

¹²⁴ MP, pp. 386-387 [321].

¹²⁵ Cf. MP, p. 384 [318-319]; aquí, Deleuze y Guattari dan el ejemplo del “punto gris” de Klee.

¹²⁶ MP, p. 15 [14].

caos en la constitución del agenciamiento, por la cual este permanece siempre abierto a nuevos cruces: espacio de inter-agenciamientos.

El vínculo entre dirección, territorio, (infra-, intra-, e inter-) agenciamiento y dimensión supone entonces la distinción del espacio (liso y estriado). Corresponde al espacio liso, o al “alisado” del espacio, el trazado de líneas de fuga que atraviesen los estriajes y los pongan en comunicación unos con otros, siguiendo la “dimensión maximal” que desborda el agenciamiento de base. Ambos espacios no están en oposición, sino en un entrelazamiento complejo. El movimiento de conexión de bloques espacio-temporales implica el “crecimiento” del agenciamiento. Un agenciamiento crece en dimensiones cuando se abre al espacio liso, en el cual se traza la desterritorialización absoluta.¹²⁷ Este crecimiento implica también una mutación de la multiplicidad, en la cual el agenciamiento se desarrolla (siguiendo las líneas de desterritorialización, la multiplicidad “cambia de orden o de métrica”, como ocurría con la variación de elementos diferenciales en *Diferencia y repetición*). Al contrario, el agenciamiento decrece o se mantiene fijo cuando persiste en su espacio estriado, bajo una métrica homogénea que lo describe.

Dos ejemplos, tomados del modelo textil, pueden ser clarificadores a este respecto: el fieltro y el *patchwork*. Deleuze y Guattari afirman explícitamente que el espacio riemanniano es un *patchwork*,¹²⁸ en virtud de su expresión en términos de conexiones de fragmentos infinitesimales de espacios locales de tipo euclidiano (vecindades). Estas vecindades se comportan euclidianamente para un punto situado en ellas, pero para dos puntos pertenecientes a dos vecindades distintas de una misma multiplicidad la conexión puede trazarse de una infinidad de modos posibles, en tanto se establezca una nueva convención (una nueva función de distancia). De este modo, la multiplicidad se describe como yuxtaposición de fragmentos heterogéneos en situación de

¹²⁷ Cf. MP, p. 636 [518].

¹²⁸ Esta afirmación viene luego de una extensa cita de Lautman, donde se describen como una yuxtaposición de fragmentos euclidianos conectables unos con otros de una infinidad de maneras, independientemente de una métrica (cf. MP, p. 606 [493]).

conexión múltiple. El ejemplo del fieltro nos parece también adecuado a la multiplicidad riemanniana:¹²⁹ fabricado por medio de un prensado de múltiples capas de hilos dispuestas de manera azarosa, podemos pensar esta tela como una superficie compleja donde cada punto reenvía a líneas de lo más disímiles. Las trayectorias de un punto que recorriera los hilos no están prefiguradas, como en el crochet o el bordado, a la trayectoria de las agujas que los entrelazan unos con otros (y que definen un espacio textil estriado), sino que cada hilo puede seguir una dirección diferente, con una curvatura diferente y continuamente variable, confundiéndose a su vez en cada pequeño entorno con los demás hilos que lo rodean. El modelo matemático y el textil interfieren el uno con el otro por el modo en que conciben sus espacios correspondientes, bajo el sello de la teoría de las multiplicidades.

¹²⁹ Tanto el ejemplo del *patchwork* como el del fieltro, en tanto modelos tecnológicos del espacio liso, se desarrollan en MP, pp. 594-595 [484-485].

Segunda parte
Aspectos matemáticos
de la actualización

Introducción a la segunda parte

Lo virtual rodea a lo actual como neblina. En y por lo actual, lo virtual se traduce en una consistencia formal, una relativa fijación de la cual, en y por sí mismo, carece. Aunque, estrictamente, no carece de nada: lo virtual goza de plena realidad. Lo actual y lo virtual aparecen así como las dos modalidades, dos planos, dos mitades de lo real.

Esta apreciación es sin duda imprecisa, porque, como vimos, lo virtual no es propiamente *existente*, a pesar de ser real (es *insistente* y *persistente* en torno a lo actual, antes que una *existencia* efectiva). La indeterminación propia de lo virtual, y el proceso de génesis que desencadena, son aspectos esencialmente imbricados con la existencia, sin ser propiamente *existencia* (la cuestión de la distinción de los prefijos es sumamente importante, como veremos en nuestro último capítulo). Lo virtual está completamente determinado, contiene *en sí* la potencia de la distinción más extrema, internaliza toda diferencia, sin contradicción, sin negación. Esto no implica la afirmación de un mundo separado al de la experiencia, sino la relación intrínseca de la experiencia con un *afuera* trascendental, la apertura de lo empírico y de sus dominios de racionalidad a problemas dialécticos que exigen la producción de nuevas configuraciones. Esta exigencia que lo virtual impone a lo actual —y por la cual lo actual es vivificado, *forzado* a romper la fijeza estanca de una forma, o el ciclo idéntico de una repetición mecánica— no se ejerce desde el exterior: la diferencia trascendental es *interna*. Y, sin embargo, es apertura al afuera. Lo actual lleva consigo a lo virtual, está permanentemente *cargado* de virtualidad; condensa, contiene, lleva *dentro* suyo la totalidad perplicada, difusa y fluida

de lo virtual, que, *a la vez, lo rodea* “como neblina”. Entramos así de lleno en la paradoja del mapa onto(topo)lógico deleuziano: la *continuidad* entre el adentro y el afuera.

Todo objeto es *doble*, situado en el entrecruzamiento de mitades desemejantes. Lo actual y lo virtual reenvían constantemente el uno al otro, conforman un circuito abierto en mutua remisión, uno como doble del otro, *el uno doblándose en el otro*. Por eso, en nuestra exposición previa, no pudimos abandonar las referencias a objetos actuales (figuras geométricas, teorías, fórmulas analíticas y algebraicas, o colores, tradiciones de los Dogón, etc.), al punto que nos ha sido imposible fijar un límite estricto entre ellos. “El plano de inmanencia comprende a la vez lo virtual y su actualización, sin que pueda haber un límite asignable entre los dos”.¹ Pero esa “ausencia” de límite no implica que no difieran. El límite asignable es un límite actualizado, un *término*, que contornea formas en una exterioridad recíproca. Ahora bien, el cálculo diferencial ya mostraba otro tipo de límite, inasignable, que indicaba una diferencia *interna* donde la relación primaba sobre los términos, y la potencia de variación devenía absoluta. El hilo de lo virtual nos llevó por las facetas lógicas, ontológicas y trascendentales de la Idea, por su carácter genético y estático, su peculiar espacio-tiempo perplificado. Esta última instancia nos interesará en lo que sigue: sin *estar* en un lugar, la Idea genera determinaciones correspondientes a un espacio; sin tener *duración*, genera determinaciones correspondientes a un tiempo.

¿Cómo se produce esta correspondencia? Si identificamos lo actual con un espacio formado, *partes extra partes*, y un tiempo vivido, experimentado por una conciencia, debemos oponerlo radicalmente a lo virtual. Deleuze, de hecho, lo hace,² y esto puede suscitar el problema del dualismo. Sin embargo, debemos ser cuidadosos en el modo en el que entendemos

¹ D, p. 180.

² Cuando, en el curso del Capítulo IV, defiende la realidad de lo virtual y opone lo real a lo posible (desligando a lo posible de lo virtual). Cf. DR, pp. 269 [314] y ss.

“oposición”. Uno de los conceptos filosóficos más criticados en *Diferencia y repetición* es el de “negación”, tanto en su forma limitativa como en su forma opositiva.³ Caracterizar la oposición entre virtual y actual como la que tiene un problema con su solución implica ya un avance en la determinación de esa relación. También caracterizarla como un proceso dinámico bifaz en continua *interferencia* consigo mismo. Pero todo esto es aún muy insuficiente. En nuestro recorrido por la estructura virtual, a menudo utilizamos términos como “actualización”, “encarnación”, “integración”, “diferenciación”, “individuación”, “expresión”, para referir al modo en que la Idea virtual acechaba o se ponía en lo actual. Pero estas nociones no aclaran por sí mismas el modo específico en el que esto ocurre.⁴

La tarea particular que nos impusimos —desarrollar los usos filosóficos que Deleuze hace de la matemática— se insertaba en una tarea más general, relativa a la relación entre lo actual y lo virtual. Si bien una primera lectura de *Diferencia y repetición* mostrará una presencia preponderante de la matemática en los desarrollos deleuzianos en torno a lo virtual, muchas nociones matemáticas pueblan también las páginas en las que Deleuze aborda el problema de la actualización. En esta segunda parte, nos dedicaremos a aislar, reponer, y explicar los elementos matemáticos que aparecen en este momento de la filosofía deleuziana, para una clarificación general de su terminología y sus caracteres específicos. Matizar el carácter de *oposición* entre lo virtual y lo actual, para enfocar en el *proceso de actualización* que los involucra mutuamente, es sólo un primer paso en esta tarea.

³ Sobre la crítica a lo negativo en DR, puede verse pp. 261-266 y 303-304 [305-311 y 351-353].

⁴ De hecho, ellas están lejos de ser sinónimas, y uno de los principales focos de atención de los estudios deleuzianos de la última década se orientó hacia este problema. Cf. Clisby, Dale, “¿El dualismo secreto de Deleuze? Versiones en disputa sobre la relación entre lo virtual y lo actual”, trad. Pablo Pachilla, en *Ideas. Revista de filosofía moderna y contemporánea*, año 2 - n° 4, primavera de 2016, pp. 120-147. El número 11.2 de la revista *Deleuze Studies* —a cargo de Clisby y Sean Bowden— se dedica íntegramente a discutir esta cuestión y convoca a diferentes comentaristas de referencia en el campo (cf. *Deleuze Studies*, vol. 11, 2ª entrega, 2017, especialmente la introducción, pp. 153-155).

Adelantándonos a lo que viene, diremos que ese proceso es motivado y conducido por *intensidades*, que dinamizan la estructura virtual en espacios y tiempos correspondientes a *individuaciones* diversas; la Idea no está al alcance de los individuos determinados por ella sino en virtud de las intensidades que la expresan y la “llevan consigo”, en lo actual, a través de los procesos que les son propios. En la medida en que, por un lado, envuelve o contiene lo virtual, y, por otro lado, se desarrolla en lo actual, la intensidad asegura la *inmanencia* del sistema. Qué es la intensidad, cuáles son sus características y cómo conlleva este movimiento de mutua imbricación entre lo actual y lo virtual, serán los puntos principales a desarrollar en los capítulos que siguen.

*

La Idea aparecía en el desarrollo conceptual de *Diferencia y repetición* como aquello que, en el juego de las facultades, el pensamiento era forzado a pensar a partir de la irrupción en la sensibilidad de *algo* que resistía su codificación bajo el ejercicio empírico. Este ejercicio, definido por el modelo del reconocimiento como una convergencia de las distintas facultades sobre un objeto supuestamente idéntico, ocurre en el plano de lo actual. Desde el punto de vista de la doctrina deleuziana de las facultades, la experiencia actual es precisamente aquella en torno a la cual las facultades se armonizan en un acuerdo concordante. El empirismo simple o vulgar se mueve en ese elemento de lo inmediatamente presente a la conciencia, aquello que en una *actitud natural* reconocemos —concordancia de las facultades cognoscitivas mediante— como *lo mismo* bajo diferentes modos de aprehensión. Así la cera de Descartes, que se mantiene idéntica en su captación como dato táctil, visual, como recuerdo, como objeto imaginado y pensado, etc.; pero también la propia *identidad personal* presuelta en la duración, o aun el “yo pienso” como unidad formal que estructura las representaciones. Lo actual, en este sentido, no sólo es lo que resulta del proceso de diferenciación de la Idea, es también aquello pasible

de ser llevado al régimen de la representación, de la identidad, de la fijación de un orden unívoco y una métrica homogénea.

La Idea estaba más allá de toda posibilidad de aprehensión bajo el ejercicio empírico. Ella era accesible a otra forma de ejercicio de las facultades, que Deleuze llamaba *trascendente*. Las Ideas, desde este punto de vista, podían ser definidas como esas “instancias que van de la sensibilidad al pensamiento, y del pensamiento a la sensibilidad, capaces de engendrar en cada caso, según un orden que les pertenece, el objeto-límite o trascendente de cada facultad”.⁵ Distintas facultades corresponden a distintos órdenes dialécticos *expresados* por diversos dominios de racionalidad o regímenes de variabilidad, campos simbólicos u objetos empíricos, que se presentaban como las soluciones a dichos problemas en coordenadas espacio-temporales y bajo cualidades actuales. La Idea lingüística, social, biológica, psíquica, física, matemática, etc., son entonces los objetos trascendentes de esos dominios de expresión, en los cuales los problemas se resuelven.

Pero no abordamos aún el modo por el cual se da esa resolución, esa *expresión*, el movimiento “de la sensibilidad al pensamiento, y del pensamiento a la sensibilidad”. Es precisamente en este *vaivén* que la intensidad lleva a cabo su proceso —a la vez ontológico y gnoseológico—, y se manifiesta como una fuerza dinámica creadora de espacios y tiempos. Si en el ámbito propio del pensamiento las Ideas definían una síntesis diferencial, en el ámbito propio de la sensibilidad las intensidades definen una síntesis específica, caracterizada como *asimétrica*, a través de la cual las determinaciones de la Idea se espacializan y temporalizan.

Así como la relación de lo actual con lo virtual no se da como una mera oposición, tampoco este vaivén de la intensidad puede ser caracterizado como una mediación entre meros polos simétricamente opuestos.

⁵ DR, p. 190 [225].

Esta lectura, sin embargo, parece sostenida por numerosos pasajes.⁶ Pero la intensidad vendría entonces a colocarse en el lugar que la metafísica platónica asignaba a la problemática relación de “participación” entre las Ideas y las cosas, o bien el que, en la *Crítica de la razón pura*, Kant asignaba a los esquemas trascendentales; a saber: un rol de mediación entre dos regímenes de existencia separados, cada uno de los cuales posee de antemano criterios de asignación de identidad específicos.⁷ En el caso del esquematismo kantiano, el régimen conceptual —conceptos que reciben su identidad de la función lógica de la apercepción trascendental— y el régimen intuitivo —intuiciones que reciben su identidad de las formas de la estética trascendental— conforman dos regímenes extrínsecos entre los cuales la imaginación productiva media para producir los esquemas trascendentales, llevando los conceptos a figuras espacio-temporales.⁸

Lo actual y lo virtual forman, efectivamente, dos planos heterogéneos. Pero no son equiparables a la dualidad kantiana de conceptos e intuiciones. En principio, hemos visto que lo virtual se define como un sistema de *puras* diferencias que escapa a toda forma de representación. Lo actual, por su parte, reenvía a formas estables y con una cierta identidad que las vuelve *empíricamente* diferenciables. Si bien hablamos de regímenes radicalmente heterogéneos —como en el caso del concepto y la intuición kantianos—, su “comunicación” no se establece por una mediación que homogeniza a uno y otro sino, al contrario, por *una diferenciación de sus diferencias*. El régimen intensivo no sólo asegura la inmanencia, sino

⁶ Así, por ejemplo, cuando en “El método de dramatización”, Deleuze dice que “hace falta *un tercero* que determine la actualización de la Idea y su encarnación” (ID, p. 143 [137]; cursivas nuestras), refiriéndose al proceso de individuación propio de la intensidad; o bien, cuando afirma que “las intensidades son multiplicidades implicadas [...] que dirigen el curso de actualización de las Ideas y determinan los casos de solución para los problemas” (DR, p. 315 [365]).

⁷ Hemos visto que la filosofía matemática de Lautman planteaba la cuestión de la manifestación de los problemas dialécticos (a modo de Ideas platónicas) en teorías matemáticas en términos de *esquemas* (de génesis y de estructura).

⁸ Kant define al esquema como una pura “representación mediadora”, que debe estar en homogeneidad, por un lado, con el entendimiento, y por el otro, con la sensibilidad (cf. Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, op. cit., p. 238 [A138-B177]).

la continuidad del mundo de la diferencia, porque su actividad —como veremos— *diferencia* lo actual *diferenciando* lo virtual. Si la actividad de la intensidad guarda algo en común con el esquema kantiano, esto es su *producción dinámica de espacio-tiempos*. Pero esta producción no se da siguiendo la regla del concepto y las leyes de la intuición, sino creando conceptos e intuiciones correspondientes a —pero disímiles de— las relaciones y singularidades virtuales de la Idea.

La actualización de la Idea se da por la producción de espacios y tiempos específicos, a través del proceso que Deleuze llama *dramatización*, proceso protagonizado por *dinamismos espacio-temporales*. Ya desde la Introducción a *Diferencia y repetición* Deleuze deslizaba esta figura conceptual cuando, en el marco de la crítica a la generalidad de la representación, afirmaba: “en el orden dinámico, ya no hay ni concepto representativo, ni figura representada en un espacio preexistente. Hay una Idea y un puro dinamismo creador del espacio correspondiente”.⁹ Así como la teoría de la Idea nos invitaba a captar las cosas actuales como casos de solución a problemas virtuales, el método de dramatización que le corresponde intenta captar bajo esas cosas la potencia dinámica de la intensidad como aquello que *individúa* la cosa, creando su espacio-tiempo y sus cualidades, pero también comunicándola con la pura diferencia que yace en su origen: “No hay cosa que no pierda su identidad tal como es en el concepto, y su similitud tal como es en la representación, cuando se descubre el espacio y el tiempo dinámicos de su constitución actual”.¹⁰ La constitución actual de la cosa, entonces, está dada por dinamismos espacio-temporales que comprometen su identidad y auto-semejanza en un proceso de metamorfosis, porque está en comunicación directa con la Idea.

Si la Idea era el ámbito de la producción de las determinaciones que *bloquean* los conceptos representativos, la intensidad

⁹ DR, p. 32 [49].

¹⁰ DR, p. 282 [329].

establece una *división* entre los términos actuales que produce y por los que circula. La diferenciación de la diferencia virtual se traduce en lo actual como división de cualidades y espacio-tiempos diversos. Esta especificación establece las *tipologías* conceptuales que conforman las clasificaciones del mundo de la representación.¹¹ Nuevamente, resuena aquí la teoría kantiana del esquematismo, en la medida en que el esquema asigna un modelo espacio-temporal correspondiente a un concepto, que lo encarna y lo especifica. Pero la dinámica de la imaginación productiva en el esquematismo kantiano está determinada por —y atrapada entre— dos identidades estáticas: la del concepto y la de la forma extensiva espacio-temporal. Por el contrario, la dinámica de la dramatización deleuziana se desfonda, bajo las formas actuales que configura, en virtud de la pura diferencia que la subtiende.

Si todo objeto es doble, constituido en el cruce de una mitad virtual y una actual, esto es porque la diferencia, en tanto principio, es doble. Ella se distribuye en dos mitades: una estructural-genética correspondiente a la Idea, y una *dinámica* correspondiente a la intensidad. En efecto, la diferencia de intensidad es anunciada hacia el final del Capítulo IV de *Diferencia y repetición* como lo que daría al esquema kantiano una *fuerza*, un principio de razón suficiente diferencial, capaz de liberarlo de su subordinación al concepto y de ponerlo como una instancia creativa. El modelo kantiano del esquematismo posee, según Deleuze, la inmensa importancia de introducir en el orden conceptual los principios de una tipología dinámica —un método de división por el cual los conceptos se especificarían a través de procesos dinámicos—, pero su problema es precisamente que, al permanecer exterior tanto al concepto como al espacio-tiempo, y a la vez subordinado a ellos, “no da cuenta de la potencia *con la cual* actúa”.¹² El giro del empirismo trascendental respecto al pro-

¹¹ Nos referimos a estas tipologías en el marco de la teoría de los bloqueos conceptuales (ver la introducción a la primera parte).

¹² DR, p. 280 [328].

blema de la especificación de los conceptos da cuenta de esta potencia del método deleuziano de dramatización.

Todo cambia cuando se ponen los dinamismos, no ya como esquemas de conceptos, sino como dramas de Ideas. Porque si el dinamismo es exterior al concepto, y a este título esquema, él es interior a la Idea, y a este título drama o sueño. La especie se divide en linajes, el lineon en jordanones, el concepto en tipos, pero estas divisiones no tienen el mismo criterio que lo dividido, no son homogéneas con lo dividido, y se establecen en un dominio exterior a lo dividido, pero interior a las Ideas que presiden la división misma. [...] Distinguimos la Idea, el concepto y el drama: el rol del drama es especificar el concepto, encarnando las relaciones diferenciales y las singularidades de la Idea.¹³

La especificación del concepto —la incorporación de *marcas distintivas* que permiten establecer una determinación más y más precisa de los objetos actuales— se hace en un proceso no conceptual, no representativo. Este proceso establece *divisiones*, según las cuales el concepto gana en precisión: “animal” se divide en “vertebrado” e “invertebrado”, o bien en “mamífero” y “ovíparo”, o bien en “terrestre”, “acuático”...; “perro” se divide en “caniche”, “ovejero”, “labrador”...; “número”, en “natural”, “entero”, “fraccionario”, “irracional”... La teoría de los dinamismos espacio-temporales establece que esas divisiones conceptuales son subsidiarias de movimientos morfogenéticos más *profundos*. La dramatización designa el proceso por el cual se traza esa división. Lo dividido por esta división se vuelve *extrínseco*, *partes extra partes*, conjuntos diferentes, sistemas extensivos cualificados, mutuamente independientes. (Lo actual cae fuera del plano de inmanencia, “como fruta”).¹⁴ Pero la división misma corresponde al proceso genético de la diferencia *interna*. Ese proceso dinámico, por el cual una cualidad es puesta en acto, presupone las relaciones y singularidades de la Idea, las cuales “presiden la división misma”. Lo virtual o problemático era fuente

¹³ DR, pp. 281-282 [328-329].

¹⁴ D, p. 179 [51].

de una cuantitabilidad y una cualitabilidad *puras*, como condiciones trascendentales de la cantidad y cualidad efectivas. Pero no es la fuente de la potencia por medio de la cual se crean los espacios y tiempos que efectúan esas cantidades y cualidades en la experiencia efectiva. El Capítulo IV de *Diferencia y repetición* finaliza precisamente recordando la efectuación de las relaciones diferenciales de la Idea por medio de las especies o cualidades actuales, y la de sus singularidades por las partes o números, sin decir aún qué es lo que *efectúa* el tercer aspecto de la razón suficiente, la potencialidad de la Idea.¹⁵ Es ahí donde entrarán los procesos dinámicos de la intensidad.

El momento dinámico es *afín* a la virtualidad ideal, y tanto el espacio como el concepto generado por ellos debe guardar la huella de esta afinidad. “Si es verdad que el espacio es irreducible al concepto, no puede negarse sin embargo su afinidad con la Idea, es decir su capacidad (como *spatium* intensivo) de determinar en la extensión la actualización de las ligazones ideales”.¹⁶ El nuevo problema a abordar es entonces qué es la intensidad —o el *spatium* intensivo—, y cómo ella determina, *en la extensión* o *en lo actual*, el proceso de actualización de las ligazones ideales, la creación de espacios y tiempos, cantidades y cualidades, y a partir de ahí, la división de los conceptos.

*

En lo que precede, el cálculo diferencial nos sirvió para construir el complejo conceptual correspondiente a las propiedades lógicas y los principios ontológicos fundamentales de los problemas; la teoría de las ecuaciones algebraicas, para ilustrar la *doble* naturaleza de lo problemático en tanto virtual, y el proceso de determinación progresiva que le era inherente; la noción riemanniana de multiplicidad, finalmente, nos sirvió para

¹⁵ Cf. DR, p. 285 [332].

¹⁶ DR, pp. 298-299 [347].

caracterizar a lo virtual como estructura, y sus tres dimensiones (ordinal, característica, axiomática). El propio Riemann reconocía que la determinación de la métrica correspondiente a una multiplicidad (la *definición* de la variedad) implicaba *fuerzas de ligazón* actuantes en su espacio. La teoría deleuziana de la intensidad viene a fundar un empirismo superior que permitiría, para cada individuación del Ser unívoco, detectar esas fuerzas y sus procesos de creación. Las figuras relativamente estables de la experiencia y el pensamiento implican un complejo de fuerzas diferenciales, o una física de las intensidades, que producen los *órdenes y métricas* de las cualidades espacio-temporales en lo actual.

Ahora bien, la interferencia de nociones matemáticas en la filosofía trascendental deleuziana continúa presente en el desarrollo conceptual de la actualización. En esta segunda parte, analizaremos este desarrollo. Primero (Capítulo IV), presentaremos la *física* de las intensidades, a través de su referencia a la noción geométrica de simetría, a la cristalografía y la termodinámica. Luego (Capítulo V), veremos los temas específicamente matemáticos que caracterizan el concepto de intensidad, a saber: la escuela intuicionista brouweriana, la noción de *distancia* elaborada por Meinong y retomada por Russell, la noción de *división* y la historia de los tipos de número como creación sucesiva de diferentes dominios de racionalidad. Finalmente (Capítulo VI), presentaremos una lectura de las relaciones del complejo diferencial Idea-intensidad en los términos de una *onto-topología*, articulada en torno a las nociones fundamentales de *la expresión y el pliegue*.

Capítulo IV

La física de las intensidades

Y bien, vosotros, que sostenéis que todas las cosas son lo caliente y lo frío, o alguna pareja por el estilo, ¿qué afirmáis cuando decís que cada uno «es»? ¿Qué suponemos que es este «ser»? ¿Es algo tercero, además de aquellos dos, y entonces debemos sostener que el todo son tres cosas, y no dos? Pues cuando llamáis «ser» a uno de ellos, no podéis decir que ambos «son» del mismo modo: habría algo así como un uno doble, pero no dos.

PLATÓN¹

Platón reacciona (en el pasaje que nos sirve de epígrafe) al discurso de los físicos milesios, que empezaron a pensar desde aquello que no podía ser pensado: la mezcla, el devenir. Ciertamente, si hipostasiamos lo dado empíricamente bajo la forma de cualidades opuestas (como calor y frío), y las pensamos como términos fijos y absolutos, el Ser se multiplica en una rapsodia de elementos extrínsecos, impenetrables, improductivos, hostiles a toda interferencia. Y esa yuxtaposición empírica no puede dar cuenta de nada, ni ser principio de nada. Ni siquiera *ser*, pues el “ser” de los polos de la oposición cualitativa reenviaría a “un tercero” —peligro de la regresión infinita de partes extensivas inconexas. Pero ese “tercero”, presente en las oposiciones cualitativas de la percepción, lejos de ser un término homogéneo a ellas (una tercera cualidad), puede ser un “Ser” capaz de dar razón

¹ *El Sofista*, 243d (trad. M. Santa Cruz, A. Vallejo, N. Cordero, Madrid, Gredos, 1988).

de ellas. Un tercero que hace penetrar por todos los poros de lo empírico la acción genética y diferenciante de la Idea. Fue en el siglo XIX, de la mano de una nueva reflexión física en torno a lo caliente y lo frío —la termodinámica— que la noción de “intensidad”, como potencia diferencial, empezaría a forjarse. Hay “un tercero” que es razón de la oposición cualitativa sensible, que revela un mundo desdoblado al infinito; pero ahora al buen infinito, al *intensivo*, que habita el plano empírico como razón genética.

Deleuze lo presenta como el elemento que *efectúa* el “tercer aspecto” de la razón suficiente de la Idea —el elemento puro de la potencialidad. Es una nueva figura de la diferencia, que, fuera de su faceta dialéctica, designa el campo de una estética trascendental. La “Síntesis asimétrica de lo sensible” —Capítulo V de *Diferencia y repetición*— comienza señalando que la diferencia es “el más cercano nómeno del fenómeno”,² y la reaparición del vocabulario trascendental debe recordarnos la doctrina deleuziana de las facultades. Bajo la forma del *sentendum* —lo que sólo puede ser sentido— la intensidad comunicaba su violencia al pensamiento, suscitando en él el *cogitandum* —lo que sólo puede ser pensado: la Idea. Podría esperarse, entonces, que el desarrollo conceptual prosiga retomando la línea kantiana de las magnitudes intensivas, como aquello que hay *a priori* de realidad cualitativa en todo fenómeno (si bien su grado o cantidad es dado *a posteriori*, los principios del entendimiento permiten anticipar *a priori* un cierto grado de intensidad como elemento esencial de la *realidad* de un fenómeno).³ Pero Deleuze retomará esa línea solo tangencialmente, y algo más adentrado en el capítulo, para rechazar la concepción kantiana que da primacía a las cantidades extensivas (fundadas en las formas *puras* del espacio y el tiempo). En cambio, el carácter trascendental de la intensidad será ante todo vinculado a la actualización de un potencial *físico*. De ahí las

² DR, p. 286 [333].

³ Cf. Kant, Immanuel, “Anticipaciones de la percepción”, en *Crítica de la razón pura*, op. cit., pp. 258-270 [A166/B207-A177-B219].

fuentes que aparecen para la determinación de la noción de intensidad en los primeros párrafos del Capítulo V: Rougier, Carnot, Selme, Curie, Rosny, Boltzmann. A partir de ellos, la intensidad es presentada como *razón suficiente* de los fenómenos, bajo la forma de una *disimetría energética* contenida en un sistema.

Un fenómeno queda así definido como manifestación de una diferencia intensiva: “Todo lo que pasa y aparece es correlativo de órdenes de diferencias, diferencia de nivel, de temperatura, de presión, de tensión, de potencial, *diferencia de intensidad*”.⁴ Diferentes fenómenos físicos son contemplados por esta caracterización: la caída de un cuerpo por diferencia de altura (de lo alto a lo bajo), el enfriamiento o calentamiento por diferencia de temperatura (de lo caliente a lo frío), la circulación de una corriente eléctrica por una diferencia de voltaje (del positivo al negativo). La *diferencia de intensidad* aparece como generalización de estos procesos que se dan entre *polos cualitativamente opuestos*.

Así como la lógica de lo virtual no debía confundirse con las herramientas matemáticas que interferían constructivamente en el curso de su determinación filosófica, tampoco debe identificarse precipitadamente a la diferencia de intensidad con las herramientas físicas (o, según avance el capítulo, también biológicas) que intervienen en su determinación. De hecho, matemática y biología —junto a esta última debemos añadir también la física— intervienen en la filosofía deleuziana como “modelos técnicos” para *explorar* las “dos mitades de la diferencia, la mitad dialéctica y la mitad estética, la exposición de lo virtual y el proceso de actualización”.⁵ La mitad “estética” de la diferencia, correspondiente al proceso de actualización por el cual la intensidad se pone y se desarrolla en la sensibilidad, se conceptualiza a través interferencias físico-biológicas en la filosofía trascendental de la diferencia.

⁴ DR, p. 286 [333].

⁵ DR, p. 285 [331-332].

La Idea era razón suficiente de la determinación, o principio de bloqueo para los conceptos representativos, *real*, pero no *actual*. La intensidad es razón suficiente del fenómeno como noúmeno *más cercano* al fenómeno, donde se actualiza lo virtual. Tenemos que desarrollar los momentos de esa estética de las intensidades, lo que nos conduce a la pregunta que guía los dos capítulos siguientes: ¿cuáles son los atributos que definen a la intensidad como agente de la actualización —o *diferenciación*— de lo virtual, y que anudan lo ontológico (razón suficiente) y lo trascendental (dialéctico y estético) con la ciencia y la percepción? Lo virtual es *real*, pero no físico, ni estético. Hay que desentrañar ese costado físico-estético, atendiendo al tipo específico de síntesis propia de lo intensivo —a saber, la síntesis *asimétrica* (que deberá encontrar sus correspondencias con la “síntesis *ideal*”). Ella descansa sobre los conceptos de “simetría” y “disimetría”, originarios del campo de la geometría, pero territorializados en la física.

IV.I.- Síntesis asimétrica: tiempo, espacio, causalidad y sistema

¿Qué significa, entonces, “síntesis asimétrica”? En principio, y limitándonos a un simple análisis de los términos, podemos inferir que se trata de una actividad de unificación que se da en un sentido *unilateral* (es decir, que no es espacial, temporal, lógica o materialmente reversible), o entre elementos de base esencialmente desemejantes. Se trata, pues, de una síntesis donde el análisis o bien se vuelve imposible, o bien traiciona la naturaleza de lo sintetizado. La expresión “síntesis asimétrica” no aparece por primera vez en el Capítulo V de la obra, sino en el II, donde no refiere a “lo sensible” en general, sino a las síntesis del *tiempo*. Sobre la primera síntesis temporal, relativa al presente, Deleuze afirma: “La síntesis pasiva, o contracción, es esencialmente asimétrica: ella va del pasado al futuro en el presente, en consecuencia, de lo particular a lo general, y orienta por eso la flecha del

tiempo”.⁶ Pasado y futuro, o particular y general, son elementos asimétricos sintetizados por el presente: en él confluyen esas dos mitades desemejantes, organizadas bajo la forma de una *orientación*: se va de una a la otra en un único sentido (el *buen* sentido). La síntesis se da por unificación de la repetición de instantes en un presente viviente que envuelve niveles de contracción diversos, correspondientes a distintas partes orgánicas o individuos (el corazón contrae latidos, la planta contrae luz y nutrientes, etc., y a partir de las repeticiones contraídas se generan hábitos, la espera de que eso continúe).

Pero la síntesis asimétrica no se reduce a esto, y en el análisis de la segunda síntesis del tiempo, la del pasado, ella vuelve a aparecer bajo otros términos: “la síntesis pasiva de la memoria constituye el pasado puro en el tiempo, y hace del antiguo presente y del actual [...] los dos elementos asimétricos de este pasado como tal”.⁷ La síntesis asimétrica no se refiere ya a la *orientación* de la dirección del tiempo en instantes sucesivos, sino a la distinción entre dos caras que coexisten: cada presente actual (*contraído* en cada acto de síntesis de repeticiones) es contemporáneo de antiguos presentes que hacen de él algo que transcurre, que *pasa*. Nos referimos en nuestro segundo Capítulo a estas dos síntesis, a propósito del concepto de determinación progresiva y la temporalidad de la Idea: el tiempo *virtual* era determinado como coexistencia de elementos diferenciales que definían ritmos específicos de actualización. Este espacio de coexistencia se constituía como *doble virtual* de la serie actual que encarnaba las determinaciones ideales en individuos concretos. Ahora, según vemos, la coexistencia se da también entre el presente actual y el antiguo presente (el virtual, como *doble* en el cual aquel se refleja), en tanto elementos asimétricos del *pasado puro* como aquello que hace pasar los presentes (fundando la síntesis contractiva del presente viviente).

⁶ DR, p. 97 [120].

⁷ DR, p. 110 [135].

Este rastreo del uso del término “síntesis asimétrica” debe prevenirnos acerca de su sentido en el Capítulo V de *Diferencia y repetición*. En efecto, pareciera que hay síntesis asimétricas en varios niveles; o al menos, en dos: uno de corte actual (relativo al curso o al flujo temporal del presente viviente, donde se entrelazan los dos aspectos asimétricos de lo actual, a saber, lo particular y lo general), otro de corte actual-virtual (relativo a la comunicación o coexistencia de la imagen actual y el antiguo presente como doble de la misma). En este sentido, la noción de asimetría nos remite a la de comunicación entre series diferentes (series temporales, donde cada serie de instantes repetidos y contraídos en una vivencia se apoya, a su vez, sobre series de elementos que reenvían a otras diferencias). Este doble aspecto de la asimetría reaparece en los procesos propios de la intensidad en el inicio del Capítulo V. Por otra parte, y así como ocurría con la Idea, la relación de la intensidad con el tiempo es inseparable de una cierta posición de *espacio* (a través de la *orientación* de una flecha temporal entre series de eventos que *coexisten* a niveles heterogéneos).

La noción de asimetría también tiene un rol positivo en la construcción de un *principio de causalidad* propio de la filosofía de la diferencia. El análisis deleuziano de la repetición, en la Introducción a *Diferencia y repetición*, remite al concepto de una asimetría productiva, que se manifiesta en el proceso de generación de patrones repetición de caracteres visuales y rítmicos.⁸ En la composición de una serie de figuras idénticas, por ejemplo, un artista no procede yuxtaponiendo de una vez ejemplares idénticos en un medio homogéneo, sino que el proceso efectivo de producción del patrón repetido lo obliga a *combinar* un elemento de un ejemplar ya hecho con otro elemento del ejemplar a realizar, introduciendo una apertura, un desequilibrio disimétrico entre esos elementos, que no se anula sino una vez concluida la obra. Por lo tanto, el proceso dinámico que, en la obra de arte o decorativa, compone un espacio caracterizado por repetición, debe recurrir cada vez a la introducción de factores disimétricos que permiten avanzar en

⁸ Cf. DR, p. 31 [47-48].

la construcción de las figuras a repetir. Un procedimiento tal es capaz de dar realidad a la *causalidad*, definida como *señalización*:

Estas observaciones valen para la noción de causalidad en general. Pues lo que cuenta, en la causalidad artística o natural, no son los elementos de simetría presentes, sino los que faltan y no están en la causa —la posibilidad para la causa es tener menos simetría que el efecto. Más aún, la causalidad permanecería eternamente hipotética, simple categoría lógica, si esta posibilidad no fuera efectivamente satisfecha en un momento dado. Es por eso que la relación lógica de causalidad no es separable de un proceso físico de *señalización*, sin el cual no pasaría al acto.⁹

El análisis deleuziano en este punto permanece en la causalidad artística, pero anuncia ya el rol que la asimetría jugará al inicio del Capítulo V, cuando ella sea nuevamente caracterizada a través de la noción de señalización como una vía de darle efectividad a la razón suficiente. Deleuze llama “señal” a “un sistema dotado de elementos de disimetría, provisto de órdenes de magnitud dispares”, y “signo” a lo que ocurre en un sistema semejante, “lo que fulgura en el intervalo, como una *comunicación* que se establece entre los dispares”.¹⁰ El *signo* —que opera la síntesis entre los elementos asimétricos de la señal— es un concepto central en la escena intelectual parisina durante la década de los 60. Deleuze le da un giro novedoso al desligarlo de la dualidad de la lingüística estructural de Saussure (significado-significante) para dotarlo de una potencia *física* o *dinámica*. La noción de signo no corresponde estrictamente al plano estructural —no forma parte de la noción de Idea— sino al plano de la efectividad actual —en términos saussurianos, el plano del *habla*—, y designa un *efecto* que supone una comunicación entre órdenes de magnitud dispares. Así como la noción de Idea generalizaba la de estructura para pensar la génesis de determinaciones en todos los órdenes de lo real, el “sistema señal-signo” generaliza

⁹ DR, p. 31 [48].

¹⁰ *Ibidem*, cursivas nuestras.

la relación causa-efecto y la dota de un principio de efectividad por el cual la estructura es puesta en acto. En efecto, el *signo*, en sentido deleuziano, comprende la heterogeneidad no solo en tanto presenta una diferencia entre los órdenes de magnitud dispares que lo posibilitan, sino también en tanto *envuelve* un “objeto paradójico” en los límites de esa disparidad de base, encarnando “una potencia de la naturaleza o del espíritu (Idea).”¹¹

La intensidad es entonces definida al comienzo del Capítulo V de *Diferencia y repetición* como sistema señal-signo. Sin embargo, esta definición retoma también un elemento esencial de la noción general de “sistema” que retrotrae al Capítulo II de la obra: las *series*, como esos órdenes de magnitud dispares que entran en comunicación. La condición primaria para que pueda haber un sistema es la “organización en series. Es preciso que un sistema se constituya sobre la base de dos o varias series, siendo cada serie definida por las diferencias entre los términos que la componen”.¹² La condición siguiente es la *comunicación* entre estas series, que generan una escalada de diferenciación: diferencias de diferencias, o diferencias de segundo grado que se montan sobre las diferencias de primer grado. “Este estado de cosas se expresa adecuadamente en ciertos conceptos físicos: *acoplamiento* entre series heterogéneas; de donde deriva una *resonancia interna* en el sistema; de donde deriva un *movimiento forzado* cuya amplitud desborda las series de base”.¹³ Estos elementos que constituyen las diferencias de primer nivel (entre los términos de las series heterogéneas) y de segundo nivel (en la generación “por desborde” de diferencias de diferencias) son “intensidades, siendo lo propio de la intensidad estar constituida por una diferencia que reenvía ella misma a otras diferencias”.¹⁴ Diferencias en mutua e indefinida relación de interferencia productiva; señales difusas

¹¹ DR, p. 35 [52].

¹² DR, p. 154 [184].

¹³ DR, pp. 154-155 [184].

¹⁴ DR, p. 155 [184].

como ruido de fondo, único medio sobre el cual puede advenir (“fulgurar”) el signo. Estas intensidades se cualifican en diversos tipos de sistemas: biológico, psíquico, social, estético, filosófico.¹⁵

Como vimos, lo actual consta de un doble aspecto, cualitativo y cuantitativo (especies y partes, cualidades y extensiones...), en correspondencia con la pura cuantitabilidad y la pura cualitabilidad ideal. “Las cualidades están pues diferenciadas, y las extensiones, en tanto representan líneas divergentes por las cuales se actualizan las relaciones diferenciales que solo coexisten como Idea. Vimos, en este sentido, que toda actualización era una doble diferenciación, cualitativa y extensiva”.¹⁶ Esta doble cara de la actualización estaba, según anunciábamos, ligada también al tercer aspecto de la Idea, la pura potencialidad —la potencia de la Idea de dar origen a una Idea de la Idea—, habilitando la posibilidad de una diferenciación indefinida por la cual lo virtual contenía un potencial genético (una capacidad inagotable de producción de regímenes de variación cualitativo-extensivos). Por eso, la pregunta que se impone es cómo la intensidad se relaciona con ese tercer aspecto de la razón suficiente, y cómo se produce entonces efectivamente la génesis extensivo-cualitativa de la Idea en lo actual por la intensidad. Ahora bien, al inicio del Capítulo V de *Diferencia y repetición*, esta pregunta queda en suspenso: Deleuze no se refiere al problema de la relación de la intensidad con la Idea, pues debe antes *caracterizar* a la intensidad, estableciendo las condiciones bajo las cuales esa relación podrá establecerse. Todo este mapa que acabamos de trazar para analizar la distribución del concepto de “síntesis asimétrica” en la textualidad de *Diferencia y repetición* debe precavernos de comprender a la intensidad como un mero apéndice de la Idea, como una propiedad accidental de lo actual, o bien, como una mediación entre esos planos.

¹⁵ En este punto, Deleuze da como ejemplos: las palabras, como intensidades en el sistema literario, y los conceptos, intensidades en el sistema filosófico. Cf. *ibidem*.

¹⁶ DR, pp. 315-316 [366]. “Para algo potencial o virtual, actualizarse siempre es crear líneas divergentes que se corresponden sin semejanza con la multiplicidad virtual.” (DR, p. 274 [319]).

IV.II.- La simetría como destinación y la disimetría como razón suficiente: geometría, cristalografía, termodinámica

La síntesis asimétrica de la intensidad era presentada como la forma bajo la cual la diferencia está presupuesta por la manifestación de fenómenos físicos diversos —diferencia de nivel, temperatura, presión, tensión, etc. Estas diferencias son territorializadas en el campo de la física a partir de la primera referencia científica a la que Deleuze recurre para ilustrar la condición de la disimetría como “razón suficiente”.¹⁷ Se trata de los principios de Pierre Curie y Sadi Carnot, que Deleuze evoca siguiendo el trabajo del físico y epistemólogo francés Louis Rougier, cuyo libro *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*¹⁸ traza un paralelo entre algunas nociones de estos científicos mediante una lectura en clave de *simetría*.

Los estudios de Curie en cristalografía y los de Carnot en termodinámica inducen a generalizar la idea de que todo fenómeno físico supone como condición una disimetría de base en los factores intensivos que lo subtienden. Rougier comienza su estudio estableciendo una recuperación del principio leibniziano de razón suficiente, el cual sólo puede ser depurado de sus aspectos “filosóficos” (seguramente Rougier quiere decir con esto: “metafísicos y morales”) bajo una “utilización racional del concepto de simetría”.¹⁹ La noción de simetría es aplicada en física transitivamente, puesto que su origen es geométrico. Debemos entonces detenernos un momento en la noción de simetría y su pregnancia en geometría y en física. Dice Rougier:

La simetría es una noción geométrica que puede extenderse, por medio de convenciones apropiadas, a todo tipo de proceso físico, químico, biológico. Dos puntos A y B son *geométricamente simétricos* en relación a un punto C, llamado centro, si el punto

¹⁷ DR, p. 286 [333].

¹⁸ Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*, París, Chiron, 1922.

¹⁹ *Ibid.*, p. 10.

C es el medio de la recta que los une; estos dos mismos puntos son *físicamente simétricos* en relación al mismo centro si el punto A posee propiedades físicas y mecánicas idénticas a las de B y simétricas a estas en relación a C. Todo sistema de orden mecánico, físico, biológico supone así previamente una simetría geométrica: es siempre en relación a un elemento geométrico que puede definirse una simetría.²⁰

¿Cuáles son estos “elementos geométricos” en base a los cuales puede definirse una simetría? Básicamente, el punto, la recta, y el plano. Cualquiera de estos tres elementos puede intervenir en una determinada figura geométrica y producir, respectivamente, un centro, un eje, o un plano de simetría. Es entonces por la intervención de un “tercer” elemento que la simetría puede establecerse entre dos elementos de un sistema o una figura. En el ejemplo de Rougier, los puntos A y B son simétricos *con relación al centro C*, que se sitúa de manera equidistante a uno y otro. Si A y B son puntos en un segmento de recta, C es el punto medio de ese segmento; si A y B son dos puntos opuestos sobre una circunferencia, C será el centro de la circunferencia, por relación al cual todos los pares de puntos opuestos serán simétricos. Con relación a ese mismo círculo, el segmento AB será un *eje* de simetría del mismo, por cuanto cada par de puntos de la circunferencia a uno y otro lado del segmento serán equidistantes al mismo (ilustración 19). De hecho, todas las líneas que atraviesen el centro C serán ejes de simetría del círculo: esta figura posee *un* centro de simetría (C), e *infinitos* ejes de simetría. Si pensamos ya no en un círculo sino en una esfera, todos los *planos* que la atraviesen por su centro serán planos de simetría de la misma. De un lado y del otro de cada uno de estos planos, todos los puntos de la esfera se encuentran perfectamente “espejados”: la esfera posee *un centro*, *infinitos ejes*, e *infinitos planos* de simetría.

²⁰ *Ibídem*; cursivas nuestras.

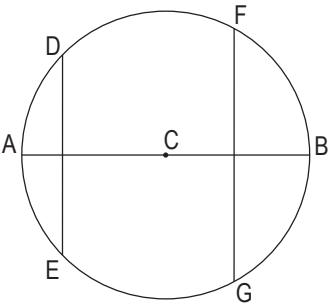


Ilustración 19: El segmento AB, simétrico respecto al centro C, es a su vez centro de simetría del círculo. El segmento AB es también eje de simetría, por cuanto cada par de puntos (DE, FG, etc.) son simétricos respecto a él.

Pero la esfera es un ejemplo paradigmático, se trata de la figura más simétrica por excelencia. Si pensamos en un cubo, por ejemplo, no todos los planos que atravesasen su centro determinarían dos mitades simétricas. Puesto que el cubo posee tres pares de caras opuestas, y que por cada par de caras hay dos pares de diagonales, se tienen seis planos de simetría diagonales, y tres planos de simetría paralelos a cada par de caras (ilustración 20).

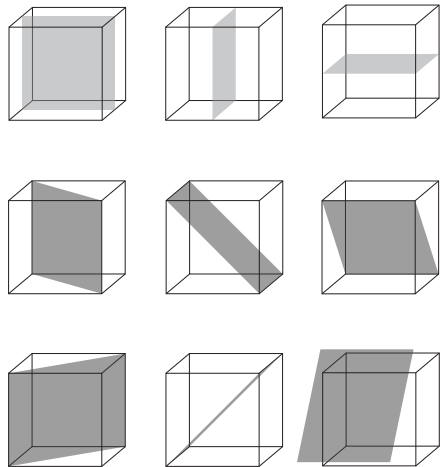


Ilustración 20: planos de simetría del cubo

Una figura como el tetraedro regular (poliedro de cuatro caras triangulares equiláteras) posee cuatro ejes de simetría (las líneas normales a cada una de sus caras que pasan por el vértice opuesto) y seis planos de simetría (formados por cada arista y la mitad de la arista opuesta; ver ilustración 21).

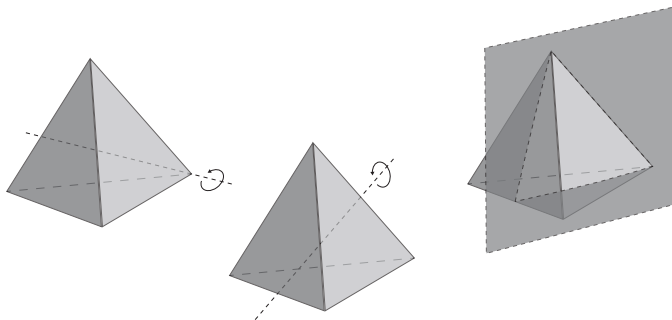


Ilustración 21: dos de los ejes de simetría de un tetraedro, y uno de sus planos

Los elementos de simetría determinan una serie de *operaciones* de simetría. Los ejes de simetría del tetraedro, por ejemplo, son tales solo bajo la condición de una *rotación* posible de la figura en torno a ese eje, y no cualquier rotación, sino una de 120° , 240° o 360° , tras las cuales la figura se superpone a sí misma en una posición equivalente a (o indiscernible de) la posición de partida. Las rotaciones posibles restantes no conservan la simetría de la posición de la figura de partida. Así como un *eje* de simetría define una operación de rotación, un *plano* define una operación de “espejamiento”, o reflexión, por la cual los puntos a uno y otro lado del plano se corresponden en igual medida. Rotación y reflexión son operaciones llamadas *de recubrimiento* —realizada la operación, la figura se *recubre* a sí misma. La intuición geométrica puede ser relevada aquí por el álgebra: el conjunto de operaciones de recubrimiento de una figura permite construir su *grupo de simetría*.

Se dice que las operaciones de recubrimiento a las que puede someterse un sistema forman un *grupo de simetría* cuando dos cualesquiera de estas operaciones, efectuadas sucesivamente, dan un resultado que puede obtenerse con ayuda de una sola operación que forma parte del grupo. Se dice que un grupo de simetría es un *sub-grupo* de un grupo de simetría más elevado cuando todas las operaciones de recubrimiento del primer grupo forman parte de las operaciones de recubrimiento del segundo [...]. La simetría del prisma triangular es, por ejemplo, un subgrupo de la simetría del prisma hexagonal.²¹

Como vimos, la teoría de grupos no se limitaba a la aplicación en ecuaciones algebraicas, sino que podía extenderse a cualquier tipo de relaciones, en tanto definieran un *conjunto* de partida y una *operación* entre algunos de sus elementos, cuyos resultados estuvieran contenidos en dicho conjunto. La aplicación de la teoría de grupos de Galois en geometría produjo una verdadera revolución en esa disciplina: a través de ella, el matemático alemán Félix Klein (1849-1925) —en un célebre tratado de 1872 conocido como *Programa de Erlangen*—²² construyó un sistema que permitía unificar distintas geometrías a partir de un estudio y clasificación de sus distintos grupos de simetría. Klein logra ordenar las geometrías métricas (euclidiana, hiperbólica y elíptica) bajo la geometría proyectiva (no métrica), que se pone entonces como caso más general del cual se derivan las restantes.²³ Una geometría, en sentido kleiniano, será definida entonces como una multiplicidad a la que se asocia un *grupo* de transformaciones simétricas. Si en el contexto de nuestra exposición de la teoría de Galois, el grupo de una ecuación expresaba el *grado de indiscernibilidad relativa* de las raíces, en este contexto, el grupo de una multiplicidad geométrica expresa el *grado de su*

²¹ *Ibíd.*, p. 16.

²² Titulado, en realidad, *Consideraciones comparativas sobre las investigaciones geométricas modernas*. Una traducción al español de Flavio Cocho se encuentra en *Revista del seminario de enseñanza y titulación*, año 2, número 4, México DF, 1985.

²³ Para un resumen de los desarrollos de Klein puede verse Kline, Morris, *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., pp. 1200 y ss.

simetría interna, considerada como una figura no rígida (es decir, pasible de sufrir transformaciones).²⁴ Se trata de una nueva aplicación de la noción de grupo, por el cual la geometría se convierte en el estudio de las *invariancias* de figuras sometidas a transformaciones globales.²⁵

Ahora bien, este estudio de las simetrías no tiene sólo un interés geométrico o especulativo, sino que encuentra fecundas aplicaciones en la física. Los grupos de simetría de diferentes figuras geométricas pasan a constituir operadores algebraicos que permiten plantear ecuaciones para el estudio de la simetría de un medio físico. Como señalaba Rougier, a través de ciertas “convenciones apropiadas”, distintas propiedades geométricas pueden describir propiedades físicas. Así, dado un sistema físico, podemos medir en sus distintos puntos los niveles de temperatura, de presión, de potencial eléctrico, de densidad, etc., y analizar la distribución de las propiedades en el sistema mediante patrones de simetría (lo cual constituye un “medio isótropo”) o de disimetría (“medio anisótropo”). Rougier da el ejemplo de los fenómenos que se suscitan al experimentar con una esfera de vidrio y una esfera de cuarzo.²⁶ Sometidas ambas a altas temperaturas, las propiedades físicas de la esfera de vidrio (elasticidad, dilatación, conductibilidad térmica, velocidad de propagación de la luz, etc.) varían de manera proporcional, manteniendo la isotropía del sistema; en cambio, las propiedades de la esfera de cuarzo varían irregularmente, según las diferentes

²⁴ Sobre la relación de la noción galoisiana de indiscernibilidad con la geometría de Klein, cf. Page, Julien y Catrén, Gabriel, “On the notions of *indiscernibility* and *indeterminacy* in the light of the Galois–Grothendieck theory”, en *Synthese*, Vol. 191, n° 18, 2014, pp. 4377–4408.

²⁵ Así lo describe Albert Lautman: “Una geometría en el sentido de Klein es el estudio de las propiedades de las figuras que se conservan cuando se le hace sufrir al espacio tomado en su conjunto ciertas transformaciones, formando lo que se llama un grupo de transformaciones. La geometría euclidiana es así el estudio de las propiedades de las figuras que son conservadas cuando se hace sufrir un mismo desplazamiento a todos los puntos de ese espacio; sucede que los desplazamientos conservan todas las propiedades de las figuras y en particular sus propiedades métricas. [...] Sean cuales fueran las propiedades cuya invariancia en relación a un grupo de transformaciones se investigue, la característica esencial de los espacios de Klein es su homogeneidad. El grupo opera de la misma manera sobre todos los puntos de ese espacio” (Lautman, Albert, *Essais sur les notions de structure et d'existence...*, op. cit., pp. 22–23).

²⁶ Cf. Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*, op. cit., p. 17.

direcciones en que se siga la medición. Se trata de un medio anisótropo, donde las variaciones de los factores físicos no conservan una proporcionalidad estable en todo el sistema. Este desequilibrio general constatado en la experimentación responde a una asimetría interna en los elementos cristalinos (moleculares) del material utilizado.

En efecto —y siguiendo el precepto que dicta que “comprender es geometrizar”— las consideraciones de la simetría en el estudio de medios físicos ingresaron a través de la cristalografía. El estudio de los cristales prefiguró todas las aplicaciones de los grupos de simetría a la física, luego de que se probara que todos los medios cristalinos pueden derivarse de siete grupos de simetría fundamentales correspondientes a siete poliedros regulares.²⁷ Ahora bien, en este campo, Pierre Curie pasó del estudio de la simetría de los *medios* físicos al estudio de la simetría de los *agentes* físicos que pueden incidir sobre ellos, y de los *fenómenos* físicos que éstos pueden inducir. Así, el estudio de las propiedades físicas de los cristales —mediante el estudio de sus estructuras moleculares en clave de grupos de simetría— se amplía a un principio general relativo a los fenómenos y procesos que pueden inducirse en esos cristales. Gilbert Simondon comienza a construir su teoría de la individuación mediante un recurso a la cristalografía, y se refiere del siguiente modo al principio de Curie:

Las leyes de Curie pueden enunciarse bajo dos formas; la primera utiliza conceptos corrientes: un fenómeno posee todos los elementos de simetría de las causas que lo producen, la disimetría de un fenómeno se encuentra en las causas. Por otra parte, los efectos producidos pueden ser más simétricos que las causas, lo que significa que la recíproca de la primera ley no es cierta. Esto quiere decir que si un fenómeno presenta una disimetría, esta disimetría debe encontrarse en las causas; es esta disimetría la que crea el fenómeno.²⁸

²⁷ A saber, el cubo, el prisma, el romboedro, el prisma recto de base cuadrada, el prisma recto de base romboidal, el prisma oblicuo de base romboidal, y el paralelepípedo oblicuo (cf. *ibíd.*, pp. 18-19).

²⁸ Simondon, Gilbert, *La individuación a la luz de las nociones de forma y de información*, trad. Pablo

Rougier rescata este principio y lo convierte en la reformulación racional de la razón suficiente. Si es sólo por disimetría que un fenómeno físico puede producirse, en un medio “perfectamente homogéneo e isótropo no hay ninguna razón suficiente para que un cambio se produzca”.²⁹ En el caso de los medios cristalinos, los fenómenos se deben a la disimetría de sus elementos constitutivos: átomos, moléculas, estructuras moleculares; y Rougier refiere a ciertos experimentos que dan cuenta de este principio, como los de Curie con la turmalina. Dada la constitución y orientación de las moléculas que constituyen este mineral, él es fuente de fenómenos piroeléctricos: al ser sometido a temperaturas elevadas, una pieza de turmalina se polariza eléctricamente, produciendo una corriente eléctrica.³⁰ Estos fenómenos responden a las disimetrías estructurales de la composición molecular de la turmalina (cuya simetría es un subgrupo de la del tronco de cono).

La reformulación rougieriana de la razón suficiente añade, al principio de Curie, el principio de Carnot para las máquinas térmicas, el cual afirma la necesidad de un *desnivel* entre las temperaturas de dos fuentes puestas en relación para que una corriente energética se produzca entre ambas.

Así, la condición necesaria (aunque no suficiente) para que un fenómeno aparezca en un medio dado es *que exista entre dos regiones de este medio una diferencia en el factor de intensidad de al menos una de las formas de energía que se encuentran localizadas en él, lo cual no es posible sino por la existencia de una disimetría en la estructura de ese medio*.³¹

Ires, Buenos Aires, Cactus – La Cebra, 2009, p. 123. Cf. también Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*, op. cit., p. 43.

²⁹ Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*, op. cit., p. 32.

³⁰ Cf. *ibíd.*, pp. 44 y ss. Tal vez sea por este fenómeno que Deleuze se refiere crípticamente, también en el primer párrafo del Capítulo V, a la relación de Novalis con la turmalina, diciendo que con ella este filósofo y poeta romántico “está más cerca de las condiciones de lo sensible que Kant con el espacio y el tiempo” (DR, p. 287 [334]). También Simondon recuerda a Novalis a la hora de recuperar los experimentos de Curie con la turmalina (cf. Simondon, Gilbert, *La individuación a la luz de las nociones de forma y de información*, op. cit., p. 124).

³¹ Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d'Einstein*, op. cit., pp. 33-34.

Partimos de la explicación de los sistemas físicos mediante sus elementos de simetría, para afirmar luego la necesidad de al menos un elemento de disimetría como razón suficiente de un fenómeno emergente en el sistema; ahora bien, este elemento de disimetría se traduce en *una diferencia en un factor de intensidad*. Se considera todo fenómeno físico como el resultado de un desequilibrio energético de base que tiende a un estado de equilibrio final. La *disimetría* que determina el surgimiento de un fenómeno en un medio físico dado reenvía así a la noción de intensidad.

En todo sistema energético existen dos *tipos* de factores: intensivos y extensivos. Rougier los distingue también como variables de equilibrio (factores intensivos) y variables de estado (factores extensivos). Un fenómeno físico se produce cuando existe un desequilibrio en los factores que determinan las variables de equilibrio del sistema. Una diferencia de nivel, de temperatura, de presión, de tensión, de potencial, etc. (todos ellos factores intensivos), medida en un sistema, es condición necesaria para la producción de un determinado fenómeno. Por otro lado, las variables de estado o factores extensivos, son aquellas que dependen de la masa total del sistema considerado, y se distribuyen homogéneamente en él. La longitud, el volumen, el número total de moléculas, la cantidad de electricidad o la entropía son factores de este tipo.

En un sentido más técnico, Rougier determina al factor intensivo como “la derivada parcial de la energía interna en relación a la variable de estado; tiene un valor uniforme en todos los puntos de un sistema en equilibrio. Es el que regula la producción y determina el sentido de los fenómenos naturales”.³² Es decir que, puesto que en la determinación total de la energía de un sistema intervienen distintas variables que definen el *estado* del mismo —correspondientes a los distintos tipos de energía que lo habitan—, esta determinación se da mediante una función de múltiples variables independientes. En el caso de la termodinámica, por ejemplo, la

³² *Ibíd.*, p. 98.

energía interna (U) de un sistema puede expresarse en una función de tres variables: entropía (E), volumen (V), y cantidad de materia (M , medida en moles). Se plantea entonces una función de tres variables independientes $U(E, V, M)$. Si se extraen las *derivadas parciales* de esta función —es decir, si la diferenciamos alternativamente con respecto a cada una de sus variables por separado, considerando a las demás constantes— obtendremos alternativamente tres funciones: la derivada parcial de la energía interna en función de la entropía ($\frac{\partial U}{\partial E}$), que define la temperatura (T); la derivada parcial de la energía interna en función del volumen ($\frac{\partial U}{\partial V}$), que define la presión (P); y la derivada parcial de la energía interna en función de la cantidad de materia ($\frac{\partial U}{\partial M}$), que define el potencial químico (Q) del sistema. Temperatura, presión, y potencial químico son los factores intensivos de este sistema termodinámico. Si el sistema está en equilibrio, su valor es uniforme en todos los puntos; a la inversa, un desequilibrio en el sistema está dado por una heterogeneidad en la distribución interna de estos valores, o por la combinación entre dos sistemas con valores heterogéneos. El desequilibrio regula la *producción* y la *orientación* (“determina el *sentido*”) de un fenómeno: “se produce una corriente energética (corriente calorífica, eléctrica, material, etc.) del sistema que tiene el nivel energético *más alto* hacia el sistema con el nivel *más bajo*, y el sentido de la corriente que restablece el equilibrio depende únicamente de los valores relativos de los factores de intensidad de los sistemas en presencia”.³³

Una geometrización de los parámetros que definen un sistema físico da por resultado un *espacio físico*, una *multiplicidad* física de varias dimensiones (en el caso del ejemplo del párrafo anterior, la multiplicidad es de tres dimensiones: E , V y M). Un espacio semejante, considerado globalmente, posee elementos de simetría extensivos globales (el volumen, la forma del recipiente en la que un gas está contenido, por ejemplo) y elementos intensivos *localmente distribuidos* (la temperatura

³³ *Ibidem*; cursivas nuestras.

o la presión del gas, por ejemplo) que pueden, o no, estar en equilibrio.³⁴ Un desequilibrio entre estos elementos se traduce en una *disimetría* interna de ese espacio: una o varias operaciones de simetría “faltan” en su grupo de simetría. En ese contexto, el desequilibrio interno puede desencadenar un intercambio energético (es condición necesaria, pero no *suficiente*, en la medida en que el desequilibrio en cuestión puede estar contenido o compensado por algún otro factor en el sistema; si éste no es el caso, el intercambio energético se dará necesariamente). En este sentido, *la disimetría es razón suficiente* del (o los) fenómeno(s) que se producen en ese espacio, y que modifican su estructura global en una tendencia hacia el estado de equilibrio o simetría.

La simetría es entonces la destinación final de los intercambios energéticos, así como la disimetría es su origen. Los factores intensivos de un espacio definen *si* existe una disimetría en el mismo, *de qué tipo*, y *cómo* ella se moviliza hacia un estado de mayor simetría. Este movimiento viene dado por una *producción original*, propia de la intensidad: ella es agente generador de dinamismos espacio-temporales, no porque cree *el* espacio y *el* tiempo, sino porque modifica *espacios y tiempos* en correspondencia con los procesos de tendencia al equilibrio. Como vimos en la sección precedente, la intensidad definía una orientación para la flecha del tiempo; el desarrollo del concepto de intensidad como disimetría muestra el vínculo del espacio con el tiempo. No solo la distribución espacial, sino también la *duración* de un fenómeno, están dadas por los factores de disimetría de un sistema, y por su tendencia a la igualación. En este sentido, puede afirmarse la existencia de *diversos* complejos espacio-temporales, que responden a la nivelación de los

³⁴ Decimos “localmente” puesto que el factor intensivo se define mediante una relación diferencial, referida a determinaciones *puntuales* del sistema en cuestión. Tal como lo vimos en el caso del cálculo de tangentes y de la noción de multiplicidad riemanniana, la relación diferencial define un espacio localmente. La intensidad puede estar en desequilibrio de punto a punto en un sistema dado. Por otra parte, decimos “puede estar” en desequilibrio, aunque, en sentido estricto, la intensidad, tal como Deleuze la entiende, está siempre necesariamente en desequilibrio. Este último punto quedará más claro en la sección siguiente.

factores de disimetría de sistemas diversos. No hay *el* espacio-tiempo, hay sistemas espacio-temporales extensivos en interacción recíproca por medio de los factores intensivos que los habitan, y en función de los cuales nuevos espacios y tiempos emergen (todo proceso de intercambio energético, en este sentido, es creación de un dinamismo espacio-temporal único e irreducible). Al “final” de un intercambio, el sistema alcanza un estado de equilibrio en sus valores extensivos.

Podemos entonces comenzar a definir el proceso de actualización —o mejor, el proceso de la diferenciación que *causa* la actualización de la Idea— como una *producción espacio-temporal dinámica motivada por una disimetría, y tendiente a un estado de simetría*. Hemos visto que la Idea era el sitio de una génesis *estática*. La determinación, la singularidad, surge en el proceso virtual instantánea o intempestivamente, sin sucesión, según el orden y el grado de las relaciones diferenciales del caso. Pero la nivelación de las diferencias de intensidad necesita tiempo, es inseparable de un *movimiento* que despliega una temporalidad. No se trata del movimiento de un cuerpo *en* el espacio, sino de la producción o transformación de la estructura global de un espacio a lo largo de un tiempo disimétricamente orientado (y que dura todo lo que la diferencia tarde en anularse, o la estructura del espacio en simetrizarse). Si el espacio en vías de actualización fuera absolutamente simétrico no podría haber propiamente actualización, ni duración. La diferencia de intensidad es el elemento necesario para que lo actual carezca de un estado final de equilibrio estático.³⁵ La intensidad es entonces comunicación

³⁵ Una de las objeciones a las que Deleuze debe enfrentarse, en este sentido, es la de la tendencia a la muerte calórica del universo, derivada de la segunda ley de la termodinámica. La elevación de la diferencia de intensidad a principio trascendental está acompañada por una determinación cuidadosa de la entropía como principio *empírico*, ligado a la cualidad “calor” y a los procesos medibles que le corresponden en la extensión. Si Deleuze considerara la entropía como parte de su principio trascendental, debería poner a la simetría como elemento genético y a la uniformidad como la ley de lo sensible; de ahí su interés en demarcar claramente su ámbito de aplicación. Sobre los pormenores de esta “refutación” deleuziana de la entropía, cf. Rafael McNamara: “Leon Selme y el problema de la entropía”, en Kretschel, Verónica, y Osswald, Andrés, *Deleuze y las fuentes de su filosofía II*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2015, pp. 62-69, y “Degradación empírica

entre elementos disimétricos en un sistema, y producción de efectos dinámicos en el espacio-tiempo que tienden a simetrizar ese sistema. Debemos, pues, preguntarnos por el *cómo*: ¿cómo se da esta comunicación?, y ¿qué incidencia tiene en el discurso ontológico deleuziano, más allá de este análisis geométrico-físico?

IV.III.- Síntesis asimétrica y comunicación entre series heterogéneas

A diferencia de Kant, Deleuze puede afirmar que el nómeno es *causa*, en tanto el carácter trascendental-nouménico de la intensidad se define como un proceso de causalidad por señalización: “Todo fenómeno fulgura en un sistema señal-signo. Llamamos señal al sistema tal como está constituido o bordeado por al menos dos series heterogéneas, dos órdenes dispares capaces de entrar en comunicación; el fenómeno es un signo, es decir, lo que fulgura en el sistema en favor de la comunicación de los dispares”.³⁶ Por un lado, el signo se identifica con el fenómeno; por otro lado, el nómeno se identifica con las series heterogéneas de órdenes de magnitud dispares en comunicación. Nos detendremos ahora en este punto.

¿Qué significa “series de términos heterogéneos”? ¿Por qué reenvía a la noción de “magnitudes dispares”? Será conveniente, para responder a estas preguntas, retomar algunas ideas de las fuentes que intervienen en la recepción deleuziana de estos conceptos: J. H. Rosny y, nuevamente, Simondon. Rosny³⁷ publica, en 1922, una obra titulada *Les sciences et*

y repetición trascendental”, en Ferreyra, Julián, *Intensidades deleuzianas. Deleuze y las fuentes de su filosofía III*, Buenos Aires, La Cebra, 2016, pp. 67-84.

³⁶ DR, p. 286 [333].

³⁷ Seudónimo de Joseph Henri Honoré Boex (Bélgica, 1856-1940), escritor de ciencia ficción y de obras de divulgación científica. Para una breve semblanza y análisis de su influencia sobre Deleuze cf. Heffesse, Solange, “Intensidad y pluralismo científico: reseña de un encuentro entre Gilles Deleuze y J. H. Rosny aîné”, en Kretschel, Verónica, y Osswald, Andrés, *Deleuze y las fuentes de su filosofía II*, op. cit., pp. 78-86.

le pluralisme. En ella, constata una metamorfosis en el modo de trabajar de las ciencias de su época. La perspectiva clásica (previa a la segunda mitad del s. XIX), más tendiente al monismo, se caracterizaba por la búsqueda de lo subyacente, la reducción de lo complejo a lo simple, de lo heterogéneo a lo homogéneo, por una abstracción progresiva que constituye conceptos cada vez más negativos y alejados de lo real; la tendencia pluralista —propia de los avances motivados por las geometrías no euclidianas, la teoría de la relatividad y la física cuántica— multiplica el análisis de las variaciones y sus relaciones mutuas. La energética (gracias a la revolución producida por la termodinámica) colabora especialmente con esta transformación:

Percibimos, cada vez más, sumas de diferencias allí donde antes se creía sumar semejanzas. La energética muestra que todo trabajo deriva de diferencias de temperatura, de potencial, de nivel, como toda aceleración supone diferencias de velocidad: probablemente toda energía (calculable) implica factores de la forma $E-E'$, en los cuales E y E' ocultan ellos mismos factores de la forma $e-e'$, y esto indefinidamente, porque nunca alcanzamos una cantidad energética E que no suponga ninguna diferencia.³⁸

Este pasaje, que es reproducido por Deleuze, presenta el carácter *serial* de lo intensivo: toda intensidad resulta de un acoplamiento entre factores, cada uno de los cuales remite a su vez a otros factores, indefinidamente. Esto añade una determinación importante a la noción de “factor intensivo”, que desarrollamos en la sección anterior como la potencia de un sistema para producir un efecto en virtud de su disimetría interna. Según Rosny, toda diferencia energética remite siempre ya a otras diferencias: si en la sección anterior vimos que la intensidad se nivelaba *en la producción de un fenómeno*, esto no implica que ella se equilibre *en sí misma* y de manera definitiva. De hecho, para Rosny, la heterogeneidad es el estado “natural” del Universo, porque es el estado natural de las intensidades que

³⁸ Rosny, J. H., *Les sciences et le pluralisme*, París, Felix-Alcan, 1930, p. 6. Citado en DR, p. 287 [334].

lo habitan; y la homogeneidad es una ficción en un mundo que supone necesariamente una *diferenciación* de lo más diversa:

En definitiva, en un mundo homogéneo, no pasaría nada. No podríamos postular en él ni la vibración más simple, sin recurrir a una diferenciación considerable, debido a que esta vibración exigiría una dirección, una orientación, y a que en sí misma ella comporta fases. [...] A fin de cuentas, al no poder concebir ninguna forma de energía por fuera de una diferenciación, es totalmente natural preguntarse si la diferencia no es esencial a la energía. La conjetura de una diferencia de potencial o de temperatura implicaría una heterogeneidad aún más considerable. [...] [L]a intensidad no puede componerse de dos términos homogéneos, sino al menos de dos series de términos heterogéneos. Así, una diferencia de temperatura o de potencial no sería comparable a una diferencia de dos niveles uniformes, sino a la diferencia de niveles irregulares, como por ejemplo la diferencia de nivel entre la suma irregular de la cima de una montaña y su base, no menos irregular.³⁹

Contrariamente a lo que podríamos haber deducido de la sección anterior, la energía no puede ser propiamente representada por una diferencia medida bajo una magnitud uniforme. Recordemos la definición del factor intensivo como derivada parcial de la sección precedente: una intensidad relativa a un sistema, la temperatura por ejemplo, se definía como la derivada parcial de la energía total del sistema con respecto al factor extensivo “entropía”: $T = \frac{\partial U}{\partial E}$. De acuerdo a la caracterización de Rosny, debemos aclarar que la energía total (U) supone ya de hecho una operación de uniformización, como un promedio de temperaturas. El factor intensivo expresaría una propiedad local en un sistema indefinidamente diferenciado, diferenciado a tal punto que su intensidad no puede expresarse por una magnitud uniforme sino solo *aproximativa o estadísticamente*. Por eso, la determinación de la cantidad de calor de un sistema se define, según

³⁹ *Ibíd.*, pp. 66-67.

Rosny, como una *sumatoria de diferencias*, que solo puede expresarse “groseramente” como $\Sigma = \frac{T - T'}{T}$ (cada término de la sumatoria remite a una diferencia de temperaturas, por muy pequeña que sea).⁴⁰ Si la fórmula de Rougier se apoya en la *derivación*, la de Rosny lo hace en la *serialización* (hemos visto, en nuestro primer capítulo, el vínculo estrecho que una y otra operación guardan en el análisis matemático).

La concepción de la energía como una cantidad extensiva —y como tal, homogénea y uniforme— proviene del hecho de que nuestras mediciones sólo pueden referirse a un sistema extensivo limitado en el que esa energía se localiza, y donde se la supone uniformemente distribuida. No podríamos captar empíricamente una asimetría sino en función de ciertos parámetros de simetría a los cuales remitirla. De acuerdo con Rosny, esta remisión es una aproximación práctica que traiciona lo propiamente intensivo —lo indefinidamente diferenciado— de la energía. Toda forma de energía implica una acumulación de diferencias entre factores, una sumatoria de distancias. Por ejemplo, la diferencia entre dos temperaturas localmente medidas, $T - T'$, puede tomarse como elemento mínimo de la sumatoria que da por resultado la energía “total” de un sistema. Pero esa energía no es *en sí misma* una cantidad uniforme o estática, puesto que, siendo cada uno de los factores una diferencia intensiva, ellos remiten a su vez a otras diferencias intensivas, relativas a los órdenes de diferenciación específicos que definen las coordenadas del sistema: la *temperatura* de un sistema gaseoso, por ejemplo —siguiendo las leyes de la mecánica estadística—, remite a su vez a la *velocidad* relativa de las moléculas que componen el sistema (y dado que la velocidad es una intensidad, su cuantificación remitirá también a series de diferencias de velocidades, $v - v'$). No podemos seguir indefinidamente la cadena de diferencias intensivas involucradas en cada forma de energía a causa de las limitaciones de nuestros elementos de medición y de nuestros dominios de racionalidad. Las diferencias nunca se anulan, por más que así lo percibamos:

⁴⁰ Cf. *ibid.*, p. 68.

[L]as diferencias habrían dado lugar únicamente a nuevas diferencias que, inutilizables para nosotros, podrían serlo para otras criaturas organizadas y equipadas de otra manera. Se deduce de esto que la desaparición de los sistemas de diferencias que nosotros constatamos en nuestro tiempo y nuestro entorno, puede ser compensado por el nacimiento de otros sistemas, no semejantes pero análogos. Los sistemas de diferencias que nosotros somos capaces de percibir son, como nosotros mismos, efímeros, excepcionales e irreversibles.⁴¹

La metamorfosis que Rosny constata en la ciencia de su época es positiva precisamente porque nos permite tomar conciencia de las limitaciones relativas a la observación, cosa que pasaba desapercibida antiguamente. Las geometrías no euclidianas, la teoría de la relatividad o la física cuántica introducen un desplazamiento sobre cierta visión acrítica de las ciencias. A partir de ellas, comienza a tomarse la precaución de volver explícitos los medios a través de los cuales se enfoca el estudio de los fenómenos. Tomamos así conciencia de la *escala* desde la cual abordamos el estudio de la realidad, y reconocemos que nuestros medios de observación nos permiten entrar en contacto con órdenes de fenómenos que difieren por completo de la escala humana. Expresar la temperatura de un gas en términos de la velocidad relativa de sus moléculas es un ejemplo de cómo la ciencia moderna franquea estos umbrales de escala, descubriendo enlaces ocultos entre regímenes de variación radicalmente heterogéneos y lejanos para el ojo humano. De ahí la identificación de las series intensivas con la *comunicación entre órdenes heterogéneos de magnitud* (comunicación entre escalas heterogéneas).

⁴¹ *Ibid.*, p. 71. Rosny pretende con esto criticar específicamente la hipótesis de la muerte térmica del universo representada por el aumento constante de la entropía. Una refutación similar es encontrada en Rougier, quien refiriéndose a esta misma hipótesis, escribe: "Olvidamos las condiciones particulares de nuestro hábitat y las pequeñas contingencias exteriores que presiden el descubrimiento de los principios que tomamos por *a priori* y absolutos" (Rougier, Louis, *op. cit.*, p. 115).

En efecto, el hecho de que la intensidad, como diferencia $E-E'$, remita a factores de la forma $e-e'$, y el hecho de que ella nunca alcance un estado de homogeneidad, ya nos indica que lo que está en comunicación en las series intensivas son cantidades heterogéneas, no sólo por su valor, sino por su cualidad. “[C]ada intensidad es un acoplamiento (donde cada elemento acoplado remite a su vez a acoplamientos de elementos de otro orden) y revela así el contenido propiamente cualitativo de la cantidad. Llamamos *disparidad* a ese estado de la diferencia infinitamente desdoblado, resonante al infinito”.⁴² Cada intensidad es una cantidad, pero es también cualitativa, porque, *en tanto cantidad*, se determina como acoplamiento entre magnitudes dispares, diferencias de diferencias (comunicación entre órdenes de diferencias). La cantidad intensiva “temperatura” supone a la vez diferencias de temperatura, que suponen cantidades intensivas “velocidad”, que suponen diferencias de velocidades...

La presencia filosófica más influyente sobre Deleuze a este respecto es probablemente la de Simondon, para quien todo proceso de individuación supone necesariamente un estado de disparidad y acoplamiento entre órdenes de magnitud heterogéneos. “El verdadero principio de individuación es mediación, que supone generalmente dualidad original de los órdenes de magnitud y ausencia inicial de comunicación interactiva entre ellos, luego comunicación entre órdenes de magnitud y estabilización”.⁴³ Esta “mediación” definida como comunicación entre órdenes de magnitud corresponde a la actividad

⁴² DR, p. 287 [334].

⁴³ Simondon, Gilbert, *La individuación a la luz de las nociones de forma y de información*, op. cit., p. 30. Si bien el término “intensidad” no es utilizado de manera sistemática por Simondon, su noción de “energía potencial” como desencadenante de un proceso de individuación es introducido a la letra por Deleuze bajo su noción de intensidad. La cuestión del valor filosófico de la diferencia entre órdenes de magnitud no es sin embargo un hallazgo originalmente simondoniano, sino que responde a las antedichas revoluciones científicas, especialmente recogidas en el campo de la epistemología francesa por Gaston Bachelard. Sobre esto último, cf. Bontems, Vincent, “Algunos elementos para una epistemología de las relaciones de escala en Gilbert Simondon”, en *Demarcaciones. Revista latinoamericana de estudios althusserianos*, Dossier Simondon, número 4, mayo de 2016, pp. 37-48 (sobre la influencia de Bachelard sobre Simondon a este respecto, ver especialmente pp. 38-40).

suscitada por el intervalo, la apertura o la *distancia* entre dichos órdenes. Ella está caracterizada por los instrumentos de observación humanos utilizados en la *individuación científica*, que introducen una comunicación entre *escalas* heterogéneas. En términos de Vincent Bontems:

Una ruptura de escala interviene entre los órdenes de magnitud medios, donde la invariancia de escala subsiste y donde la aplicación de los esquemas elaborados a nuestra propia escala (onda, partícula, espacio euclidiano, etc.) no está puesta en entredicho, y los órdenes de magnitud extremos, los estudiados por la microfísica y la astrofísica, donde los esquemas heredados de la percepción ordinaria no resultan ya adecuados a la representación de los procesos de individuación. La validez de los esquemas científicos es relativa a su escala de aplicación, y su transformación, bajo el efecto de la *profundización* de la observación de lo real, revela la perspectiva inicial de nuestras concepciones derivadas de la experiencia ordinaria.⁴⁴

La astrofísica y la microfísica nos ponen en contacto con órdenes de magnitud radicalmente heterogéneos, como lo son las diferencias de escala entre las evoluciones de un sistema en microsegundos y un sistema en años-luz. La escala “media”, relativa a los objetos que podemos captar y comprender de modo estable dentro de los parámetros espacio-temporales humanos, es la que dio la regla a la ciencia durante milenios. Tanto la física aristotélica como la geometría euclidiana son sistemas teóricos derivados de la perspectiva de la escala humana. El microscopio y el telescopio son los primeros elementos técnicos que nos ponen en contacto con escalas heterogéneas a la humana y habilitan por eso grandes transformaciones científicas; sin embargo, durante mucho tiempo las herramientas matemáticas dominantes para concebir y procesar esos datos observacionales continuaban dentro de los parámetros de la escala “media”. Poco podrían decirnos los más sofisticados elementos de observación, si seguimos concibiendo lo captado mediante ellos como objetos rígidos desplazándose

⁴⁴ Bontems, Vincent, *op. cit.*, p. 42.

en el mismo espacio-tiempo en que lo hacemos nosotros, que los observamos. No es el mismo el espacio-tiempo de una célula, de un humano, de una ballena; mucho menos lo es el de un fotón y el de una estrella. Cada uno de estos individuos supone dinamismos espacio-temporales radicalmente diversos, escalas de magnitud heterogéneas que se entrelazan en el seno de un Universo indefinidamente diferenciado, en indefinida actividad de diferenciación. Y es que incluso una “misma” escala contiene en sí heterogeneidades y reenvía necesariamente a otros órdenes de heterogeneidad. La propia escala humana encierra múltiples escalas: a los ojos del historiador, por ejemplo, ella contiene una pluralidad de tiempos cualitativamente diferentes: así lo advierte Braudel cuando distingue “el tiempo corto de la actualidad, el tiempo intermedio de lo social, el tiempo inmóvil de la geografía física”.⁴⁵ Por su parte, ese tiempo “inmóvil” de la geografía no lo es sino en relación a cierta escala humana, puesto que, para el geólogo, “las rocas más duras, a su vez, en la escala del millón de años que constituye su tiempo de actualización, son materias fluidas deslizándose bajo presiones muy débiles ejercidas sobre sus singularidades”.⁴⁶

Recordemos un punto importante de nuestro análisis sobre los aspectos trascendentales del cálculo diferencial: una pura cuantitatividad reenvía necesariamente a una pura cualitatividad. En esta línea, la expresión “cambio de escala” supone un cambio que no es meramente cuantitativo, sino cualitativo. Esto nos habla ya de la importante *afinidad* entre las magnitudes intensivas y diferenciales (que abordaremos en nuestro último capítulo). De hecho, el cálculo diferencial ha marcado, en la historia de las matemáticas, el gran hito de introducir las herramientas teóricas necesarias para enlazar cambios de escala radicalmente disímiles, cualitativamente diferentes, coexistiendo en coordenadas espacio-temporales heterogéneas. Ese es el motivo por el cual Deleuze le da semejante importancia en su ontología. La cuestión

⁴⁵ *Ibíd.*, p. 45.

⁴⁶ DR, p. 282 [329].

de los cambios de escala, de la coexistencia de escalas heterogéneas, y de la comunicación entre ellas, es central para comprender la noción de intensidad. Ella funciona sólo comunicando diferencias, niveles de diferencias, y en ese sentido *nivelando*, pero a la vez *creando* nuevas escalas o nuevas posibilidades de vinculación entre escalas heterogéneas, a través de las cuales la comunicación se establece.

La idea fundamental de las cantidades intensivas pasa entonces a ser la *diferencia de cualidad* contenida en la intensidad *en tanto cantidad*. La “cualidad propia de la cantidad” es contener (o *implicar*, o *envolver*) diferencia. A partir de la caracterización de Rosny, podemos afirmar que la asimetría “inicial” de un sistema no es un estado contingente ni pasajero de lo real, sino su ley misma, pues la intensidad es tanto tendencia a la nivelación como producción de desniveles: la nivelación de una asimetría en un sistema es producción de nuevas asimetrías al interior del propio sistema nivelado, y entre él otros con los cuales forma a su vez sistema. Si cada factor intensivo remite a otros factores intensivos de distintos órdenes, *no existen sistemas absolutamente cerrados*, sino sólo relativos a un proceso de nivelación. Ahora bien, de acuerdo con Deleuze, esta producción intensiva de diferencias o sistemas heterogéneos, y *a la vez* de cualidades y cantidades homogéneas, se da en procesos coexistentes que sobrepasan los sistemas de tipo físico-geométrico. Estos procesos son apresados bajo los conceptos *ontológico-trascendentales* de “implicación” y “explicación”.

IV.IV.- Explicación e implicación: intensidad y génesis de cualidades y extensiones

Hasta ahora señalamos un doble aspecto de la intensidad como causalidad. La intensidad era causa o razón suficiente de los fenómenos, pero estos fenómenos tendían a anular esa diferencia que los producía

—o mejor, a disfrazarla, a ocultarla, pues permitían captarla sólo bajo el aspecto de una anulación—: la asimetría era productiva, la simetría producto, y el producto ocultaba el proceso de producción. Todo este proceso supone una orientación por la cual la síntesis asimétrica se equiparaba al flujo del tiempo vivido en la síntesis del presente: del pasado al futuro, o de lo particular a lo general, siguiendo una repetición empírica que habilita la previsión por la homogeneidad de sus elementos. Sin embargo, esa homogeneidad de los fenómenos propios de nuestra escala no es la regla, pues ella encubría o *envolvía* una serie de diferencias productoras. Por eso, la síntesis pasiva del presente remite a otra, también asimétrica, por la cual el presente actual y el antiguo coexisten como mitades desemejantes, actual y virtual, y por la cual los presentes actuales *pasan*. La intensidad como *vaivén* entre ambos planos envuelve este *doble* aspecto de la síntesis asimétrica, caracterizado por Deleuze bajo el par conceptual “explicación-implicación”. La intensidad remite a un orden causal de diferencias *implícadas* y se anula en el efecto que produce al *explicarse*.

Ella se anula en tanto que es puesta fuera de sí, *en la extensión y en la cualidad que llena esa extensión*. Pero esa cualidad, como esa extensión, la diferencia las crea. La intensidad se explica, se desarrolla en una extensión (*extensio*). Esta extensión la relaciona a lo extenso (*extensum*), donde ella aparece fuera de sí, recubierta por la cualidad. La diferencia de intensidad se anula o tiende a anularse en ese sistema; pero es ella la que crea el sistema al explicarse. De ahí el *doble aspecto de la cualidad como signo*: reenviar a un orden implicado de diferencias constituyentes, tender a anular esas diferencias en el orden extenso que las explica. Es por eso que la causalidad encuentra en la señalización una orientación, una destinación [...]. *La diferencia como intensidad permanece implicada en sí misma cuando ella se anula explicándose en lo extenso.*⁴⁷

⁴⁷ DR, p. 294 [341-342]; cursivas propias.

Un dinamismo espacio-temporal actualizaba —en cualidades y extensiones, respectivamente— los elementos de pura cualitabilidad y pura cuantitabilidad de la Idea, y esta actualización nos remitía a una *creación* original de espacios y tiempos dinámicos. La cantidad y la cualidad van a la par, son inseparables de derecho. Un fenómeno, como duración determinada cualitativa y cuantitativamente, *se produce* en una comunicación de series heterogéneas vinculadas por una diferencia de intensidad. El fenómeno es *efecto*, o *signo*, en tanto su existencia remite a la *señal*, a esas series dispares cuya heterogeneidad quedaba comprendida, envuelta, en el signo. El proceso de esta producción de efecto, simultáneo a la envoltura de la causa, está conceptualizado como *explicación*; el estado de la causa envuelta en el efecto aparece conceptualizado como *implicación*. En cierto sentido, el efecto anula la causa; pero en otro sentido, la causa persiste en el efecto. El fenómeno es un sistema *extenso*, conformado por una extensión y una cualidad que se distribuye en ella. En el plano de lo extensivo, Deleuze distingue la *extensio* (una extensión determinada, con una *métrica* homogénea, como un metro o una hora), el *extensum* (lo extenso en general, como el *medio* homogéneo en el que se yuxtaponen diversas *extensios*, como la longitud o el tiempo empíricos), la *qualitas* (cualidad *física* de primer orden) y el *quale* (cualidad *sensible* de segundo orden).⁴⁸ Todas estas facetas son la contracara inseparable de la intensidad (*intensio*) en lo empírico, los *modos* convergentes bajo los cuales la diferencia nouménica se hace fenómeno. Si el empírico es el plano de los fenómenos, donde la intensidad se manifiesta como efecto o signo, él nos remite de por sí a la dimensión trascendental de las causas, donde la intensidad es una multiplicidad *implicada* de series heterogéneas y órdenes de magnitud dispares.

La *explicación*, por su parte, es *creación* de cualidades y extensiones, de espacios y tiempos relativamente homogéneos, o bien, de

⁴⁸ Cf. DR, p. 288 [335]. Parece haber, según esto, una resonancia con la tradición moderna que distinguía cualidades primarias y secundarias, en la distinción deleuziana de *qualitas* y *quale*. Volveremos más abajo a esta diferenciación. Con respecto a lo *extensum*, Deleuze lo caracteriza como “el término de referencia de todas las *extensio*” (DR, p. 296 [344]).

cantidades extensivas. Si la propiedad fundamental de las cantidades intensivas era su heterogeneidad intrínseca, la de las extensivas será su homogeneidad extrínseca. Lo extensivo remite al espacio geométrico tradicional: rígido, improductivo, provisto de una métrica constante por la cual cada *parte* extensiva (*extensio*) remite al medio extensivo global y homogéneo en el que habita (*extensum*) y se relaciona externamente con unidades esencialmente iguales. Nuestro espacio posee tres dimensiones homogéneas, medibles según los mismos parámetros: un metro es igual a sí mismo en altura, anchura, profundidad. Esta extensión homogénea tridimensional podría considerarse como la escala espacial “humana”. Las cualidades de los objetos empíricos que pueblan esas dimensiones son a su vez homogéneas, relacionadas entre sí por un orden de mayor o menor semejanza. Pero la noción de intensidad indica que estos espacios actuales derivan, a través del proceso de explicación, de una instancia diferencial previa a las cualidades y extensiones empíricas, en un orden *implicado*, que Deleuze contrapone al extenso, y que llama “profundidad”:

Sin duda lo alto y lo bajo, la derecha y la izquierda, la forma y el fondo son factores individuantes que trazan en la extensión descensos y ascensos, corrientes, caídas. Pero su valor es solamente relativo porque ellos se ejercen en una extensión ya desarrollada. Ellos derivan de una instancia más «profunda»: la profundidad misma, que no es una extensión, sino un puro *implejo*. [...] Es la profundidad la que se explica en derecha e izquierda en la primera dimensión, en alto y bajo en la segunda, en forma y fondo en la tercera homogeneizada. La extensión no aparece, no se desarrolla sin presentar una izquierda y una derecha, un alto y un bajo, un encima y un debajo, que son como las marcas disimétricas de su propio origen.⁴⁹

⁴⁹ DR, pp. 295-296 [343]. Cf. el trabajo de Rafael McNamara (*La ontología del espacio de Gilles Deleuze*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2022) para un desarrollo pormenorizado y completo de las implicancias de este pasaje y sus conceptos principales, tanto en DR como en el conjunto de la ontología deleuziana.

He aquí, entonces, un nuevo nombre para la intensidad: *profundidad*. Ella remite a la “matriz de la extensión”,⁵⁰ *constituyente* de los espacios homogéneos, extensivos y actuales, teatro de la dramatización o de los dinamismos espacio-temporales, en definitiva, “el espacio entero, pero el espacio como cantidad intensiva: el puro *spatium*”.⁵¹ La extensión es el espacio de los efectos, signos o fenómenos; lo intensivo, como profundidad original o *spatium*, remite al nóumeno, a la multiplicidad de series heterogéneas u órdenes de magnitud dispares.

Para referirse al modo bajo el cual la intensidad permanece envuelta en la captación empírica de extensiones y cualidades actuales, Deleuze introduce el concepto de *distancia*, complemento de la profundidad en el orden de la implicación.

La cualidad percibida supone la intensidad, porque ella expresa solamente un carácter de semejanza para una «franja de intensidades aislables», en los límites de la cual se constituye un objeto permanente —el objeto cualificado que afirma su identidad a través de las distancias variables. La intensidad, que envuelve las distancias, se explica en la extensión, y la extensión desenvuelve, exterioriza u homogeneiza estas mismas distancias. Al mismo tiempo, una cualidad ocupa esa extensión, sea como *qualitas* que define el medio de un sentido, sea como *quale* que caracteriza tal objeto por relación a ese sentido.⁵²

La profundidad y la distancia son el par trascendental que produce el par empírico extensión-cualidad en el doble proceso de la explicación-implicación. Esto no supone una correspondencia uno a uno entre los términos —como si la profundidad y la distancia fueran, en el orden de la implicación, lo que la extensión y la cualidad en el orden de la explicación. En el orden de la explicación, la extensión y la cualidad pueden ser

⁵⁰ DR, p. 296 [344].

⁵¹ *ibídem*.

⁵² DR, p. 297 [345].

separadas por abstracción en la representación, mientras que profundidad y distancia coexisten en una compleja relación de envolvimiento. La diferencia en la intensidad está más allá de las figuras empíricas de la diferencia. En el orden intenso, como vimos, una diferencia de escala no es meramente cuantitativa sino que *implica* diferencias de naturaleza (temperatura y velocidad, por ejemplo).

Las distancias envueltas en profundidad son los elementos que, siguiendo el proceso de la explicación, se desenvuelven en las extensiones y las cualidades de los objetos actuales. Al desenvolverse, lo envuelto no desaparece, sino que pasa a otro régimen de existencia: del estado implícito al estado explícito. Es por la *distancia* o el intervalo que la heterogeneidad entre órdenes dispares de magnitud se afirma y se establece la posibilidad de su comunicación, y con ella, la orientación en la fulguración que los nivela u homogeniza. En este sentido, la palabra “distancia” ya no remitirá para nosotros a un concepto *métrico*, como lo hacía previamente cuando definimos la distancia euclidiana. La distancia es *intensiva*, y se homogeniza en distancias *extensivas* por su creación de un medio homogéneo (*extensum*), a través de un proceso de síntesis asimétrica. En este sentido, la intensidad es el sitio de una “cuádruple génesis, la de las *extensio* como esquemas, la de la extensión como magnitud extensiva, la de la *qualitas* como materia ocupando la extensión, la del *quale* como designación de objeto”.⁵³

Así, tanto la figura espacial, el medio de referencia general y homogéneo en el que se inserta, y las cualidades que le dan “consistencia

⁵³ DR, p. 298 [347]. Tanto en la designación de las *extensio* como “esquemas”, como también en la caracterización de las magnitudes extensivas como lo propio de la intuición empírica, Deleuze marca una clara confrontación con Kant, para quien las magnitudes extensivas poseían un estatuto trascendental que configuraba las formas puras de la intuición (cf. Kant, I., *Crítica de la razón pura*, op. cit., pp. 258-261 [A162/B202-A166/B207]). Asimismo, Kant da un lugar a la magnitud intensiva en el “Sistema de los principios del entendimiento”, caracterizándola como aquello que “llena” una intuición pura en un grado determinado (cf. *ibid.*, pp. 262-270 [A166/B208-A177/B218]). Deleuze recupera, en este punto, la lectura del neokantiano Hermann Cohen (cf. Pachilla, Pablo, “Hermann Cohen y la intensidad trascendental”, en Ferreyra, Julián, *Intensidades deleuzianas. Deleuze y las fuentes de su filosofía III*, op. cit., pp. 17-32).

material” y refieren esa figura a un objeto, caen bajo el proceso de desenvolvimiento de las distancias envueltas en profundidad. Si además consideramos que todo complejo extenso-cualificado, en tanto dinamismo espacio-temporal, es inseparable de una *duración*, habría que decir que, en rigor, la génesis de la intensidad es quintuple: ella genera también el tiempo del fenómeno, los umbrales de su desarrollo, entre los que fulgura. Deleuze relaciona la síntesis asimétrica del espacio con el carácter temporal de la síntesis asimétrica.

No nos sorprenderemos de que las síntesis espaciales puras retomen aquí las síntesis temporales precedentemente determinadas: la explicación de la extensión descansa sobre la primera síntesis, la del hábito o del presente; pero la implicación de la profundidad descansa sobre la segunda síntesis, de la Memoria y del pasado. Incluso es preciso presentir, en la profundidad, la proximidad y el hervor de la tercera síntesis anunciando el «desfondamiento» universal.⁵⁴

La primera síntesis definía precisamente la orientación del tiempo actual, que iba del pasado al futuro o de lo particular a lo general; pero a su vez, esta síntesis remitía a una segunda, fundamento de la primera, y que definía la coexistencia de ese presente actual con el antiguo presente como su *doble*, aproximando actual y virtual, dobles coexistentes y desemejantes. La cantidad intensiva, en tanto explicada, reenvía a lo actual, pero en tanto implicada, ella reenvía al desfondamiento universal del Eterno Retorno (volveremos sobre esto más adelante). Gracias a esto, el espacio posee la “capacidad (en tanto *spatium* intensivo) de determinar en la extensión la actualización de las ligazones ideales (como relaciones diferenciales contenidas en la Idea)”.⁵⁵

⁵⁴ DR, p. 296 [344]. Este es el pasaje clave para fundar la ontología del espacio deleuziana (cf. Mc Namara, Rafael, *La ontología del espacio de Gilles Deleuze, op. cit.*).

⁵⁵ DR, p. 299 [347].

Nos referimos previamente al carácter propio de la intensidad como el vaivén de lo actual y lo virtual, su síntesis oscilante, precisado ahora por el par conceptual implicación-explicación. En *Diferencia y repetición*, las nociones desarrolladas hasta este punto en la teoría de la intensidad son sistematizadas bajo tres *caracteres*: la comprensión de lo desigual, la afirmación de la diferencia, el ser envuelto o implicado. En el desarrollo de estos caracteres, Deleuze echa mano a nuevas referencias matemáticas, a través de las cuales se constata no sólo la importancia de este campo disciplinar para toda su ontología, sino que se comprenden más cabalmente las génesis de la intensidad, y los *sistemas*, extensiones y cualidades que produce. Esa conceptualización de la intensidad como *cantidad* nos obliga, ante todo, a detenernos en la relación que Deleuze establece entre ella y el número. Dedicamos el siguiente capítulo a precisar estos aspectos propiamente matemáticos de la teoría de la intensidad.

Interferencia #7: Implicación y explicación en SPE

Las nociones de implicación y explicación gozan de un importante papel en *Spinoza y el problema de la expresión*, obra que Deleuze presenta el mismo año que *Diferencia y repetición*. La introducción de estos términos no es ajena a la problemática *teológica* que esas nociones traen aparejadas, si bien *Diferencia y repetición* las desliga de esta problemática para introducirlas en una típicamente trascendental, como lo es la constitución del fenómeno. Los conceptos de implicación y explicación —bajo la terminología latina *explicare* y *envolvere*— son introducidos al comienzo de la tesis sobre Spinoza como los “correlatos que especifican, acompañan la idea de expresión”.⁵⁶ Esto da una notable pista de trabajo para estudiar la resonancia entre estas obras deleuzianas, en tanto la relación de *expresión* es exactamente la que se establece entre la intensidad y la Idea

⁵⁶ SPE, p. 11 [12].

en *Diferencia y repetición*. Según Deleuze, la expresión es la categoría fundamental en el sistema de Spinoza, porque da cuenta a la vez de la constitución de la esencia de la sustancia —a través de los atributos— y de la producción de las cosas —a través de los modos—: atributos y modos expresan, en distintos órdenes, la sustancia. En la expresión, se piensa el problema de la *relación entre lo Uno y lo múltiple* en términos de un simultáneo envolvimiento y desenvolvimiento. “Explicar es desenvolver. Envolver es implicar. Los dos términos no son sin embargo contrarios: ellos indican solamente dos aspectos de la expresión. Por un lado, la expresión es una explicación: desenvolvimiento de lo que se expresa, manifestación de lo Uno en lo múltiple [...]. Pero por otro lado, la expresión múltiple envuelve lo Uno”.⁵⁷ Toda esta terminología viene de una larga tradición que nos retrotrae del renacimiento al neo-platonismo. Deleuze enraíza los orígenes filosóficos de la expresión en el problema platónico de la participación.⁵⁸ La respuesta del neo-platonismo a ese problema se cifraba en la noción de causa emanativa, que guarda cierto resabio de trascendencia. Esto no quita que la expresión desembarque en el renacimiento afianzando el carácter de inmanencia de lo Uno en lo múltiple y lo múltiple en lo Uno. Nicolás de Cusa y Giordano Bruno dan un estatuto riguroso al par de conceptos *complicare-explicare* en una ontología de la inmanencia. “La inmanencia se define por el conjunto de la complicación y de la explicación, de la inherencia y de la implicación. Las cosas permanecen inherentes al Dios que las complica, como Dios permanece implicado por las cosas que lo explican. [...] La expresión comprende todos estos aspectos: complicación, explicación, inherencia, implicación”.⁵⁹ La recuperación spinozista de esta tradición le permite construir una noción de causalidad según la cual el efecto es producido *en* la causa, y la causa *se expresa* en el efecto, sin que ellos sean términos mutuamente exteriores u opuestos. La relación de *expresión*, inseparable de la de *envolvimiento*, supone esta inserción recíproca del efecto en la causa y de la causa en el efecto. La sustancia es expresada en su esencia (cualitativamente) por

⁵⁷ SPE, p. 12 [12].

⁵⁸ Cf. SPE, pp. 153-154 [165-166].

⁵⁹ SPE, p. 159 [171-172].

los atributos, los cuales son a su vez expresados (cuantitativamente) por los modos; estos, sin embargo, no dejan de implicar a los atributos que explican, ni los atributos dejan de implicar a la sustancia que explican. El Ser se distribuye, pues, de igual manera en cada ser, porque cada ser envuelve al Ser entero. No debemos olvidar que, cuando Deleuze recupera explícitamente esta terminología (implicación-explicación) para su propia elaboración filosófica, la expresión no es la de lo Uno volviéndose múltiple, sino la intensidad en sus relaciones consigo misma, en una multiplicidad de series heterogéneas resonantes al infinito (más allá de la oposición relativa Uno-múltiple). Ahora bien, así como la multiplicidad virtual poseía un doble aspecto de inmanencia y trascendencia, la intensidad tiene un doble aspecto de envolvimiento y desenvolvimiento por el cual, al ponerse *fuera de sí* (produciendo el efecto), se mantiene *envuelta en sí misma* (contenida en el efecto). La hipótesis esbozada al inicio del presente capítulo, acerca de la intensidad como el factor que asegura la inmanencia del sistema deleuziano, se ve apoyada especialmente por la presencia, en el desarrollo del Capítulo V de *Diferencia y repetición*, de estas “categorías de la inmanencia”,⁶⁰ las nociones propias de la tradición immanentista: implicación y explicación (y, lo veremos, también la de la complicación). Esto exige que indagemos en la relación de estas nociones con la Idea, y especialmente con el concepto propio del dominio virtual que resuena semánticamente con ellas: la perplicación. Abordaremos estos temas en los próximos capítulos.

⁶⁰ SPE, p. 159 [172].

Capítulo V

Matemáticas intensivas: los tres caracteres de la intensidad

Dios hace el mundo calculando, pero esos cálculos nunca son exactos, y esa inexactitud en el resultado, esa irreductible desigualdad es la que forma la condición del mundo.

DELEUZE

Si las Ideas fueran expresadas inmediatamente por las partes extensivas de lo empírico, las singularidades —que permiten distinguir cualidades y cantidades físicas o sensibles— serían meros puntos geométricos o físicos fijos; y lo trascendental, indistinguible de lo empírico, sería el reino del condicionamiento, de la fatalidad y la inmutabilidad de las cosas (imposibilidad de toda génesis). Pero dado que ellas son expresadas inmediatamente en intensidades, que hacen surgir lo extensivo como efecto, en una dinámica incesante de envolvimientos y desenvolvimientos, el régimen entero del mundo se transforma. En la transición o pasaje *entre* dos estados cualitativos empíricos opuestos (por ejemplo, de lo caliente a lo frío, o viceversa), se manifiesta ese “algo tercero”, *generador de cantidades y cualidades*, implicado en ellas como el aspecto trascendental de lo físico-sensible.

A pesar de que la teoría deleuziana de la intensidad es presentada a partir de la física (en particular, la termodinámica), ella tiene también una presencia importante de elementos matemáticos.¹ Las

¹ Ellos no son frecuentemente desarrollados por la bibliografía secundaria. Se pasan por alto a menudo las referencias matemáticas del Capítulo V de *Diferencia y repetición*, en provecho

interferencias matemáticas en *Diferencia y repetición* no culminan con la descripción de las Ideas dialécticas, sino que son retomadas durante la exploración de la “mitad estética” de la filosofía de la diferencia. Si el *diferenciarse* de lo virtual es la creación de líneas, espacios y tiempos en lo actual, ¿cómo entra la matemática —en tanto dominio de racionalidad específico— en este proceso? ¿Qué espacios y tiempos, qué extensiones y cualidades crean una estética propia de la Idea matemática?

Esta pregunta, a su vez, da pie para pasar revista a los *tres caracteres específicos de la intensidad*, que Deleuze despliega de la mano de la historia de los sistemas numéricos y de algunas nociones de la matemática intuicionista. De acuerdo con estos tres caracteres, la intensidad: 1) comprende lo desigual, 2) afirma la diferencia, y 3) se *implica* a sí misma. Ellos dan cuenta del *doble* aspecto de la intensidad, de su dinámica de *vaivén*: como *explicación* de la diferencia en cualidades y extensiones empíricas, y como *implicación* de la diferencia en sí misma; como *longitudes* extendidas en el espacio euclidiano, y como *profundidad a(s)i métrica* que envuelve el aspecto trascendental de la experiencia real. Si lo real es diferencia, y la diferencia es razón suficiente de lo real, también lo *real matemático* es constituido y atravesado por procesos intensivos que introducen lo trascendental en lo empírico y lo empírico en lo trascendental. En este capítulo, veremos cómo esto está plasmado en la construcción deleuziana a partir de las fuentes y referencias que caracterizan a la intensidad: los tipos numéricos, la ordinalidad, la divisibilidad, la fundación intuicionista de las matemáticas y la noción de distancia. Esto nos pondrá en posesión de los elementos necesarios para atacar, en nuestro próximo —y último— capítulo, la relación entre la Idea y la intensidad desde el enfoque de la onto(topo)logía de Gilles Deleuze.

del cálculo diferencial o la multiplicidad riemanniana (preponderantes en el Capítulo IV). Una excepción es Aden Evens, quien estudia la presencia del intuicionismo brouweriano en *Diferencia y repetición* (cf. Evens, Aden, “The Surd”, en Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The logic of Difference*, op. cit., pp. 209-233).

V.I.- Primer carácter: lo desigual en sí y los tipos de número. Orden y distancia

“La intensidad tiene tres caracteres. Siguiendo un primer carácter, la cantidad intensiva comprende lo desigual en sí. Ella representa la diferencia en la cantidad, lo que hay de no-anulable en la diferencia de cantidad, de inigualable en la cantidad misma: ella es pues la cualidad propia de la cantidad”.² La introducción de este primer carácter no resulta extraño. La intensidad comprende lo desigual en sí; ella es, en sí misma, diferencia. El texto avanza, sin embargo, encadenando esto con una afirmación general sobre el concepto de cantidad: la cantidad intensiva es la cualidad propia de la cantidad, la naturaleza de la cantidad. La cantidad —*toda* cantidad— contiene diferencia, una diferencia que *no puede anularse*, como lo hacen las cantidades extensivas de igual módulo y signo contrario. Pero, aun cuando ella aparece bajo el aspecto de lo homogéneo o extensivo, la cantidad contiene *en sí misma* diferencia. Debemos recordar la caracterización de Rosny sobre la pluralidad inherente a toda cantidad supuestamente homogénea, y el doble aspecto de la intensidad como implicante-explicada: la cantidad extensiva explica e implica la cantidad intensiva. La comunicación de estas diferencias es razón suficiente y causa inmanente de las cantidades extensivas.

Ahora bien, puesto que toda cualidad se manifiesta de alguna u otra manera, ¿cómo se manifiesta la intensidad *en tanto cualidad propia de la cantidad*?

Ella aparece menos como una especie del género cantidad que como la figura de un momento fundamental u original, presente en toda cantidad. Lo cual significa que la cantidad extensiva, por otra parte, es la figura de otro momento que marca más bien la destinación o la finalidad cuantitativas (en un sistema numérico parcial).³

² DR, p. 299 [347].

³ *Ibidem*.

Este pasaje es importante porque anuncia una ampliación significativa del principio de las cantidades intensivas: debemos ver a la intensidad involucrada en *todo tipo de cantidad*. Se retoma así —implícitamente— la tesis desde la cual Deleuze inicia su lectura de Spinoza, pero también la que él mismo desarrolla en su Introducción a *Diferencia y repetición*: la distinción numérica no es una distinción *real*, y la extensión de un concepto no da cuenta de la diferencia individual.⁴ *Toda extensión es cuantitativa, pero no a la inversa*: hay cantidades intensivas involucradas en la génesis y manifestación de toda cantidad extensiva. Por eso, todo sistema numérico es *parcial*. La intensidad se explica en sistemas cualificados y extensos, en órdenes y métricas, pero estos sistemas no agotan la potencia que les da origen. El desarrollo de esta tesis obliga a Deleuze a detenerse en el análisis del elemento sobre el cual descansa en general la cuantificación más básica: el número. Es decir, dar cuenta del *bloqueo* conceptual que habilita la diversidad de *tipologías* de sistemas numéricos.

Cada tipo numérico sistemático, afirma Deleuze, está construido sobre una desigualdad esencial que no puede resolverse en el tipo numérico inferior (o anterior): los racionales (fraccionarios) surgen de la imposibilidad de obtener un número entero para una división entre enteros; los irracionales, de la imposibilidad de obtener una parte proporcional para dos magnitudes fraccionarias.⁵ La incapacidad de los números enteros para contener los resultados de todas las operaciones posibles entre ellos exige *crear el tipo numérico* “fracción”. Análogamente, la incapacidad de los números fraccionarios de expresar cantidades con infinitos decimales aperiódicos exige crear el “tipo irracional”. Se produce así una *tipología*, una *división* que especifica progresivamente el género “número”.

Los números fraccionarios expresan una razón irreductible en términos de enteros; los irracionales, un desarrollo decimal irreductible

⁴ Sobre la primera tesis, *cf.* el primer capítulo de SPE, pp. 21-32 [23-34]; sobre la segunda, *cf.* nuestra “Introducción” a la Primera Parte de este libro.

⁵ *Cf.* DR, p. 299 [347].

en términos de fraccionarios (y requieren por eso, como vimos, otros procedimientos, como el análisis de series convergentes de fraccionarios). Pero una vez satisfecha la exigencia, la diferencia o la irreductibilidad que da origen a la creación de estos tipos numéricos resulta anulada, bajo una nueva forma de igualdad: el número fraccionario encuentra igualdad en las proporciones (o en la parte alícuota común a dos o más fracciones), mientras que el irracional lo hace en la convergencia de las series de racionales. En ambos casos, la diferencia de base es anulada en la generación de un nuevo sistema de numeración, constituido para expresar cantidades no expresables en el previo...

Pero aquí reencontramos solamente la dualidad de la explicación y de lo implícito, de la extensión y lo intensivo; porque, si el número anula su diferencia, es solamente explicándola en la extensión que instaura. Pero la conserva en sí en el orden implicado que lo funda a él mismo. Todo número es originalmente intensivo, vectorial, en tanto que implica una diferencia de cantidad propiamente no-anulable; pero es extensivo y escalar en tanto que anula esta diferencia sobre otro plano que él crea, en el cual él se explica.⁶

La dualidad explicado-implícado, o extensivo-intensivo, encuentra según esto una afinidad especial con la dualidad entre magnitudes escalares y vectoriales. Mientras que una magnitud escalar puede determinarse completamente mediante un número, que indica su valor numérico (módulo), una magnitud vectorial exige algo más: su determinación *implica* también una orientación o un sentido, y un punto de apoyo. Si un escalar puede representarse mediante un segmento, un vector se representa como un segmento más una flecha. No es casual que los vectores representen procesos físicos o dinámicos íntimamente ligados a magnitudes intensivas: una velocidad, una aceleración, una fuerza —las escalares, en cambio, están ligadas a magnitudes extensivas.

⁶ DR, pp. 299-300 [348].

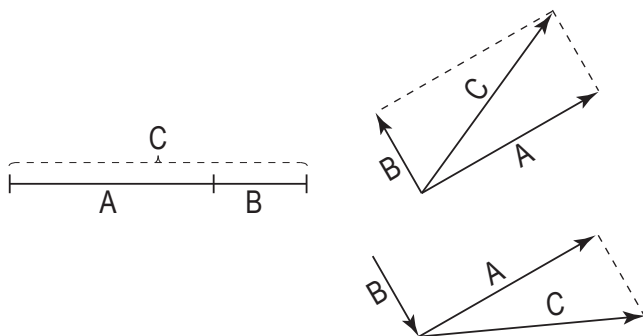


Ilustración 22: suma escalar (izquierda) y dos casos de suma vectorial (derecha). En los tres casos, se suman los componentes del mismo módulo A y B, dando por resultado C ($A+B=C$). En el caso de la suma vectorial, el sentido de los elementos sumados modifica el resultado final.

Esta complejidad adicional que supone la magnitud vectorial la hace, según Deleuze, más “original” que una escalar, en tanto la vectorial incluye una diferencia irreductible en términos escalares:⁷ la escalar podría eventualmente derivar de la vectorial por “abstracción” de alguno de sus componentes, pero no a la inversa, puesto que esta contiene “más diferencia” que aquella. La escalar se puede contemplar entonces como *explicación* de la vectorial, y en este sentido, *implica* vectores. El establecimiento de lo homogéneo implica, como vimos, un origen heterogéneo. De hecho, Deleuze refiere a las magnitudes escalares y vectoriales también en el desarrollo de las nociones de explicación e implicación: la *profundidad* implicada en la extensión es a su vez explicada por los vectores que la habitan. “Que ellas [las magnitudes vectoriales] no se sumen en cualquier sentido, o

⁷ “Los vectores, las magnitudes vectoriales que atraviesan la extensión, pero también las magnitudes escalares como casos particulares de potenciales-vectores son el eterno testimonio del origen intensivo” (DR, p. 298 [346]). Del mismo modo, vimos en nuestro capítulo III que una magnitud *tensorial* suponía una complejización de la vectorial, puesto que equipaba a cada punto de un espacio con una pluralidad de direcciones o sentidos en los que podía interactuar con su entorno. Si el vector corresponde a los movimientos y creaciones propios de la intensidad, los tensores se asociaban a la Idea en tanto que multiplicidad, y establecían su potencia de conexión múltiple.

incluso que tengan una relación esencial con un *orden de sucesión*, nos reenvía a la síntesis del tiempo que se ejerce en profundidad”.⁸

Deleuze le da especial importancia al hecho de que las magnitudes vectoriales se sumen de acuerdo con un *orden*, de que se relacionen según un *orden de sucesión*. En el caso de los vectores, esto significa intuitivamente que, al sumarlos, la punta de uno debe coincidir con la cola del siguiente. Y este orden remite a una síntesis del tiempo —la del pasado— “que se ejerce en profundidad”. Como vimos, la profundidad se caracterizaba como un *implejo*, una implicación de *distancias heterogéneas*, pasibles de explicarse como longitudes extensivas. La caracterización de la profundidad intensiva como complejo vectorial lleva a pensar que las distancias en profundidad están ordenadas, que *hay un orden en el envolverimiento de la diferencia*. Se debe establecer qué significa este orden propiamente intensivo. Para ejemplificar lo que se entiende por esto, e inmediatamente a continuación de mencionar a las magnitudes vectoriales en su *excursus* sobre los tipos de número, Deleuze pasa a referirse al tipo que considera “más simple”: el *ordinal*.

Incluso el tipo más simple de número confirma esta dualidad [de lo intensivo y lo extensivo]: el número natural es ante todo ordinal, es decir, originalmente intensivo. El número cardinal resulta de él, y se presenta como la explicación del ordinal. Se objeta a menudo que la ordenación no puede estar al origen del número, porque ella implica ya operaciones cardinales de coligación. Pero es porque no se comprende bien la fórmula: el cardinal resulta del ordinal.⁹

Deleuze sostiene su tesis acerca de la diferencia intensiva originaria en *toda* cantidad afirmando que ella se presenta incluso en los números naturales. Y esto ocurre, precisamente, porque los números naturales son originalmente ordinales, y no se cardinalizan sino secundariamente.

⁸ DR, p. 298 [346]; cursivas nuestras.

⁹ DR, p. 300 [348].

Esta correspondencia de lo cardinal con lo explicado y de lo ordinal con lo implícito exige una breve caracterización de estos tipos numéricos.

La diferencia más intuitiva entre el ordinal y el cardinal se presenta en un uso lingüístico: no es lo mismo “quinto” que “cinco”, no se otorga la misma determinación cuantitativa en uno y otro caso. En su desarrollo de la teoría de conjuntos, Georg Cantor recurre a la distinción entre ordinal y cardinal, dándole un estatuto más sofisticado, que permite aplicarla a conjuntos infinitos o —en su terminología— transfinitos. Lo que define la *cardinalidad* de un conjunto es la *cantidad de elementos* que contiene. Tanto en el caso de conjuntos finitos como infinitos, esta propiedad está definida por la posibilidad de poner en correspondencia biunívoca a un conjunto con otro de su misma cardinalidad: debo poder hacer corresponder cada elemento de un conjunto con un, y solo un, elemento del otro; si faltan o sobran elementos, ellos no son equivalentes. Sé que el conjunto de las monedas en mi bolsillo contiene cinco elementos; si puedo hacer corresponder cada una de mis monedas a una, y solo una, de las manzanas en mi plato, habré determinado la cardinalidad del conjunto de mis manzanas (a saber, cinco). Por medio de esta operatoria de establecer correspondencias biunívocas entre elementos de conjuntos, Cantor demuestra su célebre descubrimiento de infinitos *más grandes* que otros: “denotó por $\aleph_0$ al conjunto de los números enteros. Como los números reales no se pueden poner en correspondencia biunívoca con los números enteros, el conjunto de los números reales debe tener otro cardinal distinto, que se denota por c , la inicial del continuo. [...] Así, $c > \aleph_0$ ”.¹⁰

Por otra parte, Cantor define los conjuntos *ordinales* como aquellos que tienen la propiedad de ser *totalmente ordenados*:

¹⁰ Kline, Morris, *El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., p. 1318. La letra “aleph” ($\aleph$, primera del alfabeto hebreo) elegida por Cantor para simbolizar la infinitud de este conjunto, es tomada por Borges para titular el célebre cuento en el cual los personajes pueden observar la infinitud del universo localizada en un punto. Es interesante notar que la experiencia que el personaje del cuento tiene al ver el Aleph no es ordenada (en un conjunto cardinal importa solo la cantidad de elementos, no su orden).

Un conjunto está totalmente ordenado si para cada dos elementos uno de ellos precede al otro, de manera que dados m_1 y m_2 , o bien m_1 precede a m_2 , o bien m_2 precede a m_1 : la notación es $m_1 < m_2$ o $m_2 < m_1$. Además, si $m_1 < m_2$ y $m_2 < m_3$, ese orden total también implica que $m_1 < m_3$; esto es, la relación de orden es transitiva. El número ordinal de un conjunto ordenado M es el tipo de orden del orden definido en el conjunto. [...] El número ordinal del conjunto de los enteros positivos en su orden natural se denota por ω .¹¹

Entonces, tanto $\aleph_0$ como ω se refieren al mismo conjunto, a saber, los enteros positivos. Pero mientras que $\aleph_0$ lo considera de acuerdo a la cantidad de sus elementos, ω lo hace a partir del orden que puede establecerse entre ellos. ω designa entonces el primer ordinal transfinito (es el “primero” porque Cantor define toda una aritmética entre conjuntos por la cual nuevos órdenes de ordinales pueden obtenerse por recursividad: $\omega+1$, $\omega+2$, ..., $\omega+\omega$, ..., ω^ω , etc., esto es, una sucesión creciente y ordenada de infinitos).

A primera vista, hay distintos motivos por los cuales Deleuze considera a este tipo de números como más “originarios” u “originalmente intensivos”: en primer lugar, porque la ordinalidad se define por desigualdades y no por correspondencias o igualdades (“<” es la operación del ordinal, mientras que “=” o “→” la del cardinal); en segundo lugar, por el carácter *constructivo* de los ordinales (ellos involucran una regla de construcción por adición, a diferencia de la cardinalidad que se supone ya dada en un conjunto); en tercer lugar, porque la desigualdad o el intervalo existente entre los elementos ordenados hace posible la construcción de ω ; finalmente, porque hay un carácter *serial* propio de la ordenación: el orden supone un criterio de sucesión o de puesta en serie de los elementos ordenados (y se trata de una serie de diferencias o, más precisamente en este caso, de desigualdades).¹²

¹¹ *Ibid.*, pp. 1319-1320.

¹² El privilegio del ordinal ha sido afirmado por Dedekind, por Brouwer (como veremos en la próxima sección), y también por Vuillemin. Este último piensa al número ordinal —que llama

Ahora bien, Deleuze admite que la suya no es la interpretación del sentido común sobre estos tipos de número, puesto que generalmente tiende a interpretarse que la ordinalidad supone “operaciones cardinales de coligación” y por lo tanto “la ordenación no puede estar al origen del número”. Si bien Deleuze no da una referencia respecto al lugar de donde recoge esta “frecuente objeción” realizada al ordinal, lo cierto es que el privilegio del cardinal es propio de la tradición logicista, y es posible que Deleuze tenga en mente a este adversario filosófico. En la célebre obra de Gottlob Frege, *Fundamentos de la aritmética*, la naturaleza del número es concebida como cardinal, y definida filosóficamente a partir de su equiparación con *conceptos*; y más precisamente, con la extensión de un concepto, como entidad lógica fundamental a partir de la cual toda definición se hace: “el número de un concepto F es la extensión del concepto «equinúmero al concepto F»”.¹³ Referido al concepto como algo cuya extensión (la “cantidad” de sus casos) está determinada, puede definirse el número de un concepto, y la igualdad entre números, a partir de la igualdad de entre conceptos (así la igualdad cardinal del conjunto de monedas y manzanas). Bajo la asimilación del número a la entidad lógica, Frege define ante todo el 0 y el 1, y a partir de allí la construcción mediante adición de unidades homogéneas ($n + 1$).

[A] un concepto le corresponde el número 0 cuando, sea lo que sea *a*, vale con toda generalidad el enunciado de que *a* no cae bajo este concepto. [...] A] un concepto *F* le corresponde el número 1, cuando, sea lo que sea *a*, no vale con toda generalidad el enunciado de que *a* no cae bajo *F*, y cuando de los enunciados «*a* cae bajo *F*» y «*b* cae bajo *F*» se sigue con toda generalidad que *a* y *b* son el mismo.¹⁴

“número numerante” — desde la compatibilidad o incompatibilidad entre distintos intervalos definidos en la ordenación: “el «segmento» I^{to}-VI^{to} puede ser compuesto con el segmento VI^{to}-XII^{to}, no con el segmento IV^{to}-XII^{to}” (Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 258; y en p. 259, Vuillemin compara al ordinal con el vector).

¹³ Frege, Gottlob, *Fundamentos de la aritmética*. Investigación lógico-matemática sobre el concepto de número, trad. Ulises Moulines, Barcelona, Laia, 1972, p. 92.

¹⁴ *Ibid.*, p. 81.

A partir de esto, conceptos con la misma extensión (mismo número de individuos que caen bajo esa clase) poseen el mismo número: la numeración se basa en el criterio de la existencia de una aplicación biyectiva entre los objetos que caen bajo dos conceptos (lo cual define su condición de “equinumericos”), y en este sentido, remite a las operaciones de la cardinalidad establecidas por Cantor. Bertrand Russell retoma la esencia del procedimiento de Frege. Sofisticando la definición para esquivar las paradojas de la teoría de conjuntos, considera al número como una propiedad de “clases”, entidad lógica fundamental. Russell presenta su definición, siguiendo a Peano: “Matemáticamente, un número no es sino una clase de clases similares: esta definición permite la deducción de todas las propiedades usuales de los números, sean finitos o infinitos, y es la única (hasta donde sé) que es posible en términos de los conceptos fundamentales de la lógica general”.¹⁵ Por “similaridad” entre clases, Russell entiende una relación “reflexiva, simétrica y transitiva”¹⁶ (que supone entre otras cosas la operación de correspondencia biunívoca). La escuela de Frege y Russell, entonces, retoma la característica fundamental de la construcción cardinal de Cantor, bajo la óptica de la lógica de predicados. A las críticas de Deleuze al concepto como compuesto de extensión y comprensión, central en la tradición logicista, debe añadirse ahora la crítica a la preponderancia del número cardinal, que esta corriente defiende. La concepción del número a partir de las propiedades de homogeneidad y equivalencia descansa, al igual que todo el aparato conceptual logicista (y, previo a este, el cartesiano), sobre la dualidad del concepto representativo y la distinción numérica entre individuos cualificados empíricamente dados.

Desde una perspectiva muy distinta, el psicologismo de Brunshvicg presenta una tesis interesante acerca de la distinción entre ordinal y cardinal, que es también relevante para comprender lo que Deleuze critica. Según lo expuesto en *Les étapes de la philosophie mathématique*, no

¹⁵ Russell, Bertrand, *The Principles of Mathematics*, Londres, Routledge, 2010, p. 116.

¹⁶ *Ibid.*, p. 114.

habría un tipo numérico más originario, puesto que ambos tipos son igualmente derivados de la actividad espiritual que los produce. De acuerdo con Brunschvicg, no hay número puramente ordinal ni puramente cardinal, sino solo la actividad de agregar o desagregar unidades. Ordinal y cardinal son inseparables: es lo mismo “la serie de los actos sucesivos por los cuales el espíritu recorre cada uno de los elementos, y la síntesis que ensambla estos actos diversos en la unidad de un objeto intelectual”.¹⁷ Así, los números son solo agregación de unidades homogéneas unificadas en una unidad superior, igualmente homogénea; la diferencia está exclusivamente en el espíritu que actúa *poniendo* los números en actos sucesivos:

El orden de la enumeración es entonces indiferente, es decir que cada una de las operaciones sucesivas por las cuales la colección 5 ha sido formada deja de ser una operación cualitativamente distinta de aquella que la precede y de aquella que la sigue. Se obtiene así una ecuación de la forma siguiente: *primero* = *segundo* = *tercero* = *cuarto* = *quinto*; y en una ecuación tal está implicada la noción que aparece al final del desarrollo del pensamiento aritmético, la noción de *unidad*. Cada unidad es puesta como idéntica a otra unidad, es decir que el espíritu no se detiene en ninguna diferenciación específica [...]; de ahí la consecuencia de que no hay nada que distinga desde el interior una unidad de otra unidad: será solamente el *segundo* o el *tercer* acto el que pone el objeto *dos* o *tres*; de ahí la homogeneidad absoluta de las unidades numéricas, de la cual derivan las diversas propiedades del cálculo numérico.¹⁸

Se entiende a partir de esto que no hay ninguna diferencia *esencial* o *intrínseca* entre “segundo” y “tercero”, o entre “dos” y “tres”, sino solo diferencia interna en el espíritu que pone sucesivamente esos términos. La distancia entre “primero” y “segundo”, “segundo” y “tercero”, “tercero” y “cuarto”, etc., sería en sí misma entonces una unidad

¹⁷ Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, op. cit., p. 479.

¹⁸ *Ibíd.*, pp. 479-480.

homogénea, solo distinguible desde el punto de vista del acto espiritual que pone una después de la otra. Brunschvicg señala entonces que lo ordinal y lo cardinal es una falsa dicotomía, una dualidad irreductible en la que tropieza la teoría del número, análoga a “la alternativa insoluble de la comprensión y la extensión” en la teoría del concepto. Ahora bien, la preponderancia que Deleuze otorga al ordinal va más allá de sostener una dicotomía; no se trata de establecer una primacía entre dos *tipos* de conjuntos, sino entre la *actividad* sintética de enumeración que permite realizar la *construcción* de un conjunto (ordinal), y la síntesis ya realizada, que da como resultado el otro (cardinal).

Siguiendo esta postura, la numeración ordinal es, como quería Brunschvicg, inseparable de la actividad que la produce, y en ese sentido goza una primacía en relación al cardinal. Pero, justamente por eso, la distancia entre “primero” y “segundo”, “segundo” y “tercero”, “tercero” y “cuarto”, etc., no puede en ningún caso ser homogénea, puesto que esto supondría una primacía de lo cardinal: adición sucesiva de unidades homogéneas (cardinales). La construcción ordinal debe suponer distancias *irreductibles* entre sus términos si la ordenación ha de tener sentido: la distancia entre “primero” y “segundo” no puede ser la misma que entre “segundo” y “tercero”, pues si lo fuera, debería presuponerse a la unidad como *dato* originario. La unidad homogénea no precede a la ordenación, sino que resulta de la cardinalización de las diferencias entre sus diferentes términos.

Existe un vínculo profundo entre ordenación, diferencia y distancia. Una ordenación, debe remitir a distancias heterogéneas. La objeción de Brunschvicg, pretendiendo negarle relevancia a la distinción ordinal-cardinal, acaba poniendo subrepticamente a la unidad cardinal en el origen. Deleuze reacciona precisamente contra esto cuando escribe:

La construcción ordinal no implica una unidad que se supone idéntica, sino solamente, lo veremos, una noción irreductible de la distancia —distancias implicadas en la profundidad de un

spatium intensivo (diferencias ordenadas). La unidad idéntica no es supuesta por la ordenación, al contrario, ella pertenece al número cardinal, y supone en el número cardinal una igualdad extensiva, una equivalencia relativa de los términos exteriorizados. Por lo tanto, hay que evitar creer que el número cardinal resulte analíticamente del ordinal, o de cada último término de una serie ordinal finita (la objeción precedente estaría entonces bien fundada). De hecho, el ordinal no deviene cardinal sino por extensión, en tanto que las distancias envueltas en el *spatium* se explican o desarrollan, y se igualan en una extensión que el número natural instaura. Tanto como decir que el concepto de número es, desde el origen, sintético.¹⁹

Si el número irracional suponía una diferencia irreductible propia del campo de los racionales, y a su vez el racional una del campo de los naturales, estos últimos, a su vez, suponen una diferencia originaria que va más allá de lo numérico. El número natural es el resultado de la explicación de distancias envueltas en la intensidad de una ordinalidad numerante. No se trata tanto de afirmar la primacía del número ordinal como la *primacía de la ordenación sobre el concepto de número, y la primacía de la diferencia sobre la ordenación* (de haber equivalencia, similaridad o simetría en lo ordenado, no habría un criterio *real* de ordenación). El número remite a un sistema extensivo que explica esa diferencia, y nos aleja entonces de su matriz intensiva —la tradición logicista y la psicologista se basan en una ilusión “bien fundada”, pues la diferencia tiende *de hecho* a eliminarse en el sistema que la explica. Pero la actividad de ordenación solo puede hacerse en una profundidad intensiva que envuelve distancias heterogéneas, y que es razón de su síntesis específica.

No hay numeración posible sin explicación de la diferencia, y no hay explicación de la diferencia sin creación de un sistema en el cual ella aparece anulada. El conjunto de los números ordinales *supone* un

¹⁹ DR, p. 300 [348-349].

orden de distancias intensivas en sí mismas incuantificables. Por eso, hay que concluir que la *cantidad* intensiva es puesta por encima de toda determinación cuantitativa empírico-conceptual, a la vez que toda cantidad empírico-conceptual supone (implica) a la cantidad intensiva: ella es la cualidad de la cantidad, y no hay propiamente cantidad a-cualitativa. Es una realidad metafísica (el *spatium*, como profundidad intensiva cargada de distancias heterogéneas), antes que lógica, espiritual o psicológica, la que funda el número.²⁰

El primer carácter de la intensidad nos condujo de la cuestión de lo “desigual en sí” a la noción de ordenación, en tanto implicación de *distancias* como diferencias ordenadas. Estas distancias *crean*, por explicación, diferentes sistemas de numeración que comprenden, por implicación, la irreductible diferencia de las distancias que los producen. Pero no avanzamos todavía en la determinación del concepto de distancia, ni en la profundidad del *spatium* que la envuelve.

V.II.- Segundo carácter: afirmación de la diferencia e intuicionismo matemático (o la distancia y la línea recta)

El segundo carácter de la intensidad, según Deleuze, deriva del primero: comprender la diferencia nos lleva a *afirmar* la diferencia, rechazando cualquier forma de negatividad en la naturaleza y los procesos propios de la diferencia de intensidad. Pero, ¿qué significa “afirmar la diferencia”? “Curie indicaba que era cómodo, pero enojoso, hablar de disimetría en términos negativos, como de una ausencia de simetría, sin crear las palabras

²⁰ La “neutralización” de la diferencia propia de la cantidad intensiva remite a una serie de operaciones que desnaturalizan el origen heterogéneo de lo homogéneo. Para ilustrar estas operaciones, Deleuze cita el ejemplo del demiurgo platónico en el *Timeo*, el cual, en su creación del mundo, realiza una combinación entre lo divisible y lo indivisible, sin lograr realmente *anular* este último (cf. DR, pp. 300-301 [349-350]).

positivas para designar la infinidad de operaciones de no-recubrimiento”.²¹ Pareciera que *afirmar* la diferencia supone en principio *crear* el vocabulario y los procedimientos, específicos de cada dominio, tendientes a mostrar la *diferencia productiva* que él encubre (y que, de acuerdo con lo anterior, se da incluso en las construcciones matemáticas más básicas). De ahí el ejemplo de Curie: como vimos, las operaciones de recubrimiento sobre el grupo de simetría de un espacio determinan un conjunto de transformaciones tras las cuales este permanece invariable, pero las infinitas transformaciones que no formaban parte de este grupo eran catalogadas simplemente como *no-simetrías* (simples estados intermedios a atravesar para llegar nuevamente a lo invariable o equivalente). Y, sin embargo, era precisamente la disimetría de un sistema físico la que permitía dar una definición positiva para la razón suficiente de sus transformaciones. Afirmar la diferencia tendría que ver entonces con la búsqueda de modos positivos de definir aquello que *produce* un fenómeno o un dominio de racionalidad (como un *tipo* numérico), pero se encuentra anulado en él (el *efecto* de la disimetría era una tendencia a la simetría).

Esto ocurre también con la desigualdad: comprenderla como una mera *falta* ignora su carácter positivo y productivo. Los ejemplos matemáticos que Deleuze enumera luego de la referencia a Curie hacen eco del primer carácter de la intensidad:

Lo mismo para la desigualdad: es por desigualdades que se descubre la fórmula positiva del número irracional (para p y q enteros, $(p - q\sqrt{2})^2$ superará siempre un cierto valor). Es también por desigualdades que se prueba positivamente la convergencia de una serie (la función mayorante).²²

La génesis del *tipo* fracción a partir del entero no se explica por la ausencia de igualdad, sino *la presencia de un cierto tipo de desigualdad*, al

²¹ DR, p. 301 [350].

²² DR, p. 301 [350].

igual que en la construcción ordinal, donde lo que permite la ordenación no es la mera ausencia de igualdad ($\neq$), sino una desigualdad positiva ($<$), vinculante, que arma cadenas o series de elementos ordenados. Este carácter positivo de la desigualdad en la ordenación da sentido a los ejemplos mencionados por Deleuze. El primero remite a la prueba de irracionalidad del número $\sqrt{2}$. La prueba tradicional de esto es por reducción al absurdo: suponer que existe una fracción (razón de números enteros p y q) tal que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ y, a partir de esta suposición, llegar a una contradicción. De este modo, y como ocurre con todas las demostraciones por el absurdo, un carácter positivo (la irracionalidad de $\sqrt{2}$) se infiere de un carácter negativo (su “no ser” igual a una fracción). Distinto es el caso de la fórmula de la “demostración positiva” planteada por Deleuze: al operar sobre $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ podemos llegar a la fórmula $p - q\sqrt{2} = 0$. A partir de ella, y considerando a p y a q enteros positivos, podemos llegar a que $(p - q\sqrt{2})^2 > \varepsilon$, donde ε es “un cierto valor” que la fórmula (elevada al cuadrado, lo cual anula la posibilidad de un resultado negativo) siempre supera. La operación $(p - q\sqrt{2})^2$ es entonces puesta en relación *ordinal* con un valor determinado, y dado que la sucesión decreciente de enteros positivos que pueden tomar los valores p y q no es indefinida, sino que tiene un mínimo absoluto (1, o bien 0), dicha relación ordinal encuentra un límite. Es una razón positiva, y no la mera negación de un absurdo, lo que prueba la proposición: “ $\sqrt{2}$ es irracional”.

El siguiente ejemplo presentado por Deleuze en el pasaje previamente citado es el de la “función mayorante”, procedimiento para probar la convergencia o divergencia de una serie por medio de desigualdades (más conocido como criterio de comparación directa, o de Gauss). Dada una sucesión a_n , queremos saber si la sumatoria de sus términos ($\sum a_n$) tiende a un límite o no. Para eso se necesita disponer de otra sucesión b_n , cuya sumatoria ($\sum b_n$) debe sernos conocida de antemano (en su convergencia o divergencia). A partir de allí, y bajo la condición de que $0 < a_n \leq b_n$, si $\sum b_n$ converge, también lo hará $\sum a_n$ (y a la inversa, si diverge, también lo hará $\sum a_n$). Lo importante del ejemplo, nuevamente, es la condición $0 < a_n \leq b_n$, que impone una *desigualdad determinante*

en el proceso de demostración, e indica *algo* más que una mera ausencia de igualdad.

Ambos ejemplos remiten a una escuela de pensamiento matemático que Deleuze trae a colación inmediatamente a continuación: el intuicionismo sin negación.²³ Esta corriente, desarrollada por Georg François Cornelius Griss (Ámsterdam, 1898-1953), toma lugar en el marco de la escuela intuicionista fundada por el matemático Luitzen E. J. Brouwer (Ámsterdam, 1881-1966). Debemos decir unas palabras sobre esta escuela para contextualizar sus desarrollos en torno a la noción de *distancia*, que Deleuze retoma.

Brouwer tomó parte en la disputa filosófica en torno a los fundamentos de la matemática, que atravesó el siglo XX. Su postura se basa en afirmar la *primacía de la intuición*, en particular contra el logicismo de Frege y Russell que rechazaban toda aproximación intuitiva y constructiva, para privilegiar el aspecto lógico-formal de la matemática. A diferencia de Frege y Russell, Brouwer fue un destacado matemático de profesión: realizó importantes avances en topología algebraica y análisis complejo. Fue también un aficionado a la filosofía y sus lecturas de Kant, Schopenhauer y el romanticismo alemán fueron determinantes para la elaboración de su filosofía matemática.²⁴

Brouwer concibió siempre a las matemáticas como el producto de una actividad pre-discursiva, inmediata y auto-evidente, del sujeto que las construye en su intuición. Contra el logicismo, afirma la subordinación de la lógica a la intuición, en tanto esta no necesita de un metalenguaje que la fundamente o la articule. Contra el formalismo de Hilbert (escuela con la que Brouwer fue menos confrontativo), afirma la primacía del *contenido*: ningún sistema ni objeto matemático es concebible si no puede

²³ Cf. DR, p. 301 [350] y la extensa nota al pie de p. 302 [350-351].

²⁴ Para una semblanza de este verdadero “intelectual integral”, cf. la introducción de van Dalen, Dirck, L. E. J. Brouwer. *Topologist, intuitionist, philosopher. How mathematics is rooted in life*, Londres, Springer, 2013.

construirse *positivamente* en la intuición, y esta construcción es previa al lenguaje formal que se crea secundariamente para sistematizarla. Los sistemas axiomáticos son esqueletos vacíos de contenido si su objeto no está sostenido por una construcción intuitiva. Esta convicción será la base de todo su trabajo matemático, así como el objeto de las críticas de sus contrincantes. Ya desde el comienzo de su disertación doctoral de 1907 Brouwer afirma este enraizamiento de las matemáticas en la actividad viviente del sujeto productor, a través de su teoría de la Intuición Originaria o *Ur-intuition*. Allí describe la “intuición básica” de todas las matemáticas como “el substrato, despojado de cualquier cualidad, de toda percepción de cambio; una unidad de lo continuo y lo discreto, una posibilidad de pensar conjuntamente varias entidades, conectadas por un «entre» que nunca se agota por la inserción de nuevas entidades”.²⁵

Este *entre* que permite añadir y conectar sucesivos términos se identifica con la intuición pura del tiempo como fenómeno originario, “que posibilita la iteración, como «una cosa en el tiempo, y luego otra»”.²⁶ Esta intuición es la base de la construcción los números naturales, y luego, de sistemas matemáticos de creciente complejidad; en particular, la repetición de la actividad de esta intuición nos permite construir el primer ordinal infinito, ω (el infinito tendrá para el intuicionismo un carácter *potencial*, no *actual*, pues no hay intuición positiva de la infinitud). Brouwer describirá a la intuición originaria como la vivencia de la “díada” (*two-ity*), que unifica lo continuo y lo discreto:

los sistemas matemáticos [...] se construyen desde la intuición originaria de la díada. Las intuiciones de lo continuo y lo discreto se unen en ella, en tanto una segunda cosa es pensada no por sí misma, sino bajo la recolección y preservación de la primera. La primera y la segunda se mantienen así juntas, y la intuición del

²⁵ Brouwer, L. E. J., “On the foundations of mathematics”, en Heyting, Arendt (ed.), *L. E. J. Brouwer selected works*, Vol. 1, Ámsterdam, North Holland Publishing Company, 1975, p. 17.

²⁶ Citado por van Dalen, Dirck, “Another view on Brouwer dissertation”, en van Dalen *et al.*, *One Hundred Years of Intuitionism. The Cerisy Conference*, Berlin, Birkhäuser, 2008, p. 7.

continuo consiste en este mantener juntas. [...] Esta intuición de la díada, intuición fundante de la matemática, crea no solo los números uno y dos, sino todos los números ordinales finitos, en tanto cada elemento de la díada puede pensarse como una nueva díada, proceso que puede repetirse indefinidamente; esto genera el infinito ordinal más pequeño ω .²⁷

Esta postura sostiene entonces la primacía del número ordinal, que analizamos en la sección anterior. Si bien sus aspectos subjetivos o cuasi-fenomenológicos chocan con muchas de las tesis deleuzianas, existen sin embargo afinidades profundas. Brouwer enfatiza el carácter constructivo del conjunto numérico, y lo remite a una instancia originaria pre-matemática que supone una vivencia *diferenciante*, a la vez una y doble. La repetición de esta diferencia en la intuición engendra el objeto más básico de la matemática (los números naturales).

Pero volvamos al intuicionismo *sin negación*, que sirve a Deleuze para caracterizar el aspecto *afirmador* de la intensidad. Las dos demostraciones matemáticas que presentamos más arriba hacían uso de desigualdades, antes que del *reductio ad absurdum*, como vía para demostrar propiedades. De la exigencia de la constructibilidad intuitiva de los objetos matemáticos, se sigue la importancia de *mostrar positivamente* los teoremas. En palabras de Arendt Heyting (principal discípulo de Brouwer): “los conceptos negativos son para nosotros aún menos importantes que en matemática clásica; siempre que es posible, los reemplazamos por conceptos positivos”.²⁸ Ya Brouwer había impugnado el uso del principio del tercero excluido en las demostraciones matemáticas, bajo la idea de que la existencia de un objeto matemático no queda demostrada por la negación de su opuesto. El intuicionista Georg Griss

²⁷ *Ibíd.*, pp. 8-10. También Brunschvicg da una preponderancia al número 2 en la génesis psicológica del concepto de número (cf. Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, op. cit., pp. 472-473).

²⁸ Heyting, Arendt, *Intuitionism. An introduction*, Ámsterdam, North Holland Publishing Company, 1956, p. 19.

va más lejos, al rechazar también el principio de no-contradicción, que reposa en la postulación de suposiciones e hipótesis de las cuales no se sabe de antemano si son construibles o no. En sus palabras:

[L]a existencia de una prueba es idéntica al hecho de que esta ha sido dada. La supresión del razonamiento por negación implica entonces que no pueden hacerse suposiciones a menos que se conozcan sistemas matemáticos que satisfagan esas suposiciones [...]. A las matemáticas intuicionistas sin negación pertenecen exclusivamente construcciones y propiedades derivadas de esas construcciones.²⁹

Rechazar la reducción al absurdo, recurso demostrativo a partir del cual la matemática encontró una expansión y una unificación sin precedentes, es sin duda una empresa osada, y representa una pérdida respecto al poder demostrativo y productivo de “verdades” matemáticas de la visión lógico-formal. Desde un intuicionismo riguroso, no hay tal pérdida, pues los teoremas que descansan sobre ese tipo de demostraciones son ininteligibles. Pero desde el punto de vista de la técnica científica, más preocupada por los avances y los resultados que por los fundamentos, este intuicionismo es poco más que una extravagancia.

En su conferencia “Sur le négation” (1948), referida por Deleuze, Griss da una serie de ejemplos simples de su concepción matemática. Uno de ellos concierne al concepto de paralelismo. Podemos definir dos rectas en un plano como paralelas por la negativa, a saber, si ellas *no tienen ningún punto en común*. Frente a esta definición, Griss propone una afirmativa: “dos rectas son paralelas si todo punto de una *difiere* de cada punto de la otra”.³⁰ Inmediatamente, Griss se adelanta a una posible objeción: *la noción de diferencia de ningún modo supone la de negación*. “Desde que se introduce, luego del número 1, el número 2 en la matemática, la noción de

²⁹ Griss, Georg F. C., “Sur la négation (dans les mathématiques et la logique)” en *Synthese*, Vol. 7, No. 1/2, Ámsterdam, 1948-1949, pp. 71-72.

³⁰ Griss, Georg F. C., “Sur la négation (dans les mathématiques et la logique)”, *op. cit.*, p. 72.

diferencia o discernibilidad se impone [...]. Esta noción es para el intuicionismo sin negación tan fundamental y evidente como la noción de identidad”.³¹ Existe así una concepción positiva de la diferencia o discernibilidad, fundada en la intuición originaria. “ $1 \neq 2$ ” no significa “1 *no es* 2”, puesto que el modo por el cual aprehendemos esta desigualdad remite a la construcción positiva y diferenciada por la cual hemos producido esos números.

Otro ejemplo de Griss es precisamente una crítica a la demostración por el absurdo de que el número $\sqrt{2}$ es irracional, pues no da un criterio positivo de construcción de ese tipo numérico.³² Esto es particularmente importante porque va al problema de la definición intuicionista de *distancia* como *diferencia positiva*, que se plasma en la construcción intuicionista de números irracionales. La construcción de irracionales presenta sin duda un problema a la postura intuicionista: *¿cómo construir en la intuición un número con infinitos decimales aperiódicos?* La respuesta está dada por un aparato matemático complejo, al que Deleuze refiere esquivamente a través de la noción de *distancia*, cuando escribe:

La empresa tan importante de una matemática sin negación no se funda evidentemente sobre la identidad, que determina por el contrario lo negativo en el tercero excluido y la no contradicción. Ella reposa axiomáticamente sobre una definición afirmativa de la desigualdad ($\neq$) para dos números naturales, y, para otros casos, sobre una definición positiva de la *distancia* ($\#$), que pone

³¹ *Ibid.*, p. 73. Nicole Dequoy, una discípula de Griss (citada también por Deleuze en DR, p. 302 [351]), se explaya un poco más sobre este ejemplo y sus consecuencias para la teoría de la demostración: “Las nociones fundamentales serán las de «identidad» y «discernibilidad» o «diferencia positiva». Si, habiendo creado 1, se crea 2, se debe tener por evidente que 1 es idéntico a sí mismo y discernible de 2, lo cual no hace intervenir la negación. [...] Puesto que solo son aceptables las suposiciones realizables será preciso en un razonamiento verificar que los dos miembros de una disyunción den suposiciones realizables. En ciertos casos será evidente que una suposición no puede ser hecha: en efecto, cada demostración está dada por el resultado a obtener; si uno quiere demostrar « $a = b$ » no se podrá suponer en el razonamiento « a diferente de b » porque siendo estas relaciones distintas entre los elementos a y b , los razonamientos estrictamente positivos no permitirán demostrar una a partir de la otra” (Dequoy, Nicole, *Axiomatique intuitionniste sans négation dans la géométrie projective*, París, Gauthier-Villars, 1955, p. 9).

³² Cf. Griss, Georg F. C., “Sur la négation (dans les mathématiques et la logique)”, *op. cit.*, p. 73.

en juego tres términos en una sucesión infinita de relaciones afirmativas. Basta considerar la diferencia formal entre las dos proposiciones siguientes: «si $a \neq b$ es imposible, se tiene $a = b$ » y «si a está *distante* de todo número c que está distante de b , se tiene $a = b$ » – para presentir la potencia lógica de una afirmación de las distancias en el elemento puro de la diferencia positiva.³³

Venimos de ver el tratamiento de Griss sobre la diferencia entre números naturales ($\neq$) en términos de “diferencia positiva” o discernibilidad. Esta relación remite a los elementos del conjunto de los naturales, que son *discretos*. Ahora bien, como señala Heyting, “para el *continuo*, se tiene otra relación: « a es positivamente diferente de b » o « a está alejado de b » ($a \# b$). Esto se satisface cuando, en la secuencia de intervalos que definen a y b , se conocen dos intervalos exteriores uno a otro”.³⁴ La relación de *distancia*, entonces, se asocia al problema matemático de la generación del continuo (problema cuyo abordaje por la escuela estructuralista alemana desarrollamos en nuestro primer capítulo). La continuidad tenía que ver con la construcción del conjunto numérico proyectable sobre la recta, tal que a cada punto del conjunto (de los números reales) corresponda un y solo un punto de la recta. Como dijimos, el intuicionismo debe plantear una definición positiva de la *construcción* de un número irracional. A partir de esta definición se desprenderá la relación de distancia como exterioridad “en la secuencia de intervalos que definen a y b ”, de la que habla Heyting. La definición de número irracional es para el intuicionismo inseparable de la relación de distancia: “un número real es positivamente irracional cuando está *distanciado* de todo número racional. Brouwer demostró que cada número algebraico es ya racional, ya positivamente irracional”.³⁵

³³ DR, pp. 301-302 [350].

³⁴ Heyting, Arendt, *Les fondements mathématiques. Intuitionnisme. Théorie de la démonstration*, París, Gauthier-Villars, 1955, p. 24, las cursivas en “continuo” son nuestras; cf. también Heyting, Arendt, *Intuitionism: an introduction*, op. cit., p. 19.

³⁵ Heyting, Arendt, *Les fondements mathématiques. Intuitionnisme. Théorie de la démonstration*, op. cit., p. 27.

Antes que de números irracionales, el intuicionismo hablará de *generadores* de irracionales. En este sentido, un irracional no es nunca un número *dado*, existente completamente en acto en la intuición (la infinidad de sus decimales aperiódicos lo impide), sino un *proceso de generación* numérica. Un proceso de generación se define por una *secuencia electiva*, esto es, una ley de generación que indica las elecciones sucesivas de los dígitos que forman la expansión decimal de un irracional. Estas leyes de generación pueden ser más o menos estrictas. Una ley estricta es por ejemplo la impuesta por el “generador” $\sqrt{2}$, que nos constriñe a elegir los sucesivos términos de su expansión decimal de acuerdo a un criterio exacto. Este criterio podría formularse del siguiente modo: “cada nuevo dígito de la secuencia debe ser seleccionado de modo tal que el cuadrado del número obtenido se aproxime lo más posible a 2, sin superarlo”. Así, la secuencia se abre con 1, ..., sigue con 1, 4... (si siguiéramos con 1, 5..., su cuadrado superaría el límite 2), luego con 1,41... (de elegir 1,42... nuevamente el cuadrado superaría el límite), y así, al infinito ($\sqrt{2} = 1,41421356...$).

Pero una ley de generación puede proponer criterios menos estrictos. Supongamos un número irracional b cuya ley de generación sea: “ser mayor que $\sqrt{2}$ pero menor que $\sqrt{3}$ ”, o bien $\sqrt{2} < b < \sqrt{3}$. Hay infinitos números irracionales que satisfacen esta condición. En ese sentido, b es simultáneamente infinitos números posibles, en tanto equivale a infinitas secuencias electivas posibles. El número b , de hecho, puede coincidir durante una extensa secuencia decimal con el número $\sqrt{2}$. Basta que en algún dígito de la secuencia arbitrariamente elegido, por ejemplo en la posición n° 135 después de la coma, el dígito correspondiente a b sea mayor que el de $\sqrt{2}$. Esto significa que, en sus respectivas expansiones decimales, el número b y $\sqrt{2}$ coinciden ($b = \sqrt{2}$) hasta el 135^{to} dígito después de la coma, donde ellos se separan —se distancian: $\sqrt{2} \neq b$.

Una definición más técnica puede encontrarse en la *Introducción al intuicionismo* de Heyting:

para los generadores de números reales a y b , a está alejado de b , $a \# b$, significa que puede encontrarse un [número natural] n y un [número natural] k tales que $|a_{n+p} - b_{n+p}| < 1/k$ para todo p . [...] $a \# b$ implica $a \neq b$, pero la aserción converso no es correcta. [...] $a \# b$ es una condición más fuerte que $a \neq b$, porque la primera exige la indicación actual de los números n y k , mientras que la segunda se contenta con una mera prueba de imposibilidad”³⁶

Vemos cómo influye, en la noción de distancia, el criterio intuicionista de privilegiar una demostración que implique el anclaje en términos actuales, construidos en la intuición (en este caso, los naturales n y k). En el caso de la construcción real, la expresión $a \# b$ implica que son desiguales, pero la inversa no es cierta, pues la desigualdad (según Heyting) puede probarse solamente a través de la suposición de imposibilidad de igualdad (cosa con la que Griss, como vimos, no estaría de acuerdo). La desigualdad es una noción más básica que la distancia (como los naturales respecto a los reales), pero esto no significa que sea más originaria o fundamental. Como sucedía con las magnitudes escalares y vectoriales, el paso de la desigualdad a la distancia supone, por un lado, una construcción de mayor complejidad que *envuelve* operaciones o nociones más básicas, pero, por otro lado, supone un nivel más originario —entendiendo por esto más complejo y productivo—, en tanto ese envolvimiento es el testimonio de la presencia de un mayor grado de diferencia (en sentido intensivo).

Este procedimiento puede graficarse en una recta, para volver más aprehensible la afirmación de Heyting sobre la distancia como *exterioridad* en la secuencia de *intervalos* que definen los dos números. Podemos pensar el número irracional como un punto en la recta, pero puesto que su expansión decimal está en permanente construcción, ese punto no está efectivamente

³⁶ Heyting, Arendt, *Intuitionism: an introduction*, op. cit., p. 19.

dato sino progresivamente “rodeado”, “cercado” por una sucesión de intervalos, contenidos (“anidados”) los unos dentro de los otros, de modo que se acerquen indefinidamente al punto. La ilustración 23 muestra las elecciones en la expansión decimal del número: cada nuevo dígito que agregamos a la secuencia decimal localiza con mayor proximidad la ubicación del punto correspondiente a ese número. Es decir que cada nuevo dígito *acota el espacio de la recta en el que el punto se sitúa*, representa un salto a un intervalo *más pequeño* en la recta. La generación de un número real por medio del agregado de dígitos en su expansión decimal equivale a la determinación gradual de un punto en la recta por un *anidamiento sucesivo, sin término actual, de intervalos incluidos unos en los otros*. Definir al número, o al punto, como una secuencia en proceso de determinación permanente, implica que ni uno ni otro están efectivamente dados, sino en un proceso progresivo de construcción que el matemático puede en principio llevar tan lejos como desee.

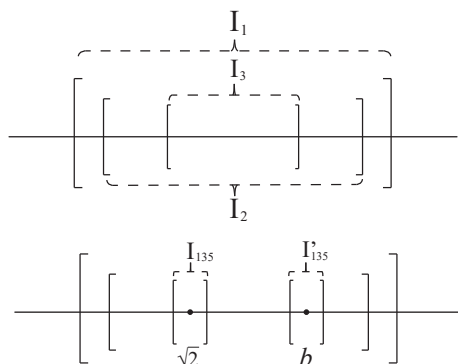


Ilustración 23: Intervalos sucesivamente encajonados (I_1 , I_2 , I_3) en la recta, que representan la expansión decimal de los números b y $\sqrt{2}$. En la elección n° 135 (abajo), las secuencias se separan, dando lugar a dos números reales positivamente diferentes. La exterioridad de los intervalos I_{135} e I'_{135} es la relación de distancia $b \neq \sqrt{2}$

La distancia es entonces una relación de separación entre segmentos o entre secuencias en proceso de construcción. A diferencia de la teoría estática y estructural de Dedekind, que afirmaba

la *identidad* del número irracional a dos series convergentes de fracciones, el intuicionismo afirma el carácter dinámico de la construcción numérica, y la identidad positiva de cada número está sujeta al momento en que se detiene su construcción. El irracional sigue siendo definido por racionales, pero no ya como límite de una serie infinita sino como proceso de construcción de segmentos localizados por racionales (que marcan los límites de los intervalos sucesivos I_1, I_2, I_3 , etc.). En tanto que los intervalos anidados decrecientes no presenten exterioridad recíproca, se posee el mismo número, y se define su identidad por referencia a su distancia con un tercer elemento positivamente asignado o construido.

De ahí el axioma intuicionista que Deleuze citaba: “si a está distante de todo número c que está distante de b , se tiene $a = b$ ”.³⁷ Podemos, retomando nuestro ejemplo, reformularlo como: “si $\sqrt{2}$ está distante de $\sqrt{3}$, que está igualmente distante de b , se tiene $\sqrt{2} = b$ ”; afirmación que vale para el estado de generación de dichos números previa a la elección n° 135. La identidad queda, según este principio, subordinada al proceso de generación; ella se da *entre* intervalos, y se define a partir del espesor positivo que separa uno de otros. Es preciso remitir a un tercero para afirmar la identidad o diferencia entre dos elementos (como Platón sugería, en el epígrafe de nuestro capítulo anterior). En este sentido, la identidad no se prueba por lo absurdo de la suposición contraria, sino por la detención del proceso de construcción relativa a un elemento supuestamente fijo. Los intuicionistas recurren a menudo al siguiente ejemplo:

[S]e puede en efecto considerar dos números reales para los cuales no se sabe si la igualdad es verdadera ni si es imposible; sean π y el número p construido de la manera siguiente: su parte entera es igual a 3 y cada uno de sus decimales es respectivamente igual al decimal correspondiente del desarrollo decimal de π en tanto que en este desarrollo no se presente la secuencia

³⁷ Puede encontrarse en Dequoy, Nicole, *op. cit.*, p. 10.

0123456789. Si esta secuencia se presenta, a partir de la cifra de p correspondiente al 0 no se tomarán más que 0s. El estado actual de los conocimientos no permite asegurar si estos dos números son iguales o si su igualdad es absurda, es decir si la suposición de su desigualdad encierra una contradicción.³⁸

Puesto que no se conoce en su completitud el desarrollo decimal de π , no puede decirse que sea diferente al número p . Esto queda supeditado a que se descubra la secuencia 0123456789 en algún punto de la expansión decimal de π , lo cual no ha ocurrido hasta ahora. Puesto que los números reales quedan así definidos como procesos en construcción, no puede afirmarse que la línea se componga de puntos, sino de intervalos mutuamente relacionados (anidados o solapados), que *tienden* a puntos. En la recta *real*, lo continuo es la realidad originaria con respecto a lo discreto; la progresiva inmersión en el continuo es lo que permite definir con mayor precisión los elementos discretos (puntos).

El continuo intuicionista se define a través de las dos relaciones de *anidamiento* o inclusión recíproca e indefinida de intervalos, y de *distancia* entre intervalos (que separa dos secuencias). Así se afirma a la vez el carácter procesual de la construcción numérica, y el carácter *ordenado* de los elementos en la construcción. En este sentido, la continuidad es esencialmente *ordinal*, pues la distancia implica la construcción de intervalos a partir de sus relaciones de mayor o menor con otros. Asimismo, ella expresa números irracionales a partir de una separación positiva entre secuencias heterogéneas, cada una correspondiente a un anidamiento progresivo de intervalos cada vez menores (el punto irracional como límite de la secuencia). La distancia intuicionista *afirma* la diferencia como *separación positiva* que permite construir el orden de la secuencia numérica.

³⁸ *Ibid.*, p. 6. Puede encontrarse también, por ejemplo, en Heyting, Arendt, *Intuitionism: an introduction*, op. cit., p. 16; en Heyting, Arendt, *Les fondements mathématiques. Intuitionnisme. Théorie de la démonstration*, op. cit., p. 26. En su artículo sobre Deleuze y el intuicionismo, Aden Evens explica este mismo ejemplo y muestra la relevancia de esta construcción numérica para el deleuzismo (cf. Evens, Adens, "The Surd", en Duffy, Simon, *Virtual Mathematics*, op. cit., pp. 214-216).

Esto tiene otra consecuencia importante para la interpretación de la ontología deleuziana. Si consideramos que el punto irracional es una *singularidad* en la línea, la relación de anidamiento entre intervalos *envuelve* en cada caso una singularidad a la que se aproxima con indefinida precisión. Una singularidad era definida, desde el punto de vista virtual, como punto de articulación de series de puntos ordinarios. Nuevamente, el paisaje de la línea recta se anima: siguiendo la postura intuicionista, la línea no se compone de puntos, sino de otras líneas, o más precisamente, de intervalos anidados o solapados, como grados de dilatación o contracción en torno a puntos irracionales. Se trata de segmentos viscosos (móviles) intersectados. Técnicamente, estos intervalos son llamados *subconjuntos abiertos*, porque sus puntos límite, o de frontera, no están incluidos en el conjunto definido por ellos (volveremos a la noción de “abierto” en el capítulo siguiente).

En términos del intuicionista Giovanni Sambin: “Los puntos son el límite, por así decir, de todas sus aproximaciones dadas por subconjuntos abiertos. Así, los subconjuntos abiertos son *reales*, mientras que los puntos son entidades *ideales*”.³⁹ Podemos reemplazar aquí “reales” por “actuales”, e “ideales” por “virtuales”, para adaptarlas a nuestro vocabulario. Así, *las distancias separan intervalos o subconjuntos actuales que rodean puntos virtuales, o singularidades. Cada singularidad articula—en este caso, como centro— una secuencia de intervalos anidados (compuestos de puntos ordinarios), mientras que las distancias comunican singularidades, es decir, secuencias anidadas de intervalos envolventes de singularidades*. Así, las distancias (intensivas) comunican las singularidades (virtuales), a la vez que cada distancia está estructurada por una singularidad. Puede ocurrir que dos secuencias de intervalos coincidan hasta cierto punto de la progresión, y luego se bifurquen: a partir de entonces, se abren dos secuencias,

³⁹ Sambin, Giovanni, “Two applications of dynamic constructivism: Brouwer’s continuity principle and choice sequences in formal topology”, en van Dalen, Dirk, et al., *One Hundred Years of Intuitionism, The Cersisy Conference*, Berlín, Birkhäuser, 2008, pp. 306-307; cursivas nuestras.

cada una rodeando una singularidad diferente, develando singularidades previamente indiscernibles. Es preciso que se establezca una *distancia* entre los intervalos de puntos regulares para que pueda darse una *discernibilidad* entre singularidades previamente confundidas en el proceso. Los intervalos son entonces expresiones de singularidades, definidos por las distancias que establecen una diferenciación positiva entre ellos. Cada intervalo contiene, a su vez, distancias (pues infinitos números irracionales pululan entre cualesquiera dos reales), pero expresan solamente una singularidad por vez, puesto que siguen una ley de generación por vez.

Todo esto nos parece central para dar una definición completa del concepto deleuziano de *distancia*, en interferencia con las fuentes matemáticas con las que se construye, y a la vez, con la teoría de la Idea. Restan algunas reflexiones específicas al segundo carácter de la intensidad: *la afirmación de la diferencia*. Definimos a la distancia como una relación de ordenamiento de segmentos en exterioridad recíproca; ahora bien, esta *exterioridad* sobre la recta no se reduce a una mera longitud, ni a los intervalos como meras partes extensivas (homogéneas, intercambiables, etc.): “la distancia así comprendida no es de ningún modo una magnitud extensiva, y debe ser relacionada a su origen intensivo. Porque la intensidad ya es diferencia, ella reenvía a una sucesión de otras diferencias que ella afirma afirmándose”.⁴⁰ *La intensidad* —en la línea recta, o en la construcción ordinal de los naturales, o en la del continuo...— *afirma la secuencia de intervalos que la explican*, y la de aquellos *por construir*, los cuales, implicados en la profundidad indefinida de segmentos anidados, están a su vez grávidos de distancias. “Construida al menos sobre dos series, superior e inferior, y cada serie reenviando a su vez a otras series implicadas, la intensidad afirma incluso lo más *bajo*, hace de lo más bajo un objeto de afirmación”.⁴¹ Las series son, en el caso del continuo intuicionista, las secuencias de intervalos anidados; lo alto y lo bajo designan un estado de mayor o menor

⁴⁰ DR, p. 302 [351].

⁴¹ DR, p. 302 [351].

diferencia, determinado por un ordenamiento en la progresiva aproximación al irracional mediante intervalos, los cuales son de hecho inagotables, como profundidades envolventes de distancias y nuevos intervalos, al infinito. *La profundidad intensiva se introduce incluso en la línea recta*: así, la síntesis asimétrica se produce aún en la forma más simétrica y regular imaginable. La asimetría productiva de la línea recta como objeto extensivo —en su más bajo grado de diferencia interna— es la profundidad envolvente de distancias —la más alta diferencia:

Todo va de arriba abajo, y por este movimiento afirma lo más bajo —síntesis asimétrica. Alto y bajo no son sino modos de decir. Se trata de la profundidad y del bajo fondo que le pertenece esencialmente. No hay profundidad que no sea «remoción» de un bajo fondo: es ahí que la distancia se elabora, pero la distancia como afirmación de lo que distancia, la diferencia como afirmación de lo bajo.⁴²

Vuelve en este fragmento el vocabulario de la energética: alto y bajo designan la *diferencia de intensidad* en una *comunicación de series intensivas heterogéneas*. Era el desnivel en la distribución de la intensidad —la más alta diferencia— lo que motivaba la nivelación de la misma en el fenómeno producido en el sistema —la anulación de la diferencia, su camino al desnivel más bajo, su traducción a factores extensivos. Ahora bien, la nivelación de la diferencia en la causa no es mera negación operada por el efecto; al contrario, el desnivel de la diferencia en la causa *afirma incluso su propia anulación* en el efecto. Lo alto y lo bajo remiten a puntos de vista: “Aquello que, en lo alto, es afirmación de la diferencia, deviene en lo bajo negación de lo que difiere”.⁴³ En lo bajo, en la representación, la línea recta es el fenómeno cuantitativo (“distancia más...”) y cualitativo (“...corta”), que se define por oposición a la curva (“curva” y “recta” como diferencias específicas del género “línea”).

⁴² DR, p. 302 [351].

⁴³ DR, p. 303 [351].

Estas determinaciones reenvían a una definición por la negativa: “la primera dimensión de lo extenso era potencia de limitación, la segunda, potencia de oposición. Y estas dos figuras de lo negativo se encuentran fundadas en el carácter conservador de las extensiones”.⁴⁴ Las extensiones *conservan* precisamente una métrica determinada, una cualidad determinada, que distribuyen homogéneamente en todo su espacio y durante todo su tiempo. Así, diferentes extensiones se *limitan* mutuamente en lo extenso, a la vez que sus diferentes cualidades se *oponen* excluyentemente. La diferencia aparece entonces invertida, expresada en su más bajo grado: como negación. “*Es bajo la cualidad, es en la extensión que la intensidad aparece cabeza abajo*, y que su diferencia constitutiva toma la figura de lo negativo (de limitación y oposición). [...] Por el contrario, en la profundidad intensiva viven las distancias envueltas, que están en la fuente de la ilusión de lo negativo, pero son también el principio que denuncia esta ilusión”.⁴⁵

Las distancias *separan* (y ordenan) intervalos en la recta, separan series de números heterogéneos, marcan una desigualdad que solo secundariamente puede considerarse como negación de la igualdad, pues es, en principio, afirmación de la diferencia que las produce *explicándolas*. Si la producción del efecto remite a la explicación, a la anulación fenoménica de la disimetría, la causa como productora remite a la implicación, y designa la primacía ontológica y el inagotable carácter nouménico de la diferencia. En este sentido, la línea recta no deja de ser un modelo pobre para ejemplificar la riqueza de las distancias envueltas en la profundidad. Esto se debe a que, componiéndose de rectas, la *división* de la recta mantiene su homogeneidad cualitativa, como si todas las distancias envueltas fueran de la misma naturaleza. Nos queda todavía por explorar un tercer carácter de la intensidad, el cual, vinculado a los dos anteriores, recupera su aspecto *implicado*, y el carácter heterogéneo de esa implicación: la pluralidad cualitativa como consecuencia de la diferencia intensiva.

⁴⁴ DR, p. 303 [352].

⁴⁵ DR, pp. 303-304 [352].

V.III.- Tercer carácter: envoltura y divisibilidad (o los dos “ceros” de la intensidad)

Recordemos un punto fundamental: la intensidad no es solo el motor de una síntesis asimétrica, la causa o el noúmeno, sino también *el ser de lo sensible*. Se manifiesta en las mediciones de los fenómenos físicos, o en las intuiciones constructivistas, pero, ante todo, en la percepción.⁴⁶ La sensibilidad tiende a poner semejanzas empíricas, oposiciones cualitativas y repeticiones mecánicas, pero *implica* diferencias trascendentales, profundidades intensivas y repeticiones diferenciales. La semejanza, como la homogeneidad, es un efecto de la explicación de esas diferencias.⁴⁷ Por eso, la explicación de la intensidad en sistemas numéricos (como los números naturales) o geométricos (como la recta) no es una diferencia *meramente cuantitativa* —cosa que solo se da entre cantidades homogéneas, pertenecientes a un mismo orden o escala, reductibles a una misma métrica.

La intensidad es tanto cuantitativa como cualitativa, es la cualidad propia de la cantidad: matriz genética de cantidades y cualidades, que solo una vez constituidas podemos comparar y determinar abstractamente como semejantes o como desiguales. Los dos primeros caracteres de la intensidad nos la mostraban implicada en sistemas extensivos y cualitativos en los que se explicaba. Pero las nociones de implicación y explicación, como las de causa y efecto, parecen marcar un esquema *demasiado empírico*, demasiado lineal, centrado en una oposición cualitativa (oculto-manifiesto) o una limitación cuantitativa (mayor-menor). El *vaivén* intensivo no puede ser un mero oscilar entre polos fijos y opuestos, que remiten en última instancia a una forma de identidad. El tercer carácter de la intensidad viene justamente a precisar ese aspecto *implicado*, por el cual ella es eminentemente diferencial.

⁴⁶ La intensidad constituye, en palabras de Deleuze, el “aspecto ontológico” envuelto en la percepción o la sensación, desencadenante de las síntesis que les son propias (DR, p. 296 [344]).

⁴⁷ “Solo las diferencias se parecen”, reza la proposición que invierte el pensamiento representativo, porque ella pone a las semejanzas como derivadas de diferencias (cf. DR, pp. 153-154 [182-183]).

Para esto, Deleuze introduce una duplicidad *en la propia implicación*: “De acuerdo con un tercer carácter, que resume a los otros dos, la intensidad es una cantidad implicada, envuelta, «embrionizada». No implicada en la cualidad. Esto, ella no lo está sino secundariamente. Ella está ante todo implicada en sí misma: implicante e implicada”.⁴⁸

“Implicación” se dice de varias maneras. Al menos, de dos. Una cualidad explica la intensidad en una extensión que, a la vez, la implica: pero esta forma de la implicación es “secundaria”. Los fenómenos implican (secundariamente) la intensidad; la intensidad se implica (primariamente) en sí misma. Existe un estado *primario*, por el cual la intensidad está implicada *en sí misma*, antes de estar implicada en su explicación. Agente y paciente de su propio movimiento, la intensidad es a la vez lo que implica y lo que está implicado, lo que envuelve y lo que *se envuelve*. En este estado primario, Deleuze llama “profundidad” al estado envolvente de las intensidades, “distancia” al envuelto. Como profundidad, ellas se envuelven a sí mismas, como distancias, ellas están envueltas por sí mismas.

Esta auto-implicación de la intensidad, ontológicamente previa a su explicación en cualidades y cantidades, es tematizada bajo la categoría de la *divisibilidad*. Dado que las cantidades extensivas se caracterizan por ser agregados de partes homogéneas, su división mantiene la naturaleza de lo dividido: las partes son (cualitativamente) homogéneas con respecto al todo, y esta homogeneidad hace posible la medida exacta (cuantitativa) de la división. Las cantidades intensivas, al contrario, son unidades intrínsecamente heterogéneas: la relación parte-todo no se establece de la misma manera; cada intensidad es, por un lado, un todo indivisible, y, por otro lado, un compuesto de partes heterogéneas entre sí, y heterogéneas con respecto al todo. La intensidad está *localmente* distribuida en un sistema de manera diferencial y asimétrica (caso contrario, el sistema está “muerto”, nada puede pasar

⁴⁸ DR, p. 305 [355].

en él). Implicada en sí misma, se vincula no ya a la extensión que la explica, sino a otras intensidades de naturaleza diferente.

Una temperatura, por ejemplo, no puede considerarse como compuesta de temperaturas, sino como una serie de *diferencias* de temperaturas, que remiten a su vez a *velocidades* moleculares. En el paso de la temperatura de un fluido a la consideración de las velocidades relativas de sus moléculas, hay un cambio de escala, una división del sistema que nos reenvía a una dimensión nueva, un nuevo orden de fenómenos, un cambio de naturaleza: temperatura y velocidad, cantidades intensivas, reenvían a series de términos heterogéneos (pues tampoco una velocidad se compone de unidades homogéneas de velocidad, y también reenvía a partes intensivas heterogéneas, por ejemplo grados de energía cinética y potencial, fuerzas en interacción recíproca, etc.). El tercer carácter de la intensidad la define como compuesta, siempre y necesariamente, de *partes intensivas*, de modo que ella *no se divide sin cambiar de naturaleza*:

En un sentido, ella es indivisible, pero solamente porque ninguna parte precede a la división y no guarda la misma naturaleza al dividirse. Se debe sin embargo hablar de «más pequeño» y de «más grande», en tanto la naturaleza de tal parte suponga tal cambio de naturaleza o sea supuesta por él. Así, la aceleración o ralentización de un movimiento definen en él partes intensivas que deben llamarse más grandes o más pequeñas, al mismo tiempo que ellas cambian de naturaleza y siguiendo el orden de estos cambios (diferencias ordenadas).⁴⁹

El cambio introducido por una división sobre una cantidad intensiva involucra una diferencia cuantitativa o métrica —“más grande”-“más pequeño”— y *a la vez* una cualitativa o de orden. Una diferencia de naturaleza *más grande* supone más diferencias de naturaleza como sus *partes* constitutivas, una diferencia de naturaleza *más pequeña* supone menos diferencias de naturaleza como partes constitutivas. Ahora bien,

⁴⁹ DR, p. 306 [355]; cursivas nuestras.

¿con respecto a qué límite puede algo determinarse como más grande o más pequeño? ¿Hay un “punto cero”?

En el continuo intuicionista, una mayor distancia implicaba mayor diferencia en la cadena ordinal de intervalos anidados, y viceversa; pero, justamente, el modelo intuicionista nos parecía aún *demasiado homogéneo*, centrado en la línea y el número, fácilmente convertibles en cantidades extensivas o cardinales. Precisamente en este punto, para definir esa heterogeneidad propia de las intensidades, Deleuze introduce una nueva referencia matemática: la noción de distancia de Alexius Meinong y Bertrand Russell. Ellos:

han marcado bien la distinción de las longitudes extensivas y las diferencias o distancias. Unas son cantidades extensivas divisibles en partes iguales; las otras, cantidades de origen intensivo, relativamente indivisibles, es decir, que no se dividen sin cambiar de naturaleza. Leibniz fue el primero en fundar la teoría de las distancias, ligándolas al *spatium*, y oponiéndolas a las magnitudes de la *extensio*.⁵⁰

La fuente remota de Meinong y Russell en este punto es Leibniz. El texto a través del cual Deleuze recupera la noción de “distancia” es un artículo de Martial Gueroult titulado “El espacio, el punto y el vacío en Leibniz”.⁵¹ Interesa recuperar la noción de distancia a partir de su vínculo con el *spatium*, concepto que Gueroult define como el *espacio* en tanto “idea innata que expresa el orden intelectual de los posibles (coexistentes)”.⁵² Esta no es la única acepción de “espacio”, que según la lectura gueroultiana, se

⁵⁰ DR, p. 306 [356], nota.

⁵¹ Cf. Gueroult, Martial, “El espacio, el punto y el vacío en Leibniz”, trad. Victoria Rusconi, en Mc Namara, Rafael y Santaya, Gonzalo, *Deleuze y las fuentes de su filosofía V*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2017, pp. 251-282. Julián Ferreyra analiza la recepción deleuziana de este artículo y su lugar central para comprender las nociones de *extensum*, *extensio*, *qualitas* y *spatium* que hallamos recurrentemente en el Capítulo V de *Diferencia y repetición* (cf. Ferreyra, Julián, “Un mapa del espacio intensivo-extensivo: *extensum*, *extensio*, *qualitas* y *spatium* según Martial Gueroult”, en *ibid.*, pp. 237-250).

⁵² Cf. Gueroult, Martial, “El espacio, el punto y el vacío en Leibniz”, *op. cit.*, p. 252.

dice en Leibniz de muchas maneras: cuerpo físico concreto (*extensum*), y extensión como espacio discursivo abstracto (*extensio*), son sus dos otras acepciones posibles. El *spatium* leibniziano no es el espacio de los objetos físicos o el de la geometría tradicional; “la noción de toda cualidad extensiva se suprime en la idea de espacio que contiene solamente *la simple idea de relación o del orden necesarios*”.⁵³ El *spatium* es entonces un espacio previo a la percepción del espacio actual, un espacio como *orden* intelectual e innato (es decir, *necesario*), cuyo único contenido son puras relaciones de distancia, ontológicamente previas a las relaciones de la extensión:

Al ser anterior a los concretos, el espacio (y el tiempo) constituye un sistema de relaciones que deben ser concebidas independientemente de las cosas que medimos por medio suyo al aplicárselas: [...] solamente podemos medir una extensión por su *relación de distancia* entre dos puntos. La noción de relación de distancia es precisamente lo que nos es aportado *a priori* por la idea de espacio. Pero una relación, o un vínculo, ya sea de distancia, de proporción o de causa-efecto, no solo no puede ser dividida en partes, sino que además es absolutamente heterogénea a tal divisibilidad. Cada relación, incluso si es comparable a otra relación, incluso si podemos expresar numéricamente el resultado de esa comparación, es algo *sui generis* que constituye una unidad intelectual irrompible. Esto puede apreciarse inmediatamente por la relación de distancia; esta relación, en efecto, se establece entre dos puntos, pero estos puntos no son en absoluto partes de la relación, son simplemente términos posibles para estas relaciones posibles [...]. Ninguna relación de distancia está entonces constituida por la suma de relaciones más pequeñas y no debe ni siquiera, por consiguiente, ser concebida como divisible en partes.⁵⁴

El *spatium* queda entonces caracterizado como un sistema de relaciones *puras*, tales que las relaciones espacio-temporales efectivas

⁵³ *Ibíd.*, pp. 252-253; cursivas nuestras.

⁵⁴ *Ibíd.*, pp. 256-257.

(empíricas) derivan de ellas. Para *medir* concretamente una magnitud espacial (extensión), debemos suponer previamente que hay allí una relación de distancia entre puntos, como un todo “irrompible”, indivisible, al que se asignará *secundariamente* el número, como patrón que homogeniza y habilita la comparación con otras distancias. En tanto pura relación, la distancia no tiene partes: los puntos que definen una relación de distancia no son partes, sino sus términos, sus extremos. Recordemos el continuo intuicionista: el punto era el límite ideal de un proceso, y la distancia, una relación (que suponía la distinción recíproca) entre procesos. *Cada distancia* sitúa una *relación* única entre puntos *ideales*.

Deleuze encuentra en Alexius Meinong un continuador de la concepción leibniziana de la distancia, cuando analiza de la ley de Weber-Fechner,⁵⁵ relativa a la medición de variaciones de estímulos perceptivos y su correlativa variación en la percepción de dicho estímulo. De acuerdo con Russell, la tesis principal de Meinong es la siguiente: “el verdadero significado de la ley de Weber es que disimilitudes (*Verschiedenheiten*) iguales en el estímulo corresponden a disimilitudes iguales en las sensaciones correspondientes; mientras que la disimilitud de dos magnitudes mensurables del mismo tipo debe ser visto como medido por la diferencia entre los logaritmos de estas magnitudes”.⁵⁶ Es decir que, mientras que existe una *correspondencia proporcional* entre la variación en el objeto que estimula y en la percepción

⁵⁵ El artículo citado por Deleuze se titula: “Sobre el significado de la ley de Weber” (cf. Meinong, Alexius, “Über die Bedeutung des Werberschen Gesetzes”, en *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*, n° 11, 1896). En la reconstrucción que sigue, usamos el texto de Guigon, Ghislain, “Meinong on Magnitudes and Measurement”, en *Meinong Studies*, n° 1, 2005, pp. 255-296, así como un trabajo inédito de Andrés Osswald presentado en las II Jornadas “Deleuze y las fuentes de su filosofía” (24 de noviembre de 2016 en la FFyL-UBA), bajo el título “Breve comentario sobre la distinción *Distanz-Strecke* en *Über die Bedeutung des Werberschen Gesetzes* de A. Meinong” (agradecemos al autor el habernos facilitado sus notas personales).

⁵⁶ Russell, Bertrand, “Review of Meinong”, en *Mind*, n° 8, abril de 1899, p. 251. Seguimos la traducción de Russell de *Verschiedenheiten* por *dissimilarities*. Por su parte, el término “magnitud” corresponde al alemán *Größe*, que Russell traduce por *quantity*. Una versión en línea de este texto se encuentra en <https://users.drew.edu/jlenz/br-meinong-1899.html>.

de esa variación, la variación misma, en uno y en otra, se mide a través de una operación de diferencias entre logaritmos (los cuales se usan para definir escalas de variaciones que suponen diferencias exponenciales, o “muy grandes”, de una misma magnitud). De acuerdo con Russell, “el uso de esta distinción exige dar cuenta cuidadosamente de la magnitud y la medida, de las magnitudes indivisibles, y de las relaciones entre magnitudes”.⁵⁷

Precisamente, Meinong comienza su trabajo definiendo lo que es “magnitud” —en una recuperación de la noción kantiana de intensidad: una multiplicidad aprehendida como unidad, que *solo puede ser representada por relación a su ausencia absoluta* = 0. “La magnitud es —o es tenida por— aquello que permite la interpolación de términos entre sí misma y su opuesto contradictorio”,⁵⁸ siendo el “opuesto contrario” el cero de la magnitud, y el término interpolado, una magnitud intermedia que yace “en la dirección” de ese cero. Es decir que una magnitud intensiva se define primariamente por poseer una dirección (como un vector) respecto a cero, y una infinitud de magnitudes interpolables entre ella y el cero.

Esto introduce una relación de divisibilidad diferente a la de las cantidades extensivas.

Aun siendo indivisibles, los sonidos son sin embargo magnitudes, puesto que aceptamos que, entre cualquier sonido fuerte y el silencio, sonidos menos fuertes pueden interpolarse. Lo mismo para el placer o el calor: entre un calor intenso y la ausencia de calor, *distintos* calores pueden ser interpolados, tales que caigan en la misma dirección que el calor cero. [...] Este tipo de relación es una relación de disimilitud (*Verschiedenheit*) o distancia (*Distanz*).⁵⁹

⁵⁷ *Ibidem*.

⁵⁸ Guigon, Ghislain, “Meinong on Magnitudes and Measurement”, *op. cit.*, p. 259; guiones nuestros.

⁵⁹ *Ibid.*, p. 261; las cursivas en “distintos” son nuestras.

La distancia es a la vez magnitud y relación indivisible — Meinong retoma aquí a Leibniz. Las relaciones puras del *spatium* no dejan, por ser puras, de poseer una magnitud o de ser cuantificables. Así lo expresa Leibniz en su correspondencia con Clarke: “Las cosas relativas tienen su cantidad tanto como las absolutas: por ejemplo, las razones o proporciones en las matemáticas tienen su cantidad, son medidas por logaritmos, y sin embargo son relaciones. Por lo tanto, a pesar de que el espacio y el tiempo consisten en relaciones, aun así tienen su cantidad”.⁶⁰ Las distancias son magnitudes, porque son relaciones tales que entre ellas y el cero pueden interpolarse otras distancias “menores”; sin embargo, ellas son indivisibles, y esto, precisamente, porque son relaciones, y las relaciones son indivisibles. Si fueran divisibles, las relaciones de “mayor” y “menor” entre distancias de un mismo tipo remitirían al número de *partes* —pero una relación no tiene partes, sino términos.

Consideremos dos ejemplos:⁶¹ distintos tonos de un color y distintos valores de aceleración. La distancia entre dos tonos de rojo, pongamos por caso entre rojo 1 y rojo 4, es única e indivisible, una relación que los separa y los vincula a la vez, y que tiene por “cero” la “ausencia” de rojo. Ahora bien, podemos intercalar entre esa distancia y el cero otra relación, como la que habría entre dos hipotéticos tonos más cercanos entre sí, rojo 2 y rojo 3; ahora bien, esa distancia es heterogénea respecto a la distancia entre rojo 1 y rojo 4, y puede determinarse como “menor” puesto que va en la dirección al cero como ausencia de rojo (esta *ausencia* es algo difícil de definir en términos deleuzianos, considerando que venimos de una impugnación de la negatividad; digamos por el momento que nos referimos a la tiniebla o la luz absolutas). Pero el hecho

⁶⁰ Leibniz, G. W., *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, Berlín, K. I. Gerhardt (ed.), Vol. VII., 1890, p. 404. Este pasaje es citado tanto por Russell (*The principles of Mathematics*, *op. cit.*, p. 254) como por Gueroult (“El espacio, el punto y el vacío en Leibniz”, *op. cit.*, p. 255).

⁶¹ El primero de ellos es desarrollado por Guigon, Ghislain, “Meinong on Magnitudes and Measurement”, *op. cit.*, p. 262.

de que la distancia entre el tono 2 y el 3 pueda interpolarse entre la distancia entre el tono 1 y el 4 no significa que la primera esté *contenida en* la segunda, sino que remite a ellas en un orden de heterogéneos (retomando la caracterización de Rosny, podemos decir que $R_1 - R_4$ reenvía a su vez a $R_2 - R_3 \dots$). Ninguna de ellas se compone de partes, puesto que los tonos en sí mismos no se componen de partes: se componen, cada uno, de su distancia *al mismo cero*, la ausencia de color.

Lo mismo ocurre para la aceleración: la relación de un móvil a 1 m/s^2 con otro a 2 m/s^2 es única e indivisible, y no es la misma que la existente entre un móvil acelerando a 9 m/s^2 con otro a 10 m/s^2 (y esto, por más que la *diferencia escalar* entre sus magnitudes sea en ambos casos 1 m/s^2 , pues la *distancia* en el primer caso es del 100% y en el segundo solo del 10%). Cada aceleración es a su vez irreductible a partes: 10 m/s^2 es una cierta relación al cero de aceleración (que sería o bien una velocidad constante o bien el reposo absoluto), diferente de la de 1 m/s^2 a ese mismo cero. No formamos una aceleración de 10 m/s^2 sumando linealmente 10 aceleraciones de 1 m/s^2 , sino incrementando exponencialmente una velocidad (en una escala logarítmica). Sin embargo, la de 1 m/s^2 puede considerarse una “parte” de la de 10 m/s^2 , no por estar contenida en ella (como la parte de un todo), sino *por yacer en la dirección que va al cero con respecto a ella*, y por lo tanto, por poder ser interpolada: podemos, pues, hablar de *una relación ordinal entre relaciones irreductibles*.

Dada esta posibilidad de ordenación, las distancias, si bien indivisibles y cualitativamente heterogéneas, no son inconmensurables. Meinong introduce en este sentido el concepto de *tramo* (*Strecke*), que *representa* una distancia, sin identificarse con ella. La distancia es una relación, el tramo, una longitud, una magnitud homogénea y divisible: a cada distancia corresponde un tramo, y cada tramo se compone de tramos homogéneos. “Los tramos en el espacio y el tiempo dan los ejemplos más comunes y a la vez completamente indiscutibles: cada espacio «consiste» de espacios, cada tiempo de

tiempos. [...] Los tramos, dice Meinong, tienen tramos por componentes y son por lo tanto magnitudes divisibles”.⁶²

En tanto representadas por tramos, las distancias se vuelven *mensurables* entre sí. Considerándolas por sí mismas, como diferencias ordenadas, solo pueden compararse por ser mayores o menores. Las distancias que se definen por relación a un *mismo cero* (por ejemplo, la tiniebla para los colores, el silencio para los sonidos, el reposo para el movimiento, etc.), son comparables entre sí;⁶³ pero la *medida* es un tipo de comparación que exige cuantificación numérica a través de magnitudes divisibles. Por eso, Meinong crea el concepto de “medición indirecta” o “sustitutiva”: para las magnitudes indivisibles, “la comparación de partes no es directamente posible, pues ellas no tienen partes. Para estos casos, ¿cómo podemos medir estas magnitudes, si medir es comparar partes? [...] [S]iguiendo a Meinong, cuando medimos distancias o disimilitudes lo que realmente hacemos es medir sus tramos correspondientes”.⁶⁴ Así, por ejemplo, la línea de mercurio en el termómetro, o el ángulo de la aguja en un velocímetro (cantidades extensivas que *traducen* cantidades intensivas).

El aporte de Meinong enriquece la noción de distancia que comenzamos a construir desde las fuentes analizadas en las secciones precedentes. Si una distancia se define como una magnitud determinada por la posibilidad de interpolación de otras distancias *entre* la distancia de partida y su ausencia = 0, ella es necesariamente *relacional*, *ordinal* (distancias de un mismo tipo pueden ordenarse respecto a su cero), y supone un *continuum* (ninguna distancia es la menor posible).⁶⁵ De acuerdo con

⁶² *Ibid.*, p. 264.

⁶³ Meinong llama a este tipo de comparaciones “típicas”, y las distingue de las “atípicas”, que implican relacionar magnitudes que no convergen hacia el mismo cero, como sonidos y colores, cosa que hacemos habitualmente pero que no responde ya a una magnitud mensurable (cf. *ibid.*, pp. 273-274).

⁶⁴ *Ibid.*, p. 278.

⁶⁵ Ya Kant asociaba la intensidad y la continuidad a través de lo *real* en la sensación: “La propiedad de las cantidades según la cual en ellas ninguna parte es la menor posible (ninguna parte es

Meinong, ella debe también recoger el de la *heterogeneidad*. Así, la distancia, captada como una unidad indivisible, envuelve necesariamente una multiplicidad, *implica* heterogeneidad —a diferencia de las longitudes extensivas, que se desagregan en partes homogéneas.

En este sentido, *dos tipos de ceros* se distinguen dentro de la teoría de la distancia, y esta distinción será de la mayor importancia para comprender el concepto deleuziano. Por un lado, tenemos el “cero absoluto” de una cualidad, el límite de la dirección con respecto a la cual se interpolan distancias de un mismo tipo (como los tonos de rojo progresivamente tendientes a la tiniebla, o el sonido progresivamente tendiente al silencio). Este cero *hace posible la ordenación* de la distancia en un *continuum*. Por otro lado, tenemos la distancia = 0 como la que posee una cualidad *con respecto a sí misma*. Se trata de la posición de una extensión estable. Este cero anula las relaciones heterogéneas que definen una distancia, y remite al *tramo* que la vuelve mensurable.

Podemos entonces volver a los dos aspectos de la distancia bajo la forma doble de la implicación (primaria y secundaria). Las cualidades empíricas se presentan bajo un carácter de homogeneidad, iguales a sí mismas en todas las regiones de su extensión. En este sentido, son como la distancia = 0 que surgiría de comparar un tono de rojo consigo mismo (identidad), esto es, la cualidad explicada en una extensión (el más bajo grado de la diferencia); ambas —cualidad y extensión— envuelven sin embargo a la intensidad, en un estado de implicación *segunda*: posibilidad de toda cualidad empírica de revelar el aspecto trascendental de la experiencia. ¿Cuál es ese aspecto trascendental? La implicación *primera*: cantidad indivisible y múltiple, relación positiva entre puntos ideales. Ella también remite a un cero, pero este cero no es ya el índice de su identidad

simple), se llama la continuidad de ellas. [...] Todos los fenómenos en general son, según esto, cantidades continuas, bien según su intuición, como cantidades extensivas, bien según la mera percepción (sensación, y por lo tanto, realidad), como cantidades intensivas.” (Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, op. cit., p. 265 [A170-171 / B210-211]).

(distancia respecto a sí), sino el límite de un *continuum* de variación, definido por la interpolación de diferencias ordenadas. Respecto a este cero, la distancia es positiva, afirma la desigualdad entre los puntos que ella separa y articula; ellos son como los dos tonos de rojo: una pura diferencia compuesta de inagotables “partes heterogéneas” (distancias entre otros tantos tonos interpolables) con respecto al *cero absoluto*: la ausencia total de color (la pura luz, la pura tiniebla).

Ahora bien, ese “cero absoluto”, en el marco de la ontología deleuziana (que rechaza toda dignidad ontológica a la negación), *debe ser pensado como el (no)-ser problemático de la Idea*. Cuando pasamos de la distancia = 0 como negación de la diferencia en la identidad cualitativa (explicación), a la distancia = 0 como límite insensible de infinitos *grados* de intensidad —con respecto al cual ellos se definen y ordenan—, la distancia se vuelve *afirmación* de la diferencia, afirmación de ese espesor positivo que articula escalas heterogéneas de realidad. “Es en este sentido que la diferencia en profundidad se compone de distancias, siendo la «distancia» no una cantidad extensiva, sino una relación asimétrica indivisible de carácter ordinal e intensivo, que se establece entre series de términos heterogéneos y afirma cada vez la naturaleza de lo que no se divide sin cambiar de naturaleza”.⁶⁶ Si lo que yace en el límite de una distancia es la totalidad de lo virtual, la “ausencia” de rojo —por ejemplo— es la presencia inexistente pero *insistente* y *persistente* de la Idea virtual, el *continuum* perplorado que subsume todas las variaciones y donde todas las formas —colores, en este caso— se funden en esa indiferencia diferenciada.

En su desarrollo de la noción de distancia, Russell destaca la propiedad de la *asimetría*, que según él no corresponde a la distancia *en sí*, pero que se le añade necesariamente a causa de sus otras propiedades.⁶⁷ A pesar de que las distancias le resultan una fuente de grandes compli-

⁶⁶ DR, p. 306 [355-356].

⁶⁷ Cf. Russell, Bertrand, *The Principles of Mathematics*, op. cit., p. 255.

caciones, y que su relevancia en matemáticas es menor y las considera reemplazables por *tramos* (*stretches*),⁶⁸ Russell reconoce a las geometrías no euclidianas el haber avanzado con la aclaración de la noción de distancia (que en geometría euclidiana quedaba atrapada en la noción de longitud). Al respecto, señala:

Para buscar una función que mida la disimilitud, algunos requisitos deben imponerse. 1) la disimilitud debe desaparecer cuando las magnitudes son iguales; 2) debe ser infinita cuando una de las magnitudes es cero o infinita; 3) la disimilitud entre A y B más aquella entre B y C debe ser igual a aquella entre A y C. Estas condiciones son esencialmente similares a aquellas que, en la geometría no euclidiana, regulan la expresión de la distancia en términos de coordenadas, y el Sr. Meinong pudo haber simplificado una parte matemática innecesariamente complicada por referencia a este caso análogo. La conclusión es que la función requerida es el logaritmo de la razón, así como, en geometría no euclidiana, es el logaritmo de la razón anarmónica.⁶⁹

Es interesante que Russell trace esta relación, pues dirige nuevamente nuestra atención a la cuestión de la simetría y de la geometría no euclidiana. En efecto, Russell remite en este punto al *Treatise of Universal Algebra* de Whitehead,⁷⁰ donde el matemático británico desarrolla la noción de distancia desde los descubrimientos de Klein en geometría proyectiva. Lo que interesa aquí es la relación de la geometría no euclidiana con la *métrica*. Vimos que las multiplicidades de Riemann eran pasibles de diversas relaciones métricas que debían definirse a partir de un cálculo tensorial asociado a cada punto; por otro lado, en las multiplicidades de Klein, la métrica vendrá dada por un análisis del grupo

⁶⁸ Cf. *ibidem*.

⁶⁹ Russell, Bertrand, "Review of Meinong", *op. cit.*, p. 254.

⁷⁰ Whitehead, Alfred Norbert, *A Treatise on Universal Algebra*, Cambridge, Cambridge University Press, 1898, pp. 349 y ss. (citado por Russell, Bertrand, "Review of Meinong", *op. cit.*, p. 254, y *The Principles of Mathematics*, *op. cit.*, p. 255)

de simetría del espacio, relacionado con la razón anarmónica (que define una relación entre puntos de la recta proyectiva).⁷¹ Esta diversidad de relaciones métricas posibles coexistentes en una multiplicidad reconduce al trabajo de distinción entre *tipos* de multiplicidades, acaso el mayor esfuerzo filosófico de *Diferencia y repetición*.

Contrariamente a las cantidades extensivas, las cantidades intensivas se definen por la diferencia envolvente —las distancias envueltas— y lo desigual en sí, que testimonia de un «resto» natural como materia del cambio de naturaleza. Debemos desde entonces distinguir entre dos tipos de multiplicidades, como las distancias y las longitudes: las multiplicidades implícitas y las explícitas, aquellas cuya métrica varía con la división, y aquellas que llevan consigo el principio invariable de su métrica. Diferencia, distancia desigualdad, tales son los caracteres positivos de la profundidad como *spatium* intensivo. Y el movimiento de la explicación es aquél por el cual la diferencia tiende a anularse, pero también las distancias a extenderse, a desarrollarse en longitudes, y lo divisible a igualarse.⁷²

La diferencia, como principio ontológico, se define por *multiplicidades pasibles de diferentes propiedades métricas*. Si en la Idea las métricas se consideraban como vías de actualización para las relaciones diferenciales coexistentes, en la intensidad esas métricas remiten a la *división* de las cantidades intensivas, y a la posibilidad de considerarlas desde el punto de vista de las cualidades y extensiones que las explican. En el plano de los elementos explicados, tenemos otro tipo de multiplicidad, afín con lo extensivo (y que Deleuze llama en este pasaje “explícita”): ella consiste en un sistema de longitudes homogéneas, o *tramos*.

Podemos entonces caracterizar al *spatium* deleuziano como el aspecto de la intensidad a la vez envolvente y envuelta: el espacio

⁷¹ Cf. Whitehead, Alfred Norbert, *A Treatise on Universal Algebra*, op. cit., p. 352-353.

⁷² DR, pp. 306-307 [356].

entero como multiplicidad de relaciones asimétricas que, por un lado, se desarrolla en extensiones métricamente determinables y figuras definidas por sus invariancias y grupos de simetría, y por otro lado, implica en estas extensiones a las distancias de acuerdo a dos órdenes: uno por el cual ellas se anulan en lo explicado (la distancia = 0 de la cualidad, como distancia “consigo misma”), el otro por el cual ellas remiten a otras distancias heterogéneas al infinito, y en el límite, se agrupan como *grados* definidos por su distancia al cero absoluto, instancia ideal, trascendental y morfogenético, fuente de inagotables figuras y relaciones métricas diversas: dy , dx . Multiplicidades explicadas, homogéneas, envolventes de multiplicidades implícitas, que *implican* en el límite a la multiplicidad *perplicada* de la Idea. El *spatium*, que definimos aquí como la intensidad en su carácter de implicación primaria (envolvente-en-vuelta), es precisamente el espacio de la dramatización de las Ideas, y la intensidad, el agente del vaivén que iba de las multiplicidades virtuales a las actuales —y viceversa— motorizando la producción de espacios y tiempos siempre nuevos.

Interferencia #8: Intuicionismo y ciencia menor en MP

La escuela intuicionista tiene una presencia en la obra deleuziana que va más allá de la noción de distancia, hacia una concepción general acerca de la epistemología. Esta escuela es rescatada por Deleuze y Guattari en las mesetas finales de *Mil mesetas*, para desarrollar la noción de una ciencia nómada o ciencia menor que prolifera en torno a la ciencia mayor o de Estado. El intuicionismo representa una aproximación a la ciencia afín a los métodos de la ciencia menor, a través de construcciones y problemas, a diferencia del procedimiento axiomático de la ciencia mayor, que procede por deducción y formalización. “Las matemáticas no dejarán de estar atravesadas por esta tensión; y, por ejemplo, el elemento axiomático chocará con una corriente problemática, «intuicionista» o «constructivista», que hace valer un cálculo de problemas muy diferente

de la axiomática y de toda teorematiza”.⁷³ Esta afirmación, extraída de la meseta nº12 (“Tratado de nomadología”) no parece buscar anclarse específicamente en los matemáticos que venimos de estudiar, sobre todo si consideramos el contexto de los científicos retomados por Deleuze y Guattari en estas páginas: Mongue, Poncelet y Desargues (los creadores de la geometría proyectiva),⁷⁴ así como también Arquímedes, Husserl, Serres... Pero una nueva referencia a los procedimientos de la ciencia menor en la siguiente meseta recuperará específicamente a nuestros intuicionistas: “La escuela intuicionista (Brouwer, Heyting, Griss, Bouligand, etc.) tiene una gran importancia matemática, no porque ella haya hecho valer los derechos irreductibles de la intuición, ni tampoco porque elaborara un constructivismo muy innovador, sino porque ella desarrolla una concepción de los *problemas*, y un *cálculo de los problemas*, que rivaliza intrínsecamente con la axiomática y procede por otras reglas (principalmente a propósito del tercero excluido)”.⁷⁵ Las reflexiones de los intuicionistas en torno al método de deducibilidad matemática resultan importantes para Deleuze por el estatuto débil que la negación toma en sus aparatos lógicos; como vimos, el principio de tercero excluido no es una demostración válida de la verdad de una proposición: debe mostrarse una construcción positiva de la misma. Esto supone una concepción potencialmente rupturista con la lógica clásica, que ve los problemas como proposiciones interconectadas mediante reglas de conservación de valor de verdad, el cual es dado por una función de significación definida por un isomorfismo entre proposición y objeto; y a partir de ahí, las reglas de inferencia forman un *cálculo de proposiciones*. El intuicionismo intentará definir la significación no a partir de una estructura o un sistema de reglas dado, sino en la construcción intuitiva, o realizabilidad, con lo cual la categoría de *problema* cobra otra dimensión.

Sin embargo, la concepción intuicionista del cálculo de problemas era criticada por Deleuze en el tercer capítulo de *Diferencia*

⁷³ MP, p. 448 [424] (nota).

⁷⁴ Estos geómetras habrían sobrepasado los límites de la representación sensible, hacia una “imaginación «trans-espacial»” o “trans-intuición” (MP, p. 449 [424]).

⁷⁵ MP, p. 576 [481].

y *repetición*, donde los intuicionistas aparecían como los creadores de un “cálculo de problemas” esencialmente proposicional. Es decir que, de acuerdo a los ocho postulados establecidos por Deleuze en torno a las imágenes del pensamiento,⁷⁶ los intuicionistas caen bajo el séptimo: calcan los problemas de las proposiciones que les sirven como solución. Esto se ve claramente en un texto de la intuicionista Paulette Destouches-Février.⁷⁷ Février intenta establecer las bases de un sistema deductivo acorde a las exigencias del intuicionismo, armando así un sistema axiomático: define un problema como la determinación del valor de verdad de una proposición p , en un lenguaje definido a partir de tres conectivas lógicas (disyunción, conjunción, implicación). La negación y la regla del tercero excluido son, sin embargo, puestas en entredicho.⁷⁸ La concepción de este “cálculo” planteado por Février continúa en un artículo que Deleuze cita en las páginas que venimos de comentar, junto con los de Griss, Heyting y Dequoy. Février analiza allí las afinidades entre la física cuántica y la lógica sin negación de Griss, en tanto ambas son lógicas de la complementariedad o composibilidad, y donde la cuestión pasa por asignar a las proposiciones un coeficiente de “realizabilidad” o “irrealizabilidad” de acuerdo con el cual una proposición podrá (o no) conectarse con otras a través de otras reglas de inferencia.⁷⁹ Deleuze indica así su desencanto respecto a esta aproximación a la lógica proposicional por parte del intuicionismo: “Los límites de esta matemática, tal como Mme. Février los ha señalado, no nos parecen venir de la noción misma de distancia o diferencia, sino de la teoría de los problemas que Griss le ha asociado”.⁸⁰ Esto se debe, en efecto, a la asociación de la lógica intuicionista a la lógica proposicional clásica: “Todo cálculo de proposiciones que sea al menos tan débil como la lógica intuicionista puede ser visto

⁷⁶ Cf. DR, pp. 204-205 [240-241].

⁷⁷ Cf. DR, p. 205 [241] (nota).

⁷⁸ Cf. Destouches-Février, Paulette, “Rapports entre le calcul des problèmes et le calcul de propositions”, en *Comptes rendus hebdomadaires de séances de l'Académie des sciences*, enero de 1945, p. 485.

⁷⁹ Cf. Destouches-Février, Paulette, “Manifestations et sens de la notion de complémentarité”, en *Dialectica*, Vol. 2, n° 3/4, 1948, pp. 383-412.

⁸⁰ DR, p. 302 [351].

como isomorfo a un cálculo de problemas”.⁸¹ Este isomorfismo parece ser precisamente lo criticado en *Diferencia y repetición*, mientras que la concepción problemática del tercero excluido continúa, desde *Diferencia y repetición* hasta *Mil mesetas*, como uno de los estándares principales en la recuperación deleuziana de la escuela intuicionista.

Interferencia #9: Meinong, Russel y el espacio liso en MP

Meinong, Russell, las distancias y los números ordinales son elementos que retornan en la definición deleuzo-guattariana del espacio liso, cuyas resonancias con las multiplicidades de Riemann hemos visto en la Interferencia #6. En la meseta 14 (“Lo liso y lo estriado”), así como en el conjunto de *Mil mesetas*, no figura la dualidad de lo virtual y lo actual, pero sí otras dualidades que se definen como la manifestación de dos tipos de multiplicidad: “métricas y no métricas; extensivas y cualitativas; centradas y acentradas; arborescentes y rizomáticas; numerarias y planas; dimensionales y direccionales; de masa y de manada; de tamaño y de distancia; de corte y de frecuencia; *estriadas y lisas*”.⁸² Toda esa inmensa enciclopedia de las multiplicidades que constituye *Mil mesetas* encuentra su germen en la distinción entre tipos de multiplicidades de *Diferencia y repetición*, donde las virtuales y las actuales, las intensivas y las extensivas, conforman tipos de multiplicidad que regulan los devenires y las detenciones, las morfogénesis y las disoluciones del pensamiento y la sensibilidad, de la naturaleza y el espíritu. Las proposiciones intelectuales actuales, las representaciones sensibles extensivas son tipos de multiplicidad donde lo múltiple se encuentra en oposición simple con lo Uno, y donde la división en naturalezas simples o en unidades mínimas homogéneas es la regla. El esfuerzo deleuziano es encontrar siempre a las unas en vínculo indisoluble con las otras, de modo tal que las multiplicidades métricas encuentren su razón genética en las asimétricas.

⁸¹ Destouches-Février, Paulette, “Rapports entre le calcul des problèmes et le calcul de propositions”, *op. cit.*, p. 486.

⁸² MP, p. 604 [492].

Deleuze y Guattari distinguen dos aspectos de los espacios lisos: “por un lado, cuando las determinaciones que forman parte unas de las otras reenvían a distancias envueltas o a diferencias ordenadas, independientemente de la magnitud; por otra parte, cuando surgen determinaciones que no pueden formar parte una de la otra, y que se conectan por procesos de frecuencia o acumulación, independientemente de la métrica. Son los dos aspectos del *nomos* del espacio liso”.⁸³ El segundo de estos aspectos corresponde a la descripción lautmaniana de los espacios de Riemann que Deleuze y Guattari siguen en *Mil mesetas*; el primero, a lo que aquí venimos de tratar como *multiplicidad intensiva*: el *spatium* y su implejo de distancias envolventes-envueltas.

¿Cómo entran en relación los espacios de Riemann y las distancias de Meinong y Russell? Precisamente, a través de la noción de *métrica*. Las multiplicidades que no poseen una métrica intrínseca no pueden ser estriadas (metrizadas) sino mediante operaciones de traducción, procedimientos que permiten establecer una magnitud determinada a una serie de estados heterogéneos. Las determinaciones propias a este tipo de multiplicidades son dependientes de la situación (relación) en la que se encuentran por relación a las otras, y tales que una variación en la situación implica una variación en la determinación. Esto define dos aspectos del espacio liso, como dos especies de coexistencia: una según la cual las determinaciones se dan por *conexión* entre entornos, otra donde ellas se dan por *envolvimiento recíproco*. Un aspecto o un estado del espacio liso es la coexistencia de vecindades infinitesimales inconmensurables, pero conectables entre sí de una infinidad de maneras. Así se formaba el *patchwork* riemanniano: las determinaciones de la multiplicidad permanecían irreductiblemente heterogéneas entre sí y podían entrar en conexión de diversos modos, definidos por la frecuencia o acumulación de vecindades. Otro aspecto del espacio liso está dado por la coexistencia de estas conexiones, estableciendo entre ellas determinaciones tales que unas son partes de las otras, pero sin que esas partes posean la misma naturaleza. La cuestión de la divisibilidad como

⁸³ MP, p. 606 [493].

fuelle de un cambio de naturaleza interviene como el momento central de este aspecto del espacio liso: “Meinong y Russell invocaban la noción de *distancia*, y la oponían a la de *tamaño* (magnitud). Las distancias no son, propiamente hablando, indivisibles: ellas se dejan dividir, precisamente cuando una determinación está en situación de ser una parte de la otra. Pero, contrariamente a los tamaños, *ellas no se dividen sin cambiar de naturaleza cada vez*. [...] [C]ada intensidad, siendo ella misma una diferencia, se divide siguiendo un orden donde cada término de la división se distingue en naturaleza del otro. La distancia es así un conjunto de diferencias ordenadas, es decir envueltas las unas en las otras tales que puede juzgarse sobre la más grande y la más pequeña, independientemente de un tamaño exacto. Se dividirá por ejemplo el movimiento en galope, trote y paso [...]. Es en este sentido que las multiplicidades de «distancia» son inseparables de un proceso de variación continua, mientras que las multiplicidades de «tamaño», al contrario, reparten lo fijo y lo variable”.⁸⁴ Galope, trote, paso, definen tres estados heterogéneos del movimiento, que pueden sin embargo considerarse como partes de una misma escala, pero difieren en régimen y no son comparables con un único tipo de movimiento homogéneo. Las relaciones de movimiento y reposo no son las mismas en cada caso. Toda materia en movimiento (o sistema en *variación continua*) implica umbrales que determinan una serie de diferencias ordenadas, donde cada una corresponde a un tipo de relación particular del conjunto y, si bien es heterogénea, puede considerarse como más grande o más pequeña (ordenada en el conjunto y, por eso, comparable, si bien no *directamente* mensurable). Lo que habilita la ordenación es el carácter *direccional* de la distancia en cuestión. Un orden entre las distancias se establecía mediante la relación con un “cero” absoluto, un grado cero respecto al cual la distancia en cuestión podía considerarse más o menos *alejada* por relación a otra, solo si esta otra *yacía en la dirección hacia el cero* establecida por la primera. Surgía así la posibilidad de una interpolación: el trote está más cerca del reposo que el galope, el auto andando en primera está más próximo al reposo

⁸⁴ MP, p. 603 [491].

que en cuarta, etc. *Esto da cuenta de la preeminencia de la dirección con respecto a la dimensión*, tema recurrente en *Mil mesetas* (al que referimos en la Interferencia #6). “Ahora bien, en el espacio estriado, las líneas, los trayectos tienen tendencia a estar subordinados a los puntos: se va de un punto a otro. En lo liso, es a la inversa: los puntos están subordinados al trayecto. [...] En el espacio liso, la línea es pues un vector, una dirección y no una dimensión o una determinación métrica”.⁸⁵ La noción de *dimensión* remitía al fenómeno, en tanto variable o coordenada que permitía *localizarlo* en la multiplicidad homogeneizada. Pero la *dirección* es el sentido de un movimiento que precede (o subordina) a los puntos que fijan sus condiciones de metrización.

La diferencia entre estos espacios (liso y estriado) se vincula también con la diferencia entre números y a la distinción entre tipos de ciencia que hemos presentado más arriba en este capítulo: “las multiplicidades no métricas o de espacio liso reenvían a una geometría menor, puramente operatoria y cualitativa, donde el cálculo es necesariamente muy limitado, donde las operaciones locales no son capaces de una traducibilidad general, ni de un sistema homogéneo de referencia”.⁸⁶ Esta “carencia” de los espacios lisos remite a su relación particular con el número: “El número se distribuye él mismo en el espacio liso, no se divide sin cambiar de naturaleza cada vez, sin cambiar de unidad, donde cada una representa una distancia y no un tamaño. Es el número articulado, nómada, direccional, ordinal, el número numerante, que reenvía al espacio liso, como el número numerado reenvía al espacio estriado”.⁸⁷ En el espacio liso, el número no organiza, mide o cuenta, sino que se desplaza, ocupa. Él es siempre complejo o articulado, es decir que remite a otros números (como decir: “comprende lo desigual”), y asimétrico, opera sobre series heterogéneas.⁸⁸

⁸⁵ MP, p. 597 [487].

⁸⁶ MP, p. 605 [492].

⁸⁷ *Ibidem*.

⁸⁸ Sobre estas características del número numerante, vinculadas todas ellas con los aspectos matemáticos de la intensidad, cf. MP, pp. 482-491 [391-397].

En suma, los caracteres matemáticos de la teoría de la intensidad revisten importantes nociones de *Mil mesetas*, asociadas directamente con aquellas que nos ocuparon en relación a las interferencias propias de la teoría de la Idea. Vemos en esto una prolongación de los lineamientos y conceptos fundamentales de *Diferencia y repetición*, ampliada hacia otros dominios, obedeciendo las categorías específicas de cada uno. Es la propia topología del pensamiento deleuziano y deleuzo-guattariano la que habilita estas transposiciones, topología que – como veremos – está ya dada en la primera gran obra “propia” de Deleuze.

*

En los dos capítulos precedentes, desarrollamos el concepto deleuziano de intensidad a partir de sus interferencias físico-matemáticas. Para ello, exploramos el sentido *temporal* y *causal* que la noción de “síntesis asimétrica” comprendía en los primeros capítulos de *Diferencia y repetición*. Analizamos luego la noción de disimetría y su potencial explicativo en física. Vimos, de la mano de Rougier, que las intensidades se distribuían localmente en las regiones de un sistema físico de acuerdo a condiciones fijadas por una función derivada parcial del sistema total. La intensidad podía entonces ser variable de un punto o región del sistema a otro, definiendo disimetrías internas que eran como la razón suficiente de una transformación en el sistema. Vimos a continuación, siguiendo a Rosny, que esos desequilibrios puntuales de la intensidad podían atribuirse a que toda cantidad intensiva debía considerarse como una comunicación entre series que relacionaba escalas heterogéneas de realidad. Esto nos llevó a precisar las nociones de *explicación-implicación*. De acuerdo a ellas, la intensidad cumplía un rol genético (de cualidades y extensiones) y trascendental (pues las cualidades y extensiones continuaban *envolviéndola*). Los fenómenos eran así un *efecto* de simetría que *ocultaba*, pero no eliminaba, su origen disimétrico.

Esto nos condujo al análisis de los caracteres de la intensidad, donde una serie de interferencias matemáticas nos permitieron abordar

sus aspectos fundamentales, como su carácter ordinal, sintético, afirmador, relacional, heterogéneo. A través del tratamiento intuicionista y leibniziano-meinonguiano de la distancia, ella quedó caracterizada como una pura relación indivisible, pero pasible de definirse a partir de otras distancias vinculadas a través de su *cero*. Distinguimos *dos* tipos de “cero” relativo a la distancia: por un lado, distancia = 0 como distancia de una cualidad consigo misma; por otro lado, distancia = 0 como límite de un *continuum* virtual, por definición inalcanzable —pues ninguna distancia interpolada es la menor posible— pero por relación al cual una serie de distancias heterogéneas podía ordenarse y definirse. La primera acepción de cero tenía que ver con la extensión cualitativa explicada, que sin embargo implicaba (de modo secundario) a la intensidad. La segunda acepción remitía a la Idea, límite ideal de las intensidades *envueltas* unas en otras en profundidad, siguiendo el orden (primario) de la implicación.

En efecto, hacia allí conduce el desarrollo textual deleuziano de los tres caracteres de la intensidad, cuando luego de distinguir entre las multiplicidades explícitas y las implícitas, aborda el *spatium* intensivo. Si la diferencia en intensidad no era propiamente cualitativa ni propiamente cuantitativa, esto se debe a que ella *creaba* las extensiones y las cualidades *explicándose*. La intensidad posee sin embargo *distancias*, a las cuales corresponden las cualidades y extensiones, pero de modo tal que en ellas se anula la presencia manifiesta de su origen disimétrico. La diferencia en intensidad crea así una diversidad de dominios empíricos, siendo cada dominio “un sistema parcial extenso cualificado”,⁸⁹ regido por una *ley de la naturaleza*; pero esos dominios remiten al principio trascendental que los engendra, el caos de la diferencia en sí misma, caracterizada como Eterno Retorno:

El principio trascendental no rige ningún dominio, pero da el dominio a regir al principio empírico; da cuenta de la sumisión del dominio al principio. Es la intensidad la que crea el dominio,

⁸⁹ DR, p. 310 [360].

y lo da al principio empírico siguiendo el cual ella se anula (en él). Ella es el principio trascendental que se conserva en sí fuera del alcance del principio empírico. Y, al mismo tiempo que las leyes de la naturaleza rigen la superficie del mundo, el eterno retorno no cesa de rugir en esta otra dimensión, la de lo trascendental o *spatium* volcánico.⁹⁰

La intensidad crea dominios empíricos en los que se explica, cada uno de los cuales posee sus leyes, sus métricas propias. Pero a la vez ella *se conserva en sí*. ¿Qué significa esta conservación? Ella no puede permanecer idéntica, pues es “diferencia en sí misma”: las distancias implicadas en las extensiones no son unidades irreducibles idénticas a sí mismas. El modo de conservación de la diferencia en sí misma es el caos del Eterno Retorno, donde las diferencias dejan de ser captadas por relación a las identidades que las explican, y reenvían al estado caótico y coexistente de todas las series intensivas *en acto*, caracterizado como *complicación*.⁹¹ En este estado, la sensibilidad es llevada a su límite, y con ella, el pensamiento: “A través de la cadena rota o del anillo tortuoso, somos conducidos violentamente del límite de los sentidos al límite del pensamiento, de lo que solo puede ser sentido a lo que solo puede ser pensado”.⁹² Bajo estos motivos nietzscheanos, reaparece en *Diferencia y repetición* la relación entre las facultades, que envuelve la relación entre sus “objetos más altos”: la intensidad y la Idea, lo insensible que solo puede ser sentido, y lo impensable que solo puede ser pensado. Analizamos ya a una y a otra por separado, a partir de las interferencias matemáticas que las caracterizan en sus propiedades esenciales. Nos queda por analizar el detalle de su relación recíproca. Hacia allí nos dirigimos.

⁹⁰ DR, pp. 310-311 [360].

⁹¹ Cf. DR, p. 161 [192], p. 359 [414].

⁹² DR, p. 313 [363].

Capítulo VI

El complejo ontológico de la
indi-drama-diferen^t_ciación¹

Schelling lo veía quizá más claro: sabía que el pensamiento no estaba encapsulado en un cerebro, que podía estar por todas partes... afuera... en el rocío de la mañana

GILLES CHÂTELET

La dualidad virtual-actual constituye la naturaleza *doble* de todo objeto o sistema. Como vimos, ella no evoca dos realidades separadas, sino dos aspectos o planos inseparables e íntimamente imbricados en el proceso de producción de lo real, que es un proceso de diferenciación de la diferencia. Este proceso se da únicamente en y por el entrelazamiento de esos planos, según su régimen de diferencias específico:

Mientras que la diferenciación *determina* el contenido virtual de la Idea como problema, la diferenciación *expresa* la actualización de ese virtual y la constitución de soluciones (por integraciones locales). La diferenciación es como la segunda parte de la diferencia, y hay que formar la noción compleja de diferen^t_ciación para designar la integridad o la integralidad del objeto. La *t* y la *c* son aquí el rasgo distintivo o la relación fonológica de la diferencia en persona. Todo objeto es doble, sin que sus dos mitades se asemejen, una es la imagen virtual, la otra es la imagen

¹ Una versión reducida de algunos contenidos de este capítulo ha sido previamente publicada en: Santaya, Gonzalo, “Deleuze y la onto-topología de la expresión: el pliegue como movimiento fundamental de la ontología de la inmanencia”, en *Ágora. Papeles de filosofía*, 40(2), 2021, pp. 185-205.

actual. Mitades desiguales impares. La diferenciación tenía dos aspectos por su cuenta, que corresponden a las variedades de relaciones y a los puntos singulares dependientes de los valores de cada variedad. Pero la diferenciación a su vez tiene dos aspectos, uno que concierne a las cualidades o especies diversas que actualizan las variedades, otro que concierne al número o las partes distintas que actualizan los puntos singulares.²

Para actualizarse, la diferencia debe ser diferenciada. Esto no implica una especie de degradación ontológica, donde la *c* “emana” de la *t* (lo actual de lo virtual), o viene “después”, o vale “menos”. Lo virtual necesita de lo actual para diferenciarse, como lo actual necesita de lo virtual para diferenciarse (para producir novedad, vivificándose, remontando la destinación de todo sistema empírico parcial hacia la nivelación o la muerte). No es lo virtual en sí mismo, sino la diferenciación de lo virtual lo que causa las formas estables en el plano empírico actual. Y la *intensidad* es ese agente diferenciador: desde su dualidad interna (implicante-implicada) ella constituye espacios y tiempos dinámicos correspondientes a singularidades ideales. Los términos en los que cristaliza lo empírico (las cualidades estables, la espacialidad rígida, la diferencia numérica de los individuos, la identidad, las relaciones exteriores de los objetos de la experiencia, etc.) resultan de la *explicación* de distancias intensivas, que, a su vez *implican* otras, en una profundidad de diferencias sin término.

La intensidad aparece entonces en los últimos apartados del Capítulo V de *Diferencia y repetición* como la fuerza que *efectúa* la pura potencialidad de la Idea, desencadenando la *dramatización*, la diferenciación de lo virtual. Esta fuerza no se ejerce desde un mero apéndice subsidiario o derivado de la Idea, pero tampoco desde un condicionamiento impuesto por las formas estables resultantes de su proceso. La intensidad no está formalmente determinada por lo virtual, ni teleológicamente orientada por lo actual. Ella trabaja *determinando* ciertas relaciones y singularidades

² DR, pp. 270-271 [315-316]; las cursivas son nuestras.

virtuales a actualizarse, y para eso, *creando* espacio-tiempos correspondientes sin semejanza con esas relaciones y singularidades. Este trabajo, independiente de la diferencia virtual y de sus formas actualizadas, es el *principio de individuación* de la ontología deleuziana:

El proceso esencial de las cantidades intensivas es la individuación. La intensidad es individuante, los factores intensivos son factores individuantes. [...] La individuación es el acto de la intensidad que determina a las relaciones diferenciales a actualizarse, siguiendo líneas de diferenciación, en las cualidades y extensiones que ella crea. Así, la noción total es la de: indi-diferen- $\frac{t}{c}$ iación (indi-drama-diferen- $\frac{t}{c}$ iación).³

En este capítulo, vamos a desglosar y analizar el detalle de este barroco concepto, indi-drama-diferen- $\frac{t}{c}$ iación, que condensa la relación entre lo virtual, lo intensivo y la actualización. A diferencia de los capítulos previos, nuestra exégesis no descansa ahora sobre una reconstrucción de fuentes matemáticas citadas por Deleuze. De hecho, al desarrollar los conceptos propios de la dramatización y la individuación —al final de los Capítulos IV y V de *Diferencia y repetición*, respectivamente—, las interferencias extra-filosóficas que habitan el texto migran hacia la biología —más precisamente, hacia la embriología.⁴

Nuestra exégesis no seguirá, sin embargo, estas fuentes biológicas, sino que persistirá en el ámbito de las interferencias matemáticas. Avanzamos entonces sobre nuestra hipótesis de lectura, abordando el proceso ontológico de la diferenciación en clave *topológica*. Hemos analizado la dialéctica de lo virtual siguiendo los trabajos matemáticos de Leibniz, Weierstrass, Lautman, Poincaré, Galois, Riemann, entre otros. Vimos también que la estética de las intensidades no era ajena a importantes referencias matemáticas, como Klein, Brouwer o Cantor. Todos estos grandes nombres convergen en la historia de la topología.

³ DR, pp. 316-317 [367-368].

⁴ Cf. DR, pp. 277-280 [322-326] y pp. 319-323 [370-375]. Lo veremos en nuestra última sección.

A pesar de no mencionar explícitamente a la topología en *Diferencia y repetición*, numerosas menciones permiten justificar este enfoque. Por un lado, deben recordarse las menciones a una posible “topología trascendental”, que Deleuze hace en trabajos previos y posteriores a su obra del 68.⁵ La topología se revela no solo como una disciplina que trabaja más explícita o más implícitamente en interferencia con gran parte de la obra deleuziana, sino que provee elementos para dar una caracterización de conjunto de la ontología desarrollada en *Diferencia y repetición* (una entre otras posibles), permitiendo articular nociones fundamentales al deleuzismo como las de expresión, individuación y pliegue.

Desde los trabajos de Poincaré, la matemática en Francia está singularmente atravesada por la topología, pero es probable que fuera Jacques Lacan quien despertara el interés de Deleuze en esta área. Sin dudas, las sofisticadas elaboraciones topológicas sobre la constitución del aparato psíquico desarrolladas a partir de la década del 60 son importantes, dada la influencia de Lacan en la obra deleuziana.⁶ Deleuze encuentra inspiración en la topología para abordar la relación entre el Ser y el pensar, inspiración que puede ya rastrearse en su trabajo con los filósofos sobre quienes elabora su obra monográfica,⁷ y que encuentra su máxima expresión en su concepto maduro de Plano de inmanencia. Nociones topológicas como las

⁵ Como señalamos en la Introducción, la primera aparición de una “topología” en clave ontológica se daba en la obra del 62 sobre Nietzsche, donde ella daba lugar a una tipología de las figuras de la mala conciencia (cf. NP, pp. 120-153 [149-187]). Importantes menciones a la topología aparecen también en numerosos artículos deleuzianos de fines de los 60, como la reseña sobre *La individuación* de Simondon (cf. ID, p. 123 [118]), “El método de dramatización” (ID, p. 133), la contribución al coloquio sobre Nietzsche en los *Cahiers de Royamont* n° VI (ID, p. 165 [157]), o el célebre artículo sobre el estructuralismo del 72 (ID, pp. 243-244 [227-228]). En la *Lógica del sentido*, y en numerosas obras de la década del 80, la topología es invocada en puntos decisivos de la argumentación —lo veremos a lo largo del desarrollo de este capítulo, que pretende dar un marco general sobre cómo entiende Deleuze el término “topología” en esas argumentaciones.

⁶ Para una breve introducción en español a la topología lacaniana puede verse el libro de Nasio, Juan David, *Topologías*, trad. de José Luis Etcheverry, Buenos Aires, Amorrortu, 2007.

⁷ Cf. Santaya, Gonzalo, “Sobre la topología conceptual como práctica de la ontología”, en Heffesse, Solange, Pachilla, Pablo y Schoenle, Anabella, *Lo que fuerza a pensar. Deleuze: ontología práctica*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2019, pp. 45-56.

de variedad, frontera, superficie, conexión, pliegue, aparecerán a través de toda su obra. Nos interesa mostrar cómo ellas intervienen en el proceso de actualización de la Idea.

En este capítulo, tras un breve recorrido histórico-conceptual de la topología, plantearemos la cuestión de la *afinidad* entre la Idea y la intensidad, como dos tipos de multiplicidad (virtual e intensiva) anudados en torno a la noción de *potencia*. Mostraremos a continuación cómo esta potencia común se realiza en el proceso de *expresión*, de naturaleza topológica, como *torsión* —producida por la intensidad— entre un expresante (individuo) y un expresado (Idea). Desarrollaremos, finalmente, la naturaleza topológica de los dinamismos espacio-temporales que la expresión desencadena en la dramatización de la Idea. Estas etapas del recorrido están contenidas en la noción total de indi-drama-diferen- $\frac{t}{c}$ iación.

VI.I.- Breve reseña histórico-conceptual de la topología

VI.I.1- Algunos conceptos fundamentales de topología conjuntista

Si bien la topología es una rama relativamente joven de la matemática⁸ sus raíces pueden remontarse a Leibniz. Ella encuentra su auge durante el siglo XX, tanto por sus creaciones originales específicas, como por abarcar y sistematizar numerosos problemas provenientes de distintas áreas. “Aquí y allá”, escriben Boyer y Merzbach, “la topología pasa al primer plano durante

⁸ Morris Kline centra la sistematización principal de la topología en 1872, con el *Programa de Erlangen* de Klein, si bien aclara que, como en la mayor parte de las ramas de la matemática, se recorrieron muchas etapas que solo posteriormente fueron consideradas como perteneciendo a esa nueva teoría (cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., p. 1530). Boyer y Merzbach, por su parte, escriben: “Algunos dicen que la topología comenzó con el *analysis situs* de Poincaré; otros que se remonta a la teoría de conjuntos de Cantor o tal vez al desarrollo de espacios abstractos. Aún otros ven a Brouwer como el fundador de la topología, especialmente por sus teoremas de invariancia topológica de 1911 y su fusión de los métodos de Cantor con los del *analysis situs*” (Boyer, Carl Benjamin y Merzbach, Uta, *A history of mathematics*, op. cit., p. 569).

el siglo XX como una de las materias que parecía unificar casi la totalidad de la matemática, proveyéndola de una cohesión inesperada”.⁹ De hecho, los elementos matemáticos vistos a lo largo de este trabajo se reencuentran y reestructuran en el campo de la topología.

De manera muy general, suele caracterizarse a la topología como la geometría donde el espacio es elástico, donde las figuras pueden padecer transformaciones del tipo estiramientos, contracciones, pliegues o deformaciones diversas, sin romperse ni agujerarse; o bien, donde las figuras pueden ser seccionadas, plegadas y pegadas por distintas partes; o bien, como “geometría + tiempo”, considerando al tiempo como factor de transformación en un flujo de variación continua sobre las figuras geométricas. El término “topología” (etimológicamente “ciencia o estudio de los lugares”) se aplica tanto a la disciplina como a sus objetos de estudio: un conjunto, una figura o estructura puede ser llamada “topología”. En términos generales, estos objetos son *variedades* o *multiplicidades*.

Dentro de la topología, existe una diferencia de enfoque que constituye dos abordajes relativamente independientes: la topología general o conjuntista, y la topología algebraica o combinatoria. En esta sección introducimos algunas nociones fundamentales desde la perspectiva de la topología conjuntista, basada en el concepto de “vecindad” o “entorno”. Un conjunto, tal como queda definido por los axiomas de la teoría de conjuntos, no es necesariamente un conjunto topológico, así como una colección de puntos no forma por sí misma un espacio. Es preciso determinar un *modo de conexión* entre esos puntos. En este sentido, el matemático Maurice Fréchet estudia en 1906 la formación de espacios a partir de *funcionales*: funciones que relacionan dos conjuntos cuyos elementos son a su vez funciones (siguiendo ideas presentes en el trabajo de Riemann).¹⁰ Fréchet hizo notar que la conexión entre los puntos de un espacio no tiene por qué ser

⁹ *Ibíd.*, p. 570.

¹⁰ Sobre la noción de funcional, cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., pp. 1422 y ss.

euclidiana. Como vimos en nuestro Capítulo III, el entorno de un punto P se define a partir de la métrica euclidiana como el conjunto de puntos que rodean a P según la función de distancia dada por la suma de los cuadrados de las coordenadas. Pero es posible definir topologías de entornos que no sigan esta regla, e incluso que carezcan de una métrica homogénea. Esta idea fue generalizada por Felix Hausdorff, en una obra de 1914 titulada *Fundamentos de teoría de conjuntos*, a través de una serie de axiomas:

1. Para cada punto x existe al menos un entorno $U(x)$, y cada entorno $U(x)$ contiene al punto x
2. Si $U(x)$ y $V(x)$ son dos entornos del mismo punto x , debe existir un entorno $W(x)$ que es un subconjunto de ambos
3. Si el punto y yace en $U(x)$, debe existir un entorno $U(y)$ que es un subconjunto de $U(x)$
4. Para dos puntos diferentes x e y , hay dos entornos $U(x)$ y $U(y)$ sin puntos en común.¹¹

Lo fundamental en un espacio son los modos de conexión entre entornos de sus puntos (*lugares*), que se traducen en relaciones métricas. Mediante el concepto de entorno pueden definirse algunas de las nociones básicas de la topología, como por ejemplo las de “abierto” (un conjunto cuyos puntos están todos rodeados por entornos que pertenecen al conjunto, sin incluir un punto límite) y cerrado (un conjunto que incluye a su frontera como subconjunto). La condición de que un conjunto sea cerrado es que incluya todos sus *puntos de acumulación*, o de frontera, es decir, los puntos que lo limitan. Dado un espacio topológico S , y es un punto de acumulación de S si contiene una secuencia de puntos $x_1, x_2, x_3, \dots$, que *converge* en y . En ese sentido, el punto de acumulación es una generalización de la noción de *límite* —esencial para la fundamentación del cálculo diferencial—, y permite definir el punto o la línea (o el plano, etc.) de *corte* o clausura de un espacio. Los puntos límite definen la *frontera* de ese espacio,

¹¹ Boyer, Carl Benjamin y Merzbach, Uta, *A history of mathematics*, op. cit., p. 570.

separándolo de un espacio “complementario” (el cual es siempre un abierto). El ejemplo típico de un abierto es el del intervalo $0 < x < 1$, que al no incluir los puntos 0 y 1 puede aproximarse a esos extremos tanto como se desee sin límite; mientras que $0 \leq x \leq 1$ es el conjunto cerrado que incluye sus puntos de frontera, 0 y 1.

Es importante también el concepto de *transformación continua*: una correspondencia tal que a cada punto de un espacio de partida (dominio) se asocia un único punto de un segundo espacio (imagen), tal que para todo entorno del dominio corresponde un entorno de la imagen. A partir de aquí, puede definirse un *homeomorfismo* (del griego, “misma forma”) como una función que vincula dos espacios mediante una correspondencia biunívoca de sus puntos en los dos sentidos, es decir, una transformación *continua* que a la vez es *reversible*.¹² De ahí la definición intuitiva de la topología como “geometría de espacio elástico”: un homeomorfismo mapea una transformación entre dos espacios o dos figuras, y la tarea fundamental de la topología es el estudio de espacios homeomorfos, es decir, que mantienen su estructura topológica tras una transformación continua. Este estudio permite clasificar figuras de lo más disímiles a través de sus invariancias topológicas.

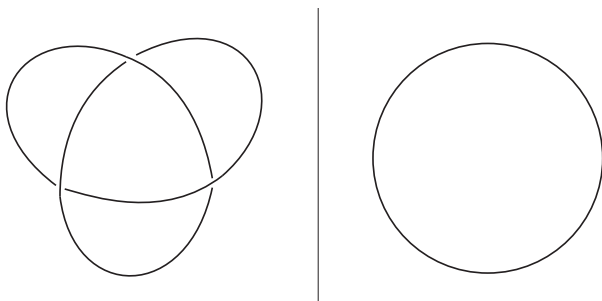


Ilustración 24: trebol en $\mathbb{R}^3$ y círculo en $\mathbb{R}^2$ (tomado de Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et existence en mathématiques*, op. cit., p. 49)

¹² Sobre estos conceptos puede verse Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., pp. 1532-1533.

Un homeomorfismo puede definir un mapeo biunívoco entre dos figuras sin que esto implique la posibilidad de una deformación continua intuitiva de una en la otra, pues para poder representarnos intuitivamente el mapeo, es necesaria la condición adicional de que ambas figuras estén *inmersas* en el mismo plano o espacio. Por ejemplo, un círculo y un nudo de tipo trébol (ilustración 24) son homeomorfos y, sin embargo, no pueden ser llevados uno a otro por deformación continua, pues el trébol posee puntos tales que sus líneas se cruzan *sin intersección*, por encima o por debajo una de otra, mientras que el círculo ocupa un espacio de dos dimensiones. Este ejemplo ilustra el concepto topológico de *inmersión*: una figura puede estar inmersa en un espacio de 1, 2, 3... o n dimensiones, y las deformaciones que puede padecer en cada caso no son las mismas, a pesar de que la figura sí lo sea. Recíprocamente, hay figuras que no pueden ser representadas en un espacio de 2 o 3 dimensiones, y plantean un desafío a la intuición al requerir su inmersión en un espacio ambiente de 4 (o más) dimensiones. Se distingue entonces entre “las propiedades topológicas intrínsecas de una figura, esto es, las propiedades que se conservan bajo todos los mapeos topológicos de la figura, y las propiedades restantes, que dependen de la situación de la figura en el espacio, y que son preservadas solo bajo mapeos topológicos de todo el espacio”.¹³

Ya podemos dar una definición de *variedad* o *multiplicidad* topológica: se trata de un espacio topológico, cada uno de cuyos puntos posee un entorno homeomorfo a un conjunto abierto en $\mathbb{R}^n$. Estos homeomorfismos se denominan *cartas* o *mapas* de la variedad, en tanto mapean cada uno de sus fragmentos hacia un espacio de tipo euclidiano. El conjunto de todos los mapas de una variedad conforma un *atlas*, que la caracteriza

¹³ Seifert, Herbert, y Threlfall, William, *A Textbook on Topology*, Nueva York, Academic Press, 1980, p. 3. Tomamos esta cita del manual de topología retomado por Lautman, quien extrae de allí también los ejemplos para su análisis de los esquemas de estructura de propiedades intrínsecas e inducidas (problemas matemáticos que Lautman interpreta en términos del contrapunto leibniziano-kantiano en relación a la teoría del espacio, contrapunto al cual Deleuze da una gran importancia en *Diferencia y repetición*).

globalmente. Si bien esto resuena con el concepto riemanniano de multiplicidad, debe aclararse que una multiplicidad riemanniana es un caso especial de una multiplicidad topológica, que supone la condición adicional de poseer un espacio tangente a cada uno de sus puntos, que lo vuelve *diferenciable* en todos ellos, y donde cada punto está equipado con una estructura tensorial que determina una variación *suave* de punto a punto.

VI.1.2- Topología combinatoria y algunos objetos topológicos célebres

Los principales antecedentes históricos de la perspectiva *combinatoria* en topología constituyen las fuentes más afines a Deleuze (Leibniz, Riemann, Poincaré, Brouwer). La topología combinatoria estudia estructuras topológicas asociándoles una estructura algebraica, por ejemplo, una estructura de grupos.¹⁴ Mediante el análisis del grupo de una figura, la topología algebraica presenta procedimientos para determinar sus propiedades de manera *intrínseca*, sin referirla a un espacio ambiente. Los procedimientos de la topología algebraica han sido elogiados por Lautman como un aporte revolucionario contra la concepción kantiana del espacio como medio extrínseco al concepto,¹⁵ pues ella permite expresar la orientación global de una variedad en términos puramente ecuacionales. Así, Lautman parece más inclinado a pensar el espacio por la vía leibniziana, en la cual las propiedades de la situación de una figura *en* el espacio son determinadas completamente por las propiedades de su estructura *interna* (el espacio *de* la figura). En particular, la orientación —propiedad *exclusivamente intuitiva* para Kant—, es expresada ecuacionalmente a través del grupo algebraico de transformaciones de una figura dado por su triangulación.

¹⁴ Como bibliografía general, introductoria y asequible de esta rama de la topología, remitimos al clásico de Fréchet, Maurice, y Fan, Ky, *Introducción a la topología combinatoria*, Buenos Aires, Eudeba, 1959.

¹⁵ Cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et existence en mathématiques*, op. cit., pp. 51-52.

Esta rama de la topología se remonta a la empresa leibniziana de un *analysis situs* o *geometría situs*, pensada como una operatoria sobre las propiedades básicas de las figuras geométricas, con una simbología tal que permitiera establecer fácilmente comparaciones, transformaciones y operaciones desde un punto de vista intrínseco a la figura.

En una carta a Huygens de 1679 [Leibniz] explica que no le satisface el estudio de propiedades geométricas mediante coordenadas porque, aparte del hecho de que este método no era directo ni bello, se refería a magnitudes, mientras que «Creo que nos falta otro tipo de análisis propiamente geométrico o lineal que exprese directamente la localización (*situs*), así como el álgebra expresa la magnitud.» Los pocos ejemplos que da Leibniz sobre lo que se proponía construir implicaban aún propiedades métricas, aunque él aspiraba a construir unos algoritmos geométricos que suministrasen la solución de los problemas puramente geométricos.¹⁶

Un ejemplo del tipo de propiedades que Leibniz tenía en mente es lo que se conoce como “característica de Euler”: cualquiera sea el número de vértices (V), aristas (A) y caras (C) de un poliedro convexo, se obtiene que $V - A + C = 2$. Los poliedros, de hecho, constituyen una de las principales herramientas para caracterizar variedades topológicas, y los avances de Riemann, Poincaré y Brouwer en topología se deben en gran medida a generalizar la característica de Euler hacia el estudio de variedades más complejas, como veremos en breve.

Además de la disertación de 1854, analizada en nuestro capítulo III, los tratados de Riemann sobre funciones de una variable compleja y funciones abelianas desarrollan ideas fundamentales apoyándose en la noción de *análisis situs*.¹⁷ Riemann procede, mediante la disección de variedades, a

¹⁶ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., p. 1536 (la cita de Leibniz está en *Math. Schriften*, 1 Abt., vol. 2, 1850, pp. 19-20).

¹⁷ Cf. *ibid.*, p. 1540.

estudiarlas en porciones *simplemente conexas*. Intuitivamente, el concepto de conectividad simple remite a la ausencia de “agujeros” en un espacio. Esto se visualiza al dibujar en la variedad curvas cerradas (lazos) y contraerlas de manera continua hasta un punto. La esfera es el paradigma de una multiplicidad simplemente conexa: cada curva cerrada dibujada sobre ella puede contraerse hasta un punto de manera continua (como muestra la ilustración 25); el toroide, en cambio, no es simplemente conexo puesto que, al poseer un agujero, ciertas curvas cerradas dibujadas sobre él no pueden contraerse hasta un punto sin “romper” su superficie (ilustración 26).

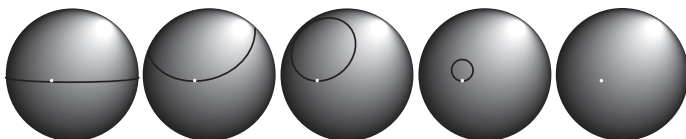


Ilustración 25: lazos sobre una esfera en 2 dimensiones, llevados a un punto por deformación continua, mostrando la conexidad simple de esta figura

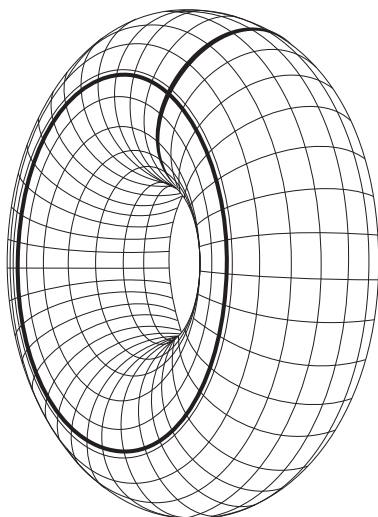


Ilustración 26: las curvas cerradas dibujadas sobre el toroide –que no pueden deformarse sobre la figura hasta un punto– indican su orden de conexión

Utilizando esta idea, Riemann procede a definir el *orden de conexión* de una variedad: se trata de un número que representa una propiedad topológica invariante, y que permite clasificar las variedades (de dos o más dimensiones). Para ello, *triangula* la superficie en cuestión (la disecciona en porciones triangulares simplemente conexas), y encuentra una relación algebraica entre ellas que remite a la característica de Euler. Así como la característica de Euler (ese número constante que generalizaba la relación entre vértices, caras y aristas de un poliedro regular) mostraba una propiedad constante de toda construcción poliédrica (no importa el número de triángulos que compongan la figura, su característica es siempre 2), la característica de Euler-Poincaré muestra una propiedad constante de las distintas variedades topológicas en función de su cantidad de “asas” o agujeros:¹⁸ figuras con la misma cantidad de agujeros pueden así considerarse topológicamente equivalentes. Es decir, existe un homeomorfismo que conduce de una a la otra.

La triangulación de una superficie permite también caracterizar su *orientabilidad* o *no orientabilidad*: “una superficie orientable es aquella que se puede triangular de manera que cada triángulo (curvilíneo) puede ser orientado de tal forma que cada lado común a dos triángulos tiene orientaciones opuestas inducidas sobre él por las de los dos triángulos”.¹⁹ En otras palabras, una superficie es orientable si puedo desplazar un triángulo sobre ella de modo tal que al volver a pasar por el mismo punto la figura no se ha invertido (el triángulo

¹⁸ Seguimos aquí la explicación de Luciano Boi: “Sea F una triangulación de un dominio regular $D \subset S$ de una superficie S , se designará mediante F el número de triángulos (de caras), por A el número de costados (aristas), y por Σ el número de vértices de la triangulación. El número $F - A + \Sigma = \chi$ es llamado la característica de Euler-Poincaré de la triangulación. A partir de este resultado pueden establecerse algunas proposiciones generales [...]. Este es un hecho matemático de gran interés porque permite una clasificación topológica de las variedades ($d \geq 2$) compactas contenidas en $\mathbb{R}^3$. En efecto, en el caso de la esfera la característica de Euler-Poincaré χ es 2, para el toroide (esfera con una «asa») es 0, para el toroide doble (esfera con dos asas) ella es -2, para el n -toroide (esfera con n asas), es $2(n - 1)$ ” (Boi, Luciano, *Le problème mathématique de l'espace*, op. cit., pp. 142-143).

¹⁹ Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., p. 1542.

sigue “apuntando” en la misma dirección). La mayoría de las superficies con las que lidiamos intuitivamente son orientables.

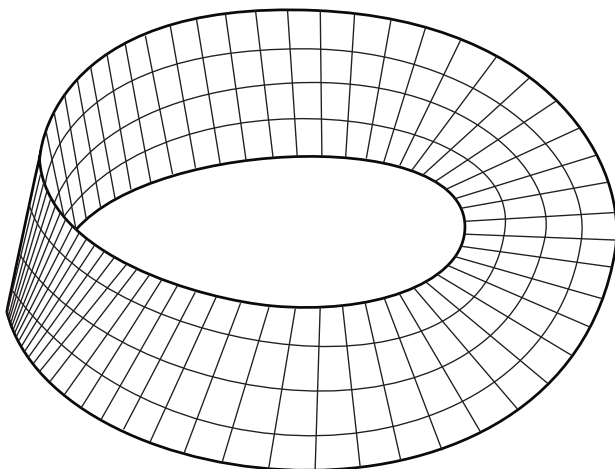


Ilustración 27: cinta de Möbius

Un ejemplo célebre del caso contrario está dado por la cinta de Möbius (ilustración 27), descubierta en el año 1858 independientemente por dos discípulos de Gauss.²⁰ La cinta de Möbius es la primera superficie de *una sola cara* estudiada por la matemática. Esta unilateralidad implica que es una superficie *no orientable*: no puede distinguirse un “lado” positivo y uno negativo. Desplazando un triángulo por su superficie, paralelamente a su frontera, este habrá invertido su orientación (apunta en sentido opuesto) al volver a pasar por el punto de partida. *La frontera de este objeto consiste en una sola línea*, homeomorfa a un círculo, pero inmersa en un espacio de tres dimensiones, como ocurría con el *nudo* de la ilustración 24. Para pensarlo comparativamente, señalemos que el cilindro es la figura

²⁰ August Möbius (1790-1868) y Johann B. Listing (1808-1882; este último fue quien acuñó el término “topología”); cf. *ibíd.*, p. 1539.

orientable más próxima a la cinta de Möbius: si bien ambas pueden construirse fácilmente “enrollando” y “pegando” las dos aristas opuestas de un rectángulo, el cilindro posee una frontera que determina inequívocamente un adentro y un afuera. Un triángulo que rote a lo largo de una de sus caras mantendrá una orientación constante.

Otro ejemplo célebre de una superficie unilateral es el objeto topológico conocido como “botella de Klein”. Al igual que la cinta de Möbius, se trata de una superficie no orientable: el adentro y el afuera son estrictamente coincidentes. En una botella “normal” (superficie homeomorfa a un cilindro, con un disco cerrando uno de sus extremos), el adentro y el afuera están separados por una línea de *frontera*, el círculo del “pico” de la botella, a través del cual se llena y se vacía. La botella de Klein carece de frontera y, por lo tanto, de espacio complementario: es un espacio que *se contiene a sí mismo*. Un modo de construirla es unir dos cintas de Möbius mediante sus respectivas fronteras, cosa que no puede hacerse en el espacio euclidiano. Esto hace que la botella de Klein sea solo representable en el espacio tridimensional como intersectándose a sí misma (es imposible representarla en nuestro espacio intuitivo sin auto-intersección). De hecho, establece un espacio de 4 dimensiones, donde puede pasar *a través* de sí misma sin agujerarse. Un hipotético habitante de ese espacio podría recorrer la botella de manera continua sin encontrar obstáculos a sus desplazamientos. Si tomamos un cilindro, y lo doblamos hasta “pegar” sus círculos extremos, obtenemos un toroide; ahora bien, si pegáramos esos círculos torsionando previamente uno de ellos hasta invertir su sentido, obtendríamos este espacio paradójico, sin adentro ni afuera, que se contiene a sí mismo (ilustraciones 28, 29).

Ilustración 28: botella de Klein (imaginada como el desplazamiento de un círculo)

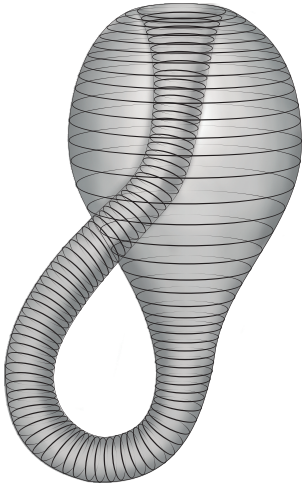
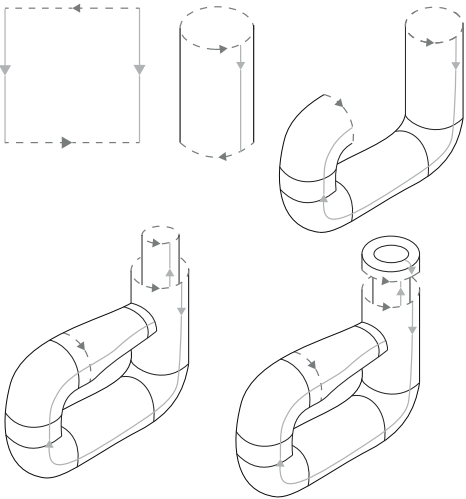


Ilustración 29: construcción de botella de Klein a partir de un cuadrado. Las flechas indican el sentido de conexión de sus lados. Para que los círculos extremos puedan satisfacer ese sentido, la figura debe torsionarse (si las flechas de las líneas punteadas apuntaran inicialmente en el mismo sentido, la construcción resultaría en un toroide, construible sin auto-intersección en $\mathbb{R}^3$)



Así describe Luciano Boi el complejo espacio de la botella de Klein:

En $\mathbb{R}^4$ es posible realizarla sin auto-intersección. Es posible entender la estructura de la botella de Klein «visualizándola» en un espacio de 4 dimensiones; basta imaginarse que en el lugar donde la superficie se auto-intersecta, en realidad, la botella pasa «por debajo» y «por encima» en el sentido de esta cuarta dimensión, y por lo tanto, no se auto-intersecta. Puede considerarse de algún modo que la botella de Klein es una superficie que hace un «nudo». En tanto que superficie (objeto de 2 dimensiones), necesita 4 dimensiones para hacer un nudo, así como a una curva (objeto de una dimensión) le hacen falta 3 dimensiones para hacer un nudo.²¹

En efecto, el trébol (ilustración 24) es un tipo de nudo homeomorfo al círculo pero que no puede “habitar” el espacio del círculo. En tanto curva cerrada, es una variedad 1-dimensional y solo puede representarse en el plano como intersectándose a sí misma. Pero es fácil mostrar por qué esta representación es insuficiente: basta tomar un cordón y anudarlo para ver que sus “cruces” no son intersecciones, pues en ellas, el cordón pasa por encima y por debajo de sí mismo. Así como una línea necesita un espacio 3-dimensional para anudarse, la botella de Klein (en tanto *superficie anudada*) precisa 4 dimensiones, y lo que vemos en su representación tridimensional como intersección en realidad no es tal. Se trata de un espacio cerrado y de una sola cara, sin frontera (sin adentro ni afuera), donde la orientación no es posible. La imaginación encuentra en seguida límites a la representación en una imagen simple de este tipo de figuras, pero esto no ha dejado de motivar técnicas de visualización y de cálculo que se complementan y avanzan a la par en la actividad topológica.

El método más usual consiste trazar los poliedros *inscritos* en la figura, *desplegarla* luego y estudiar las combinaciones de los

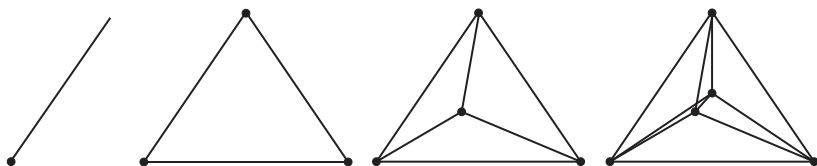
²¹ Boi, Luciano, *Morphologie de l'invisible*, Limoges, Presses Universitaires de Limoges, 2011, p. 40.

componentes de los distintos poliedros, construyendo grupos de permutaciones entre sus aristas. Imposible no recordar el método exhaustivo de Eudoxo y Arquímedes, que procedía por este mismo principio (en curvas 2-dimensionales), por inserción de triángulos sucesivamente encajonados en las curvas, estableciendo propiedades aritméticas entre ellos para calcular las áreas. Era también por triángulos que Riemann establecía la fórmula de la distancia para definir las vecindades de su multiplicidad (utilizando la fórmula pitagórica de la suma del cuadrado de las coordenadas, llevada a n dimensiones). La topología no lleva la triangulación a una serie infinita, sino que la utiliza en un procedimiento *finito*, constituyendo grupos de transformaciones para estudiar propiedades cualitativas de las variedades. Brouwer sistematizó este método a través de la noción de “complejo simplicial”, que, de acuerdo con Lautman, constituye “el objeto de estudio de la topología”.²²

El *simplex* es el elemento básico de este complejo: se trata de una generalización a n -dimensiones de la noción de *triángulo*. Así, un 0-simplex (simplex en dimensión 0) es un punto, un 1-simplex es un segmento, un 2-simplex un triángulo, un 3-simplex un tetraedro, y un n -simplex, un triángulo de n dimensiones. (La ilustración 30 muestra la sucesión desde un 1-simplex hasta un 4-simplex.) Un complejo simplicial es un conjunto finito de simplex tales que se intersectan entre sí mediante vértices, caras o puntos en común, y tales que cada vértice y cara de cada simplex es a su vez un simplex que pertenece al conjunto.²³ Ellos traducen las propiedades topológicas a operaciones algebraicas con grupos de elementos de 0, 1 y 2 dimensiones (puntos, líneas, triángulos). Variedades de mayores dimensiones exigirán una descomposición en complejos con simplex de un mayor número de dimensiones.

²² Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et existence...*, op. cit., p. 53. “Naturalmente, no se distingue entre un complejo y las figuras que le son topológicamente equivalentes. [...] Se demuestra asimismo que la mayor parte de los objetos de la topología son complejos [simpliciales]” (*ibíd.*, p. 55).

²³ Cf. Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad hasta nuestros días*, op. cit., p. 1547.

Ilustración 30: 1-simplex, 2-simplex, 3-simplex y 4-simplex representados en $\mathbb{R}^3$ 

Intuitivamente, los complejos simpliciales son estructuras que permiten visualizar las posibilidades de *pliegue*, *despliegue* y *repliegue* de espacios topológicos. Cada punto, cada vértice de un simplex puede determinar una zona de pliegue. Así como los polígonos inscriptos en el método de Eudoxo, llevados al infinito, constituían una curvatura, los simplicios permiten descomponer y recomponer espacios n -dimensionales de curvaturas variables. La “triangulación” de superficies, entonces, se generaliza para variedades topológicas n -dimensionales mediante una “descomposición simplicial” del complejo topológicamente equivalente a la figura.

La operación con complejos implica una combinatoria: se construye para el conjunto de los simplex una serie de grupos de transformaciones interrelacionados (cada uno englobando todos los simplex de una misma dimensión presentes en el complejo) que exploren las diferentes orientaciones posibles del conjunto. Mediante el uso de estas operaciones, Poincaré y Alexander desarrollaron una serie de teoremas célebres conocidos como “de dualidad”.²⁴ El teorema de Poincaré muestra las invariancias topológicas de una misma variedad considerada en su inmersión en dos espacios de dimensiones diferentes, mientras que el de Alexander lo hace comparando una variedad a su *espacio complementario* en $\mathbb{R}^n$. A partir de sumergir una variedad topológica V en el espacio euclidiano $\mathbb{R}^n$, y luego

²⁴ Sobre estos teoremas, cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et existence...*, op. cit., pp. 56-60, y Kline, Morris, op. cit., pp. 1547-1554.

sustraerlo, nuevas propiedades de V pueden ser descubiertas al estudiar las transformaciones sufridas por $\mathbb{R}^n$ tras la inmersión. El punto de vista intrínseco sobre el estudio de las propiedades topológicas se topa aquí con la necesidad de considerar a la figura en un espacio ambiente o circundante. Así —retomando la apreciación de Lautman sobre el debate Leibniz-Kant—, la preeminencia del punto de vista intrínseco de la topología combinatoria se ve puesta en entredicho: “Parece como si la topología no pudiera desarrollarse sino dando la razón a Leibniz, pero constantemente ella reencuentra hechos que le dan la razón a Kant y la obligan así a buscar nuevos métodos”.²⁵ En este sentido, la topología pone de manifiesto una interacción dinámica y una determinación recíproca entre una figura y su espacio ambiente, o entre lo interior y lo exterior, donde ambos se modifican mutuamente.

Para lo que sigue interesa particularmente, por un lado, este carácter relativo que establecen lo interior y lo exterior: en ningún caso estos términos designan propiedades absolutas sino relativas a los dinamismos (triangulaciones, construcción de lazos, inmersiones, etc.) que pueden operarse en cada caso en las estructuras consideradas. Por otro lado, interesa el carácter dinámico de la *visualización* topológica, que trabaja en interferencia con la *conceptualización* de sus objetos, como si la imagen y el concepto entraran en una zona de indiscernibilidad relativa que permite extraer nuevas determinaciones y construcciones matemáticas pasando la una dentro del otro, y a la inversa.²⁶

²⁵ *Ibid.*, p. 60.

²⁶ NOTA SOBRE EL DIAGRAMA. Este ejercicio de visualización se corresponde con el “pensamiento diagramático”. Se trata de la puesta en acto de una experiencia de pensamiento que trabaja en una zona de indiscernibilidad relativa entre el concepto y la imagen. Ella comienza a ser conscientemente explorada y desarrollada por el físico Richard Feynman, quien introdujo en su trabajo diagramas científicos “no simplemente para ilustrar los cálculos, sino para «pensar» la física” (Dupuis, Joachim, Gilles Deleuze, Félix Guattari et Gilles Châtelet. *De l'expérience diagrammatique*, París, L'Harmattan, 2012, p. 139; cf. también Boi, Luciano, *Morphologie de l'invisible*, op. cit., pp. 187 y ss.). La de los diagramas es una historia de las interferencias entre la geometría, el álgebra y el análisis, una sucesión de desajustes y resonancias entre modos de plantear ecuaciones y procedimientos para construir imágenes correspondientes (o viceversa),

VI.1.3- Singularidades, potenciales y catástrofes

La teoría de las singularidades juega un rol esencial en la topología. Como hemos visto, las singularidades de una curva o superficie definen los puntos estructurantes de esos espacios, determinando el curso y la disposición de los puntos ordinarios que los rodean. La teoría de las singularidades recibió una importante contribución de Poincaré con su trabajo de 1881 sobre la teoría *cualitativa* de las ecuaciones diferenciales, donde desplazaba el estudio cuantitativo en virtud del estudio de la existencia, naturaleza y distribución de puntos singulares en el campo vectorial definido por funciones de dos variables independientes. Los puntos singulares eran aquellos en que las ecuaciones diferenciales de esa relación tendían al infinito, e inducían un comportamiento global en los puntos ordinarios circundantes. Así como el número de agujeros define una propiedad topológica de una superficie, también lo hace el número y distribución de singularidades para una curva. Entre 1895 y 1904, Poincaré realiza una serie de publicaciones fundacionales en topología, entre los que se cuenta su teorema de dualidad. El estudio cualitativo de ecuaciones diferenciales y

como si desde el método exhaustivo de Eudoxo hasta los complejos simpliciales de Brouwer, una misma práctica imaginativo-conceptual superara las barreras de lo expresable en cada etapa histórica de la ciencia. El matemático y filósofo Gilles Châtelet da un papel fundamental al pensamiento diagramático. “La experiencia del pensamiento llevada a su límite es una experiencia diagramática, donde se vuelve manifiesto que un diagrama es en sí mismo su propia experiencia. Los gestos que capta y sobre todo los que suscita no están dirigidos hacia las cosas, sino que participan de una línea de diagramas, de un devenir técnico” (Châtelet, Gilles, *Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie*, París, Seuil, 1993, p. 36). En palabras de Luciano Boi, los diagramas constituyen un pensamiento plástico de las formas, o una “semiodinámica del espacio y el tiempo”, que “abre la vía a nuevos métodos de visualización de objetos y fenómenos inaccesibles a la percepción inmediata y a la simple experiencia figurativa” (Boi, Luciano, *Morphologie de l'invisible*, op. cit., p. 13). Estas ideas pueden haber sido sugeridas a Deleuze a través de la lectura de Vuillemin. Analizando el trabajo de Riemann en la ideación de espacios matemáticos a partir de su teoría de las funciones en el plano complejo, Vuillemin destaca la plasticidad de la relación entre concepto e intuición que revelan las matemáticas modernas: “Es también el carácter simbólico de la intuición matemática lo que explica su plasticidad. Por muy abstracta que sea una idea, puede encontrarse una ilustración en la imagen. Pero es a condición de usar la imagen misma como un lenguaje, cuya percepción requiere más que la facultad de la vista, la comprensión de las convenciones que la definen y de las abstracciones que ella requiere” (Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, op. cit., p. 312).

singularidades se prolonga, en el itinerario intelectual de Poincaré, hacia el auge del *analysis situs*.

Siguiendo este legado, Brouwer contribuye con distintos aportes. El más conocido es tal vez su “teorema del punto fijo”, que se funda en estudios sobre singularidades. Brouwer había demostrado que no pueden existir campos vectoriales continuos sobre una esfera de dimensión par que no tengan al menos un punto singular. A partir de allí, estudia transformaciones continuas donde esas singularidades devienen siempre necesariamente puntos “fijos”, es decir, tales que mantienen una posición idéntica antes y después de una transformación.²⁷ De acuerdo a este teorema, ciertas transformaciones topológicas de un espacio —que pueden ser mapeadas a través de un campo vectorial, considerando la posición de partida y de llegada de cada punto a través de vectores— contienen siempre un punto fijo, que se revela como un punto singular estructurante del campo. Pensemos, por ejemplo, en el café girando al revolver la taza: el espacio del fluido está en transformación continua, cada punto sigue una trayectoria, pero el centro de rotación, relativamente fijo, es un punto singular en el sistema. Las transformaciones de superficies topológicas representadas a partir de campos vectoriales brindan modelos matemáticos para mapear estados y modificaciones de sistemas dinámicos de distintos tipos y de dimensiones múltiples. El avance, durante el siglo XX, de las matemáticas de la complejidad, la teoría del caos o la geometría fractal dan cuenta de un enfoque novedoso en matemática, trabajando en interferencia con problemas de distintos campos, y generando herramientas de gran versatilidad, para las cuales el nacimiento de la topología y la teoría de las singularidades marca un punto de inflexión.

²⁷ “Si denotamos por $f(x)$ el transformado de un punto x , un punto fijo es el que verifica $f(x) = x$; para todo punto x podemos considerar el vector que va de x a $f(x)$, y entonces en el caso de un punto fijo el vector sería cero y dicho punto un punto singular del campo vectorial resultante. El teorema fundamental sobre existencia de puntos fijos es debido a Brouwer, se aplica a un n -simplex n -dimensionales [...], y afirma que toda transformación continua de un n -simplex en sí mismo tiene al menos un punto fijo” (Kline, Morris, *op. cit.*, p. 1556).

Hablamos bastante ya del carácter *estructurante de un espacio* que presentan los puntos singulares, pero quisiéramos dedicar algunas páginas al trabajo de un matemático francés, contemporáneo a Deleuze, y cuya obra encuentra potentes interferencias con nuestro filósofo. Se trata de René Thom (1923-2002), creador de la “teoría de las catástrofes”: una aplicación de esquemas topológicos al estudio de transiciones o cambios discontinuos en sistemas dinámicos de distinta índole. Siguiendo la definición de Woodcock y Davis: “Una catástrofe, en el sentido amplísimo que Thom le da al término, es cualquier transición discontinua que ocurre cuando un sistema puede tener más de un estado estable o cuando puede seguir más de un curso de cambio. La catástrofe es el «salto» de un estado o curso a otro”.²⁸ Si bien desde un punto de vista estrictamente matemático y topológico la “catástrofe” remite a la *singularidad* de un sistema, la preocupación de Thom era menos el aspecto “puro” de la matemática que su posibilidad de aplicación a otros campos disciplinares. La teoría de las catástrofes surge en interferencia con otras ciencias, y en particular con la embriología. Los espacios topológicos, con sus agujeros, pliegues e intercambios dinámicos entre el adentro y el afuera, fueron una fuente de inspiración para los embriólogos de mediados del s. XX, que deseaban pensar la morfogénesis de los seres vivientes a partir del huevo.

En los años 50, Paul Weiss, un especialista americano en la biología del desarrollo, observó los pliegues situados a intervalos regulares en los mitocondrios, las estructuras productoras de energía dentro de todas las células animales, y sugirió que su disposición estaba gobernada por los valores máximo o mínimo de una reacción química periódica. En estas «crestas y valles de las condiciones favorables (a la reunión de los pliegues)», concluyó recientemente, «encontramos el fenómeno de la emergencia de las singularidades en un sistema dinámico: puntos o líneas o planos únicos...».²⁹

²⁸ Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, *Teoría de las catástrofes*, trad. de Marta Sansigre, Madrid, Cátedra, 1986, p. 49.

²⁹ *Ibíd.*, p. 39. Weiss es una de las fuentes embriológicas tomadas por Deleuze en DR, p. 322 [373].

Algunos años antes de estas declaraciones de Weiss, el embriólogo Conrad Waddington había señalado la necesidad de introducir operadores topológicos en los esquemas biológicos para abordar la dinámica del huevo: “nociones tales como plegamiento a lo largo de una línea, perforación de agujeros...”.³⁰ Thom llegó a entrar en contacto con Waddington tras interesarse en las posibles aplicaciones de la topología a la embriología, e incluso ha afirmado que los orígenes de su teoría se deben a una súbita inspiración al contemplar una representación a escala del fenómeno embriológico de la gastrulación.³¹

En términos matemáticos, la teoría de las catástrofes busca presentar modelos para describir fenómenos con discontinuidades, inabordable para las herramientas del cálculo diferencial clásico (centrado en funciones continuas). Propone un estudio cualitativo de los sistemas: no interesa tanto la variación cuantitativa, sino los umbrales y saltos entre regímenes de variación continua cualitativamente diferentes entre sí, transiciones entre estructuras heterogéneas, pasibles de ser mapeadas por un mismo sistema topológico.³² La matemática, como herramienta para la construcción de diversos modelos de análisis, no se ha centrado solo en la biología, sino que provee modelizaciones generales para pensar la génesis, la estabilidad y la destrucción de fenómenos geológicos, mecánicos, atmosféricos, hidráulicos, fisiológicos, e incluso lingüísticos y sociológicos.³³

“Toda la «filosofía» de la teoría de las catástrofes [...] tiende justamente a esto: se trata de una teoría matemática que se esfuerza, frente a

Para una aproximación al proceso de gastrulación (primer pliegue embrionario), cf. Weiss, Paul, *Principles of Development. A text in experimental embryology*, Nueva York, Henry Holt & co., 1939, pp. 171-172.

³⁰ Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, *Teoría de las catástrofes*, op. cit., p. 38.

³¹ Cf. Thom, René, *Paraboles et catastrophes. Entretiens sur les mathématiques, la science et la philosophie*, París, Flammarion, 1983, p. 45.

³² *Ibid.*, p. 60.

³³ Esta pretensión de multidisciplinariedad le ha valido numerosas críticas a Thom y sus seguidores, acusados de cierta “herejía científica” por parte de distintos representantes de la comunidad intelectual. Al respecto, cf. Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, op. cit., pp. 78-96.

cualquier dato experimental, en construir el objeto matemático más simple que pueda *engendrarlo*”.³⁴ La teoría de las catástrofes es morfogenética, entendiendo por ello “todo proceso creador (o destructor) de formas”.³⁵ Complementario a esto, la *estabilidad estructural* es una preocupación central de esta teoría, tras la constatación de que todo sistema relativamente estable tiende por su cuenta a estados de desequilibrio que inducen en él transformaciones cualitativas globales, y que pueden derivar en el paso a un nuevo estado estable.³⁶

El factor fundamental para el estudio de las catástrofes está en los *potenciales* de un sistema dinámico. Como vimos en nuestro Capítulo IV, todo sistema dinámico debe poseer algún tipo de diferencia de potencial que motive sus dinamismos, estableciendo zonas de desequilibrio cuya tendencia a un valor mínimo es la ocasión para el surgimiento de un nuevo fenómeno en el sistema. La diferencia de potencial puede ser de naturaleza muy diversa, de acuerdo a la naturaleza del sistema considerado: eléctrica, térmica, química, pero también instintiva (fisiológica), afectiva, psíquica, económica, etc. (“Esos potenciales son ciertamente más complejos y mucho más difíciles de medir, pero no son menos reales por ello”).³⁷ La modificación del potencial genera una *perturbación* capaz de desviarlo de su estado de equilibrio, motivando una transformación global del sistema hacia una reconfiguración del potencial definido por un nuevo estado de equilibrio, al cual tenderá el conjunto siempre y cuanto no sea expuesto a nuevas perturbaciones.

Si una función matemática representa un potencial que define un cierto régimen estable (donde la variación tiende a un mínimo,

³⁴ Thom, René, *Paraboles et catastrophes*, op. cit., p. 66; cursivas nuestras.

³⁵ Thom, René, *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, París, Christian Bourgois éd., 1980, p. 10.

³⁶ De hecho, el libro donde Thom presenta su teoría se titula *Estabilidad estructural y morfogénesis*, y fue terminado en 1968, si bien algunos avatares editoriales hicieron que se publicara recién en 1972.

³⁷ Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, op. cit., p. 51.

bajo una singularidad de tipo “atractor”), el ejercicio de Thom consiste en analizar los casos en que los valores de las distintas variables del sistema modifiquen notablemente (“perturben”) el régimen de la primera, generando un cambio en la configuración del potencial, para estudiar el comportamiento del sistema: “dada una «forma» geométricamente definida por el gráfico de una función $F(x)$, por ejemplo, nos proponemos saber si esta función es «estructuralmente estable», es decir, si perturbando la función F suficientemente poco, la función perturbada $G=F+\delta F$ tiene aún la misma forma (topológica) que la función F inicial”.³⁸

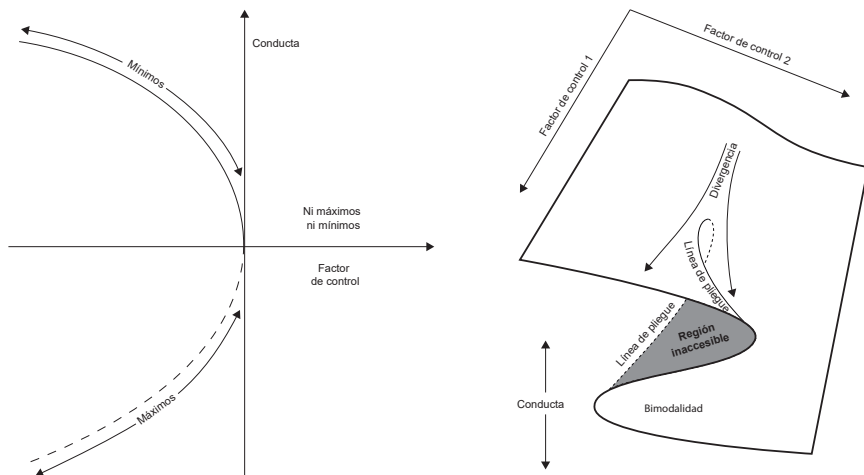
El conjunto de funciones utilizadas para definir el potencial del sistema constituye la estructura matemática para modelarlo; se trata de una familia de funciones con un cierto número de variables “de estado” y un cierto número de variables “de control”, una variedad multidimensional donde algunos factores (variables “de control”) determinan el comportamiento del sistema, y los factores restantes representan ese comportamiento. Thom estudió diferentes construcciones matemáticas a partir de esta idea, y llegó a clasificar siete “catástrofes elementales”.

[C]ada modelo resume la aparición y desaparición de estabilidad, pero lo hace de una forma estable. Esto es posible, como descubrió Thom, porque los puntos de equilibrio para clases generales de ecuaciones pueden representarse como desdoblamientos de las singularidades topológicas y porque para cada una de las siete singularidades más simples solo hay un desdoblamiento estable: hay otros posibles, pero se «derrumban» en la forma estable con la menor perturbación.³⁹

³⁸ Thom, René, *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, op. cit., p. 10.

³⁹ Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, op. cit., p. 59.

Ilustración 31: las dos catástrofes elementales básicas: el pliegue (izquierda) y la cúspide (derecha). Cada punto de estas variedades representa un “estado” del sistema dinámico. La singularidad funciona como “atractor” (atrayendo hacia sí el sistema) o como “bifurcación” (marcando un desdoblamiento entre dos regímenes posibles)



De estas siete singularidades salen siete estructuras topológicas que modelizan diferentes modos de perturbación de potencial en un sistema previamente estable hacia un nuevo estado estable. La lista de catástrofes depende de la cantidad de factores de control y de factores de estado en juego. El tipo más simple de catástrofe, que implica un factor de cada tipo, fue bautizada por Thom como *el pliegue*. Le siguen, en orden de complejidad creciente, la cúspide, la cola de milano, la mariposa, la umbílica hiperbólica, la umbílica elíptica y la umbílica parabólica. La ilustración 31 representa los dos tipos más básicos de catástrofes. El pliegue posee solo dos dimensiones (un factor de control y uno de estado), y constituye la base de todas las subsiguientes, de modo que cada catástrofe no es sino *una acumulación de pliegues*.⁴⁰

⁴⁰ “La catástrofe en cúspide contiene dos catástrofes en pliegue unidas en una singularidad topológica, el punto donde comienza el doblez. Del mismo modo, la cola de milano contiene

El pliegue describe “la destrucción de un atractor, y su captura por un atractor de potencial menor”,⁴¹ es decir, la tendencia del sistema a minimizar el potencial lo lleva a su *punto cero*, punto de inflexión que “atrae” el sistema hacia el estado de equilibrio. El pliegue, por sí mismo, encuentra escasas aplicaciones, mientras que la cúspide las acapara casi todas (las restantes tuvieron menos éxito en la descripción de modelos).⁴² La cúspide describe un espacio de tres dimensiones, dos de ellas factores de control como variables independientes que pueden aumentar o disminuir. Cada punto del espacio así constituido determina un “estado” del sistema a modelizar. La singularidad se sitúa en el punto en el que comienza la línea del doblez deformando la superficie plana, y para trayectorias del sistema que se aproximen a ese punto, la bifurcación puede darse hacia dos estados estables posibles. Atravesada la bifurcación, la ulterior conexión entre los puntos del sistema puede implicar un “salto cualitativo” que atraviesa sin continuidad la “región inaccesible” hacia otro punto de la superficie. Esto implica un cambio de estado del sistema.

El diagrama de las catástrofes, entonces, posee todos los estados posibles de un sistema definido por los factores en juego. Pero no da información sobre la magnitud de los fenómenos que mapea: no es una representación a escala, no posee *a priori* una *métrica*, no contiene información cuantitativa, sino solo cualitativa. *Las singularidades no nos dicen nada sobre la magnitud de las distancias que ellas articulan. No hay distancia en topología* (tampoco el campo vectorial da información sobre la medida de las curvas integrales que le servirán de solución, sino solo de las singularidades que modelizan las zonas o lugares cualitativamente disímiles de ese sistema). Las magnitudes estarán dadas por la cuantificación

una catástrofe de tipo cúspide y una en pliegue unidas en una singularidad más compleja... y así sucesivamente” (*ibíd.*, pp. 69-70). En PLB, pp. 22-23 [27], Deleuze enumera las catástrofes de Thom, haciendo énfasis en el pliegue, la fundamental. Sobre esta clasificación, cf. Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, *op. cit.*, p. 61.

⁴¹ Thom, René, *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, *op. cit.*, p. 15.

⁴² Cf. Thom, René, *Paraboles et catastrophes*, *op. cit.*, p. 73.

correspondiente a las variables del caso (en la medida en que ellas sean cuantificables y metrizables). Las catástrofes, en abstracto, sirven para visualizar, en un esquema geométrico, diferentes posibilidades de “actualización” de un sistema definido por un potencial. En su declarado gusto por la filosofía, René Thom llega a describirlo en términos que nos reencauzan hacia el fin de nuestra investigación:

Toda situación inestable es fuente de indeterminación, pero nosotros queremos parametrizar todas las «actualizaciones» posibles de las virtualidades contenidas en una situación inestable, que representamos matemáticamente con una singularidad, aunque cada actualización corresponde a un «camino» particular que sale del origen O en el espacio $\mathbb{R}^r$ de los parámetros de control...⁴³

Los pliegues de un espacio topológico no se reducen entonces a modelizar pliegues empíricos de superficies actuales. Por el contrario, definen un espacio intensivo, determinado por singularidades que establecen potenciales. Como veremos a continuación, la potencia es un concepto fundamental en *Diferencia y repetición*, actuando como un vínculo de la mayor importancia entre la Idea y la intensidad. La pura potencialidad virtual de la Idea, que se vinculaba con la emisión de singularidades, está enlazada a la profundidad intensiva, cuyas distancias envuelven cada vez una singularidad para un sistema en vías de explicación. La singularidad es un *punto de pliegue ontológico*. Lo visto hasta aquí, relativo a la topología, minará de interferencias todo el análisis que sigue sobre la relación de esos conceptos deleuzianos, llevando a caracterizar la naturaleza topológica del Ser en la ontología de la diferencia, y las diferentes individuaciones o modalidades del Ser como pliegues.

⁴³ *Ibíd.*, p. 70.

VI.II.- Diferen^t_ciación: potencialidad virtual y potencia intensiva

Es hora de abordar las relaciones concretas entre la estructura ideal y la dinámica intensiva, el juego de lo virtual y su actualización. Ese juego complejo aparece al final de la “noción total” de indi-drama-diferen^t_ciación, donde la “t” y la “c” remiten a dos procesos complementarios (pero distinguidos en la ontología) del proceso de actualización o diferenciación de la diferencia. Las nociones desarrolladas en la sección previa nos servirán para pensar ese juego como un trazado de líneas que realizan una estructura topológica dándole una forma extensiva, pero de tal modo que, al mismo tiempo, ellas modifican esa estructura que realizan. La estructura es un virtual diferenciado que se actualiza diferenciándose, y que determina un potencial de actualización en permanente mutación, pues emite nuevas singularidades a la vez que expresa las existentes.

La cuestión de la potencia es particularmente importante en este punto —la intensidad aparecía anunciada al final del Capítulo IV de *Diferencia y repetición* como ese factor que “efectúa el tercer aspecto de la razón suficiente, el elemento de potencialidad de la Idea”.⁴⁴ De hecho, la “relación de potencias” entre la Idea y la intensidad es uno de los primeros conceptos que aparecen cuando Deleuze refiere —ya en el Capítulo V— a la “afinidad” entre las cantidades intensivas y las diferenciales. Esta afinidad se funda

sobre la confrontación de dos tipos de relaciones, relaciones diferenciales en la síntesis recíproca de la Idea, relaciones de intensidad en la síntesis asimétrica de lo sensible. La síntesis recíproca $\frac{dy}{dx}$ se prolonga en la síntesis asimétrica que liga y a x. El factor intensivo es como una derivada parcial, o la diferencial de una función compuesta. Entre la intensidad y la Idea se establece toda una corriente de intercambio, como entre las dos figuras correspondientes de la diferencia. Las Ideas son multiplicidades virtuales, problemáticas o «perplejos»,

⁴⁴ DR, p. 285 [332].

hechas de relaciones entre elementos diferenciales. Las intensidades son multiplicidades implicadas, o «implejos», hechas de relaciones entre elementos asimétricos, que dirigen el curso de actualización de las Ideas y determinan los casos de solución para los problemas. Así la estética de las cantidades intensivas desarrolla cada uno de sus momentos en correspondencia con la dialéctica de las Ideas: la potencia de la intensidad (profundidad) está fundada en la potencialidad de la Idea.⁴⁵

Este pasaje retoma y comprime en pocas líneas una densa amalgama de conceptos centrales: la síntesis recíproca de la Idea (la relación diferencial) “prolongándose” en la síntesis asimétrica de la intensidad, presentada aquí como enlazando dos variables, x e y , tal como una *función* matemática —caracterizada ahora como una “derivada parcial”; por otro lado, la Idea y la intensidad presentadas como dos tipos de multiplicidades (“perplejos” e “implejos”), y como las dos regiones del campo trascendental (“dialéctica” y “estética”); finalmente, ambos tipos de multiplicidad presentados bajo una relación de *fundación* entre potencias: la profundidad (potencia intensiva) fundada en la potencialidad ideal.

Ya en nuestro primer capítulo vimos cómo Deleuze caracterizaba al elemento dx como “pura potencia”, y a la relación diferencial como “elemento puro de la potencialidad”,⁴⁶ siguiendo tácitamente a Hegel en la idea de que el cálculo diferencial operaba sobre funciones cuyas variables implicaban una *diferencia de potencia*. Hegel daba como ejemplo la función $\frac{y^2}{x} = p$, indicando que la relación de una variable con otra a una potencia diferente (x e y^2 , por ejemplo) constituía no un *cuanto* sino una relación *cualitativa*. La potencialidad, según Deleuze, se jugaba en la capacidad de la Idea de dar origen a una “Idea de la Idea”, tejiendo una red de funciones interconectadas en una *serie de potencias* como distintos *grados* de una relación diferencial ($\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots$). Los *puntos singulares* que surgían de ahí determinaban

⁴⁵ DR, p. 315 [365].

⁴⁶ DR, p. 227 [268].

puntos de corte y articulación entre series ideales heterogéneas, marcando variaciones notables o “saltos”, accidentes topológicos del campo vectorial determinado por las series (o, como venimos de ver, puntos de “cambio de potencial”, donde la función o el sistema se transforma cualitativamente).

Todo esto es retomado por Deleuze cuando indica que la profundidad, o potencia de la intensidad, *está fundada en la potencialidad de la Idea*. La profundidad intensiva, que *efectúa* la potencialidad ideal,⁴⁷ es el elemento de una síntesis asimétrica, como puesta en resonancia entre órdenes de magnitud, escalas o *potencias* heterogéneas. Por un lado, envuelve o implica distancias indefinidamente; por otro lado, desenvuelve o explica *algunas* de esas distancias, que se desarrollaban en extensión bajo una cualidad actual. En este desarrollo, la potencia intensiva se vuelve presa de la entropía: la diferencia de potencial que determina una síntesis asimétrica se anula en la producción de un fenómeno. Se trata de la tendencia a cero como agotamiento de las cantidades intensivas explicadas en extensión.

Pero ese potencial no se anula de modo absoluto, sino solo relativamente al punto de vista de la explicación: el fenómeno, o el sistema, como vimos, continúa envolviendo distancias heterogéneas que comunican las unas con las otras en el *spatium*, teniendo por límite el “grado cero” de la intensidad: la singularidad, o la potencialidad de la Idea, *que funda la potencia intensiva*. El *vaivén* intensivo (implicación-explicación-implicación...) presupone este circuito de retroalimentación virtuosa donde el surgimiento y agotamiento de un sistema implica a su vez la generación de nuevos potenciales y desequilibrios productores de nuevos sistemas. Así como el elemento puro de la cuantitabilidad se correspondía con cantidades extensivas (como “género próximo del número”), y el elemento puro de la cualitabilidad, con cualidades actuales, el elemento puro de la potencialidad se corresponde con la potencia intensiva, y, por lo tanto,

⁴⁷ Según lo expresado en DR, p. 285 [332].

con el doble proceso de implicación-explicación. *La explicación efectúa la cuantitabilidad y cualitabilidad ideales en cualidades y extensiones actuales, mientras que la implicación efectúa la potencialidad al comunicar y ordenar distancias intensivas (asimetrías o desequilibrios de potencial).* Lejos de traducirse en la dualidad clásica “potencia-acto” (que remite a una suerte de esencia “no realizada” detrás de una apariencia fenoménica), la tríada “potencialidad-potencial-actualidad” se funde en un único proceso inmanente de *actualización*, donde la potencialidad está siempre ya realizándose como potencia (por eso, lo virtual es “real sin ser actual”), y la potencia es siempre ya en acto, desarrollando cualidades y extensiones mientras que “enrolla” (implica) otras potencias que realizan otras potencialidades, en un *spatium* intensivo sin término primero o último.

Tanto la potencialidad de la Idea como la comunicación intensiva son entonces series “inagotables”. La explicación de la intensidad —y, por lo tanto, la actualización de la Idea— es siempre necesariamente *parcial*, procede por partes, por “grados” intensivos, por sistemas locales. Toda explicación oculta un aspecto trascendental por el cual envuelve distancias inexplicadas; toda actualización oculta un aspecto de trascendencia, propio del problema que resuelve. En este sentido, el pasaje previamente citado se refiere al factor intensivo como “una derivada parcial, o la diferencial de una función compuesta”.⁴⁸

⁴⁸ DR, p. 315 [365]. Sobre la historia de la noción de derivadas parciales y su vínculo con el desarrollo de nociones físicas, cf. Kline, Morris, *op. cit.*, pp. 666 y ss. El concepto de “función compuesta” —de menor relevancia, en nuestra opinión, dada la menor cantidad de conexiones que permite establecer con los conceptos matemáticos aquí desarrollados— remite a una función donde una variable es afectada por más de una operación, por ejemplo, $f(x) = \sqrt{\text{sen } x^2}$, donde el cuadrado de x es afectado por la operación trigonométrica “seno”, y todo ello sometido a raíz cuadrada. Esto produce un régimen de variabilidad más complejo que el dado por una función “simple” (por ejemplo, $\sqrt{x}$), y demanda un modo de derivación organizado “por partes” o por operaciones, utilizando lo que se conoce en análisis matemático como “regla de la cadena”. Tanto en el caso de las derivadas parciales como en el caso de las funciones compuestas, lo que parece interesarle a Deleuze es el *mayor grado de asimetría* que se da entre las variables que las componen: a mayor cantidad de variables y/o mayor cantidad de operadores, mayor asimetría, mayor diferencia de potencial o cantidad de potenciales en juego, y en consecuencia mayor cantidad de soluciones parciales posibles.

Una derivada parcial supone derivar *una parte* de una función de múltiples variables independientes, o más precisamente, en diferenciar esa función con respecto a *una* de sus variables, suponiendo a las restantes como constantes. Veamos un ejemplo: la función F se compone de dos variables independientes, x e y , conformando una 2-variedad:

$$F(x, y) = 3x^3y + 2x^2y^4$$

Esta función puede derivarse *parcialmente* de dos maneras: con respecto a x (considerando a y como una constante), o con respecto a y (considerando a x constante). Las derivadas parciales de F con respecto a x y con respecto a y son, respectivamente:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) = 9x^2y + 4xy^4, \quad \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) = 3x^3 + 16x^2y^3$$

En estas funciones, la notación ∂ simboliza la “diferencial parcial”, para contrastarla con el símbolo diferencial tradicional d . Recordaremos que Louis Rougier (como vimos en nuestro Capítulo IV) utilizaba la noción de “derivada parcial” para dar una definición técnica del “factor intensivo”:⁴⁹ un sistema físico es una *multiplicidad* representado por una función con una cierta cantidad de variables independientes; las derivadas parciales de la ecuación determinan los diferentes factores intensivos actuando sobre el sistema.⁵⁰ Una disimetría dada en alguno de esos factores motiva una transformación en el sistema, desde un estado de desequilibrio hacia un estado de equilibrio (implicación-explicación). La derivación parcial sirve en este caso para analizar las posibles evoluciones del sistema en ocasión de la variación o perturbación de alguno de sus factores energéticos.⁵¹

⁴⁹ Cf. Rougier, Louis, *op. cit.*, p. 98.

⁵⁰ Las ecuaciones derivadas parciales encuentran un amplio rango de aplicaciones físicas: el estudio de la propagación del sonido y el calor, la elasticidad, la dinámica de fluidos, la electromecánica, la mecánica cuántica, entre otros. Vimos el ejemplo de un sistema termodinámico en nuestro Capítulo IV.

⁵¹ El sistema físico es solo una aplicación posible de las variedades n -dimensionales definidas a

Es preciso notar la presencia del concepto de “multiplicidad” en el pasaje que estamos comentando, para ver cómo Deleuze tiene en cuenta sus desarrollos previos: por un lado, multiplicidades virtuales o “perplejos”, por otro lado, multiplicidades implícitas o “implejos”. El carácter de perplección remitía a la coexistencia virtual de elementos, relaciones diferenciales, y singularidades en la estructura de la Idea; el carácter de implicación remitía a las distancias comunicadas en el *implejo* de la profundidad intensiva. Ambos *tipos* de multiplicidad concurren en la conformación de los fenómenos: la multiplicidad ideal emite singularidades rodeadas por series virtuales engendradas y ordenadas en función de la potencialidad de la Idea; esta potencialidad *funda* la potencia de la profundidad intensiva *que la efectúa* en cantidades y extensiones, en especies y partes (individuos numéricamente distintos de un mismo género), a partir de un segundo tipo de multiplicidad: la multiplicidad *implícita*, compuesta de series heterogéneas de diferencias intensivas ordenadas, constituyendo una profundidad envolvente (un círculo de convergencia dentro del cual se integra o actualiza una parte de la variedad a través de la serie conformada por sus derivadas parciales).

En tanto red de elementos diferenciales, la Idea es un puro caos amorfo carente de efectividad, y cuya positividad reside en su condición problemática, que *fuera* a engendrar “soluciones”. En tanto *derivada*

partir de los espacios de Riemann; en una hipersuperficie o n -variedad tal, definida por n variables independientes, cada punto goza localmente de infinitos planos tangentes (en las infinitas vecindades de cada punto): aquí son los tensores —y no ya los vectores— los objetos matemáticos que permiten establecer la conexión variable entre los distintos puntos de la variedad. En estos casos, se utiliza la noción de *derivada covariante* (cf. Kline, Morris, *op. cit.*, pp. 1488 y ss.), que es una generalización de la noción de derivada parcial para variedades riemannianas inmersas en $\mathbb{R}^n$, y que permite pasar de las coordenadas rectilíneas (cartesianas) propias del cálculo tradicional a coordenadas curvilíneas, propias de esas variedades. Las derivadas covariantes permiten entonces, entre otras cosas, definir la traslación paralela de vectores a través de una superficie de curvatura variable, determinando esa curvatura y explorando los diversos tipos de conexión entre las vecindades de dos o más puntos, es decir, *efectuando la estructura topológica de la variedad, mediante la conexión de los entornos locales de ciertos puntos a través del trazado de líneas que permiten determinar sus relaciones de distancia*. En su descripción de los espacios de Riemann, Lautman otorga una gran importancia a este transporte de vectores paralelos (cf. Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure...*, *op. cit.*, pp. 45-48).

parcial, la intensidad desarrolla funciones, o regímenes de variabilidad relativamente estables —definidos como una *síntesis asimétrica* (diferencia de potencial) entre variables (x e y)— que efectúan esa potencialidad problemática “dirigiendo su curso de actualización” y determinando los “casos de solución para los problemas”.⁵² La perplicación, compuesta de relaciones diferenciales y singularidades, y la implicación, compuesta de profundidades y distancias, se comunican (entre ellas se genera “toda una corriente de intercambio”)⁵³ y determinan mutuamente. Mientras las distancias implicadas *se explican* en partes extensivas homogéneas, las relaciones y puntos perplicados *se actualizan* siguiendo líneas divergentes⁵⁴ en el movimiento creativo de la intensidad. La profundidad intensiva explica entonces algunas distancias en cualidades y extensiones, y comunica mutuamente estas explicaciones a través de sus diferencias:

en el pasaje de una cualidad a otra, incluso bajo un máximo de semejanza o continuidad, hay fenómenos de desacople y de estancamiento, choques de diferencia, distancias, todo un juego de conjunciones y disyunciones, toda una profundidad que forma una escala graduada más que una duración propiamente cualitativa.⁵⁵

Así, las líneas que actualizan el potencial o la virtualidad, estabilizando un sistema, no dejan de perturbar y perturbarse unas a otras, o de interferir con las líneas de otros sistemas, “despertando” otras potencialidades virtuales, lo cual genera nuevas inestabilidades de potencial y modificaciones en la estructura topológica (campo vectorial) del espacio correspondiente. No hay cualidades fijas sino “escalas graduadas” (distancias

⁵² DR, p. 315 [365].

⁵³ *Ibidem*.

⁵⁴ Siguiendo distintos pasajes de *Diferencia y repetición*, la actualización o diferenciación de la Idea se da mediante la creación de “líneas divergentes” en la estructura diferencial o ideal (cf. DR, p. 274 [319-320], p. 316 [366]), entre sus puntos singulares, cuya naturaleza “no se especifica sino por la forma de las curvas integrales en su vecindad” (DR, p. 271 [317]). Es por eso que “actualizar, diferenciar, integrar, resolver”, son para Deleuze términos sinónimos (DR, p. 272 [317]).

⁵⁵ DR, p. 307 [357].

ordenadas en profundidad) que subtienden *pasajes* cualitativos, disolución y génesis de nuevas cualidades. Mientras que la potencialidad ideal *funda* la potencia intensiva (profundidad), la intensidad *funda* la efectuación de la Idea en cantidades y cualidades. En el límite de este juego de mutua fundamentación, ambas parecen devenir realmente indiscernibles: el *continuum* de la perplicación virtual y la *implicación primera* de las distancias —en el caos del *spatium* intensivo, que Deleuze caracteriza técnicamente como *complicación*—, parecen fundirse en la indistinción radical del sin-fondo, o desfondamiento universal.⁵⁶

Pero la distinción entre profundidad y potencialidad, entre multiplicidades perplicadas e implícitas, propia del pensamiento deleuziano, buscaba caracterizar los niveles del proceso de la razón suficiente. Ellas constituyen *las dos potencias del campo trascendental*, que dan testimonio de la presencia de Schelling en la filosofía de la diferencia.⁵⁷ Pero la pregunta acerca de las relaciones específicas entre estas potencias no queda respondida por la invocación de los conceptos de *sin-fondo*, desfondamiento o caos universal. ¿No supone ese sin-fondo una confusión tal que acabaría por volver superflua la diferencia en el campo trascendental (cosa que Deleuze, precisamente, critica a Schelling)? ¿Tiene alguna de esas instancias (Idea e intensidad) una preponderancia o primacía en la ontología que permita zanjar esta cuestión? ¿En qué sentido? La respuesta a estas dificultades se encuentra, según veremos, en el concepto de *expresión*,

⁵⁶ La noción de des-fondamiento aparece en diversos pasajes de *Diferencia y repetición* —bajo potentes resonancias schellinguianas y nietzscheanas— en los cuales se llega a este límite de la razón suficiente diferencial. “Por «desfondamiento», hay que entender esta libertad del fondo no mediatizado, este descubrimiento de un fondo detrás de cada fondo, esta relación del sin-fondo con lo no fundado, esta reflexión inmediata de lo informal y de la forma superior que constituye el eterno retorno” (DR, p. 92 [116]).

⁵⁷ “Lo más importante en la filosofía de Schelling”, escribe Deleuze en el Capítulo IV, “es la consideración de las potencias” (DR, p. 246 [288]); y, más adelante, en el V: “Schelling sabía decirlo: la profundidad no se añade desde afuera a la longitud y al ancho, sino que permanece enterrada como el sublime principio del *diferendo* que las creó” (DR, p. 296 [344]). Al respecto, cf. Santaya, Gonzalo, “La potencia como medio de diferenciación en la inmanencia. Deleuze, lector de Schelling, lectores de Spinoza”, en *Areté*, 33(1), 2021, pp. 119-146.

desarrollado hacia el final del quinto capítulo de *Diferencia y repetición*, de la mano de la teoría de la *individuación* y la dinámica del *pliegue*.

VI.III.- *Indi-diferen^t_ciación*

VI.III.1.- *Individuación y expresión*

Intentamos seguir, en todas sus facetas, ese vínculo entre la potencialidad de la Idea y la potencia de la intensidad, que articula las mitades —virtual y actual— de todo objeto, constituyendo el complejo onto(topo)lógico de la indi-drama-diferen^t_ciación. La *individuación*, “proceso esencial de las cantidades intensivas”,⁵⁸ aparece en el primer término de esta “noción total”, como el elemento que *dirige o preside el curso de actualización de lo virtual*, el engaste entre esas mitades desiguales. Las preguntas que venimos de plantear, acerca del juego de la Idea y la intensidad, se acoplan en la teoría deleuziana de la expresión, que se basa en un *principio de individuación* propio a la filosofía de la diferencia.

Como vimos en la Interferencia #7, la teoría deleuziana de la expresión se delinea a partir de Spinoza. Pero también la filosofía de Leibniz es igualmente influyente en esta teoría. Siguiendo lo indicado en la *Lógica del sentido*, la individuación supone un sistema infinito de singularidades-acontecimientos que configura un mundo, que a su vez *no existe* sin individuos que *expresan claramente* un número finito de esas singularidades. “Los individuos son *proposiciones* analíticas infinitas: infinitas en aquello que expresan, pero finitas en su expresión clara, su zona de expresión corporal”.⁵⁹ Esto retoma tanto la concepción leibniziana de la relación mundo-mónada como la noción simondoniana de la individuación, en tanto proceso asociado a un *potencial*: “Un mundo puede ser infinito

⁵⁸ DR, p. 317 [367].

⁵⁹ LS, p. 143 [132].

en un orden de convergencia, y sin embargo tener una energía finita, y este orden ser limitado. Se reconoce aquí el problema de la entropía; porque es del mismo modo que una singularidad se prolonga sobre una línea de ordinarios y que una energía potencial se actualiza y cae a su nivel más bajo”.⁶⁰ Ahora bien, cada mundo, expresado por los individuos que agotan progresivamente el potencial definido por sus singularidades, no deja de estar en relación con *otros mundos*, a partir de un *elemento problemático* común, *acontecimiento puro*, que hace divergir mundos imposibles, a la vez que los enlaza y articula en la producción de nuevos mundos. A diferencia del sistema de Leibniz, donde la creación de *un mundo* descansa sobre la garantía del Dios moral, el sistema deleuziano admite la coexistencia y co-in-sistencia virtual de múltiples mundos en relación problemática. Así, si por un lado la superficie metafísica (el plano virtual de los acontecimientos) es a la vez un *efecto de la profundidad* de los cuerpos y sus mezclas, por otro lado, esta superficie *se efectúa* en individuos y estados de cosas, en un movimiento de vaivén cuyos polos divergen. Este juego de mutua efectuación parece replicar, desde otra perspectiva, aquel de mutua fundación que, en la sección anterior, descubrimos con la “potencia” en *Diferencia y repetición*.

La evocación, en este punto, del proceso de individuación como *expresión* se inserta en la problemática de las relaciones entre las dos mitades o potencias de la diferencia. La noción de “individuo” —recordemos— estaba ya presente en el primer momento de la Idea. De la mano del elemento indeterminado *dx*, el principio ontológico *parecía* hundirnos en un abismo de indistinción radical, eliminando toda posibilidad de una diferencia individual. Pero esto era solo en apariencia, porque la disolución de lo individual era el lugar de emergencia de determinaciones para la génesis de nuevas individuaciones. Siguiendo a Bordas-Demoulin, Deleuze consideraba “lo individual” de una función matemática como su generalidad (las variables en relación, *x*, *y*, etc.) y su particularidad (los resultados de asignar valores a esas variables): la función, en tanto *individuo*

⁶⁰ LS, p. 134 [124].

matemático, posee así una cualidad o *especie* (exponencial, polinómica trigonométrica, logarítmica, etc.), y cantidades o *partes* extensivas propias de esa especie (valores concretos de la función). Pero, también siguiendo a Bordas, lo *universal* de un individuo se hallaba siempre “envuelto” en él — el *continuum* de lo virtual eliminaba la individualidad, pero generaba una nueva, que expresaba lo universal de la anterior: la derivada. Lo universal lleva siempre lo individual consigo, y viceversa.

LA determinación de la Idea es una emisión de valores singulares que estructuran el espacio de una individuación. Las especies y partes que definen una individualidad remiten —en virtud de esa Idea que constituye lo universal a través de su red de determinación recíproca— siempre a otras especies y otras partes. Pero esta remisión indefinida *en* lo actual, de individuo a individuo, determinada por lo virtual, ocurre en virtud de las intensidades que expresan la Idea explicándose en esas especies y partes, y que se dividen y cambian de naturaleza indefinidamente. En el mundo de la pura diferencia, *cada parte remite siempre a otra especie*, sin llegar a partes mínimas o últimas, sin equilibrio final, sin medio ambiente último, sin homogeneidad asignable ni métrica *a priori*. En el límite de esta particular división intensiva yace la Idea, “cero absoluto” y pura potencialidad. Cada intensidad es una derivada parcial del *continuum* virtual, provista de una cierta potencia de actualización o diferenciación que extrae de ese virtual.

Venimos de ver cierta relación de fundamentación que hacía depender a la potencia intensiva de la potencialidad ideal. Pero vimos también que la intensidad determinaba a lo virtual a actualizarse. Deleuze indica que “los factores intensivos son factores individuantes. [...] La individuación es el acto de la intensidad que determina a las relaciones diferenciales a actualizarse, siguiendo líneas de diferenciación, en las cualidades y extensiones que ella crea”.⁶¹ Es decir que esas líneas, creadas por la intensidad —en tanto derivada parcial que integra localmente una *parte* de la

⁶¹ DR, pp. 316-317 [367-368].

multiplicidad virtual—, se dan a partir de un proceso intensivo de individuación que *determina a LA determinación ideal a actualizarse*. Cualidad y cantidad, o especie y partes de los individuos constituidos, son las dos caras de lo actual, que dependen de la actualización de la Idea, *la cual depende, a su vez, de la individuación*. La Idea no está individuada ni se individúa por sí misma. La diferencia no se diferencia a sí misma. Ella permanecería absolutamente inefectiva o improductiva sin el *acto* de la individuación. Y ese acto es potencia: potencia intensiva de actualización de una pura potencialidad, que la funda y que a su vez ella efectúa, en un juego de remisión mutua.

A partir de esto, y retomando terminología simondoniana, Deleuze distingue las dos nociones de “campo de individuación” y “campo pre-individual”:

El individuo se encuentra pegado a una mitad pre-individual, que no es lo impersonal en él, sino más bien el reservorio de sus singularidades. Bajo todos estos aspectos, creemos que la individuación es esencialmente intensiva, y el campo pre-individual, ideal-virtual, o hecho de relaciones diferenciales. [...] Es bajo la acción del campo de individuación que tales relaciones diferenciales y tales puntos remarcables (campo pre-individual) se actualizan, es decir, se organizan en la intuición siguiendo líneas diferenciadas en relación a otras líneas.⁶²

La interacción entre un campo de individuación intensivo y un campo pre-individual virtual no implica una anterioridad cronológica u ontológica de este con respecto a aquel. El propio texto deleuziano puede inducir a esta lectura en numerosos pasajes, por ejemplo, cuando afirma que el movimiento va “de lo virtual a su actualización, por intermedio de una intensidad determinante”, o que el “orden de las razones” es “diferenciación-individuación-dramatización-diferenciación (específica y orgánica)”.⁶³

⁶² DR, p. 317-318 [368].

⁶³ DR, p. 324 [375] y p. 323 [374]. Ciertamente es que el propio texto nos previene de sacar conclusiones apresuradas, cuando, luego de hacer estas dos afirmaciones, advierte: “Pero todavía no hemos avanzado en la dificultad principal” (DR, p. 324 [375]).

En este sentido, los procesos de la intensidad parecerían quedar relegados a una *mera mediación* entre lo virtual y lo actual (y estos dos, como planos tajantemente separados), o bien, a una *mera consecuencia* del virtual que actualiza. Pero esta lectura llega a verse trastocada hacia el final del *Diferencia y repetición*, precisamente en las páginas en las que Deleuze describe el proceso de la individuación a través del concepto de *expresión*.

“Por expresión entendemos, como siempre, esta relación que comporta esencialmente una *torsión* entre un expresante y un expresado, tal que lo expresado no existe fuera del expresante, aunque el expresante se relacione con aquel como con algo completamente otro”.⁶⁴ La paradoja final de *Diferencia y repetición* es que lo expresado (la Idea) no existe por fuera de su expresión (la relación de *torsión*) que la vuelve dependiente del expresante (la intensidad, o los factores individuantes), fuera del cual lo expresado no existe.⁶⁵ Tanto lo expresado (relaciones y singularidades virtuales) como el expresante (la profundidad intensiva), poseen en sí mismos una estructura compleja y articulada en diversos niveles, lo que vuelve a esa torsión expresiva una noción de gran complejidad ontológica. En el seno de esta complejidad se juega la relación de lo virtual con lo intensivo, lo perplejado y lo implicado, que desde el punto de vista de la relación de potencias parecía llevarnos a la indiscernibilidad absoluta. Si esta indiscernibilidad no cae en la noche negra de la indiferencia, es en virtud del concepto de expresión, y en las topologías locales que genera en la inmanencia de las líneas de actualización trazadas por la intensidad.

⁶⁴ DR, p. 334 [386]; cursivas nuestras.

⁶⁵ En su tesis complementaria, presentada en 1968 junto a *Diferencia y repetición*, Deleuze ataca precisamente el problema de la *expresión* en la filosofía de Spinoza, afirmando que ella posee una estructura tripartita: lo expresado, lo expresante, y la expresión misma. “Ahora bien, la paradoja es que, a la vez, lo «expresado» *no existe* por fuera de la expresión, y sin embargo no se le asemeja, pero está *esencialmente* relacionado a aquello que se expresa, como distinto de la expresión misma” (SPE, p. 310 [331]). Hemos visto, en la Interferencia #7, que el concepto de expresión se componía del conjunto de nociones de la explicación-implicación. La recuperación deleuziana de estos conceptos vuelve a la *torsión expresiva* un movimiento de dos niveles, correspondientes al orden de la implicación primera y segunda de la intensidad.

La potencia de la intensidad, *fundada* sobre la potencialidad de la Idea, efectúa esa potencialidad *expresándola*, en un proceso fuera del cual la Idea no existe: *lo expresado no existe más allá del expresante, pero no se constituye como tal sin él*. Si la Idea determina *cómo* una actualización se desarrolla, la intensidad determina *el hecho de que haya* actualización. “Antes” de la actualización, no hay una Idea esperando ser diferenciada, ni una intensidad que *crea* la Idea que ella actualiza, sino que todo proceso de actualización pone en paralelo a virtualidades en vías de actualización e intensidades en vías de explicación, a su vez contemporáneas a virtualidades no actualizadas e intensidades no explicadas. Si ningún momento existe independientemente, debemos concluir que la expresión hace co-existir a la intensidad y a la Idea *en el proceso mismo de la actualización*. Así, en el movimiento de la expresión atravesaríamos todos los niveles de la multiplicidad: *lo expresado se constituye como tal gracias al expresante, pero este toma su potencia de aquél, y lo expresa actualizando o efectuando esa potencia*, explicándose en cualidades y extensiones actuales e individuadas, que producen el aspecto individual de lo expresado y a su vez envuelven su potencialidad inagotable, remitiendo a nuevos órdenes de individuación por los que brotan nuevas individuaciones. Cada individuo es fruto de una expresión que articula los distintos niveles de la multiplicidad, *ordenándolos* en la profundidad intensiva de un campo de individuación. *Antes* de la expresión tendríamos la *indiferencia de las potencias*.

En esta indiferencia, la perplejidad de la Idea y la implicación primera del *spatium* parecían remitir a un puro caos sin fondo, donde la indiferencia tendría un sentido puramente negativo. Pero la lógica de la expresión introduce un ordenamiento diferencial, positivo, que solo puede tener lugar en la producción de un individuo actual. En la expresión, las potencias *se separan, se ordenan* y se desarrollan, a partir de una distinción entre dos niveles, dados por la naturaleza

intensiva del expresante. Un nivel corresponde al aspecto *envolvente*, el otro, al *envuelto*:

He aquí que la intensidad, la diferencia en sí misma, expresa las relaciones diferenciales y los puntos remarcables correspondientes. Ella introduce entre estas relaciones, y entre las Ideas, un nuevo tipo de distinción. Ahora las Ideas, las relaciones, las variaciones de estas relaciones, los puntos remarcables, son de algún modo *separados*: en lugar de coexistir, ellos entran en relaciones de simultaneidad y sucesión. Sin embargo todas las intensidades están implicadas las unas en las otras, cada una siendo a su vez envolvente y envuelta. En consecuencia cada una continúa expresando la totalidad cambiante de las Ideas, el conjunto variable de las relaciones diferenciales. Pero ella no expresa *claramente* sino algunas, o algunos grados de variación. Las que expresa claramente son precisamente aquellas a las que ella apunta directamente en su función *envolvente*. No por eso ella deja de expresar todas las relaciones, todos los grados, todos los puntos, pero *confusamente*, en su función *envuelta*. [...]. Las intensidades envolventes (la profundidad) constituyen el campo de individuación, las diferencias individuantes. Las intensidades envueltas (las distancias) constituyen las diferencias individuales. Estas llenan necesariamente aquellas.⁶⁶

Los dos aspectos de la implicación primera —profundidad y distancias, o intensidad envolvente y envuelta— constituyen los dos polos de la oscilación intensiva, el *vaivén* de la intensidad, que realiza en cada expresión una *torsión* por la cual ella vuelve *una cara* hacia las extensiones y cualidades de lo actual (la expresión clara, o aspecto explicado de la intensidad), y *otra cara* hacia las relaciones y singularidades de lo virtual (la totalidad perplejada de las Ideas, expresadas *confusamente* por cada intensidad, en tanto cada una implica y está implicada en todas las otras). Si cada individuo —recuperando una vez más la expresión de Bordas— *envuelve lo universal*, es porque cada intensidad está

⁶⁶ DR, pp. 325-326 [376-377].

en relaciones de envolvimiento con todas las otras intensidades, y a la vez, cada una está en relaciones de expresión con las Ideas, como expresión clara de algunas relaciones ideales y singularidades, y expresión confusa de la totalidad. *Todas las Ideas, todos sus grados y relaciones están expresados en cada individuo*, pero no lo están del mismo modo: cada intensidad *reordena* de un modo diferente el conjunto de las Ideas expresadas (de acuerdo a sus esferas clara y confusa).⁶⁷ Así, antes que una mónada cerrada, cada individuo es un *modo diferencial*, una modificación o una diferenciación de un Ser que es pura diferencia: un modo de envolver en profundidad la totalidad de las intensidades (distancias o grados intensivos del Ser) que constituyen el aspecto trascendental del mundo. Puesto que la profundidad intensiva implica de modos variables un conjunto inagotable de distancias ordenadas, cada una de ellas a su vez implicante e implicada, el *orden* según el cual cada distancia remite a las infinitas restantes es diferente en cada campo de individuación.

Esas distancias ordenadas constituyen los umbrales, los “mojones” de un proceso de *división* intensivo, donde el implejo se divide según su orden interno, de tal modo que lo dividido no cesa de cambiar de naturaleza al dividirse. En el implejo, cada intensidad es una unidad indivisible —que solo se divide cambiando de naturaleza— y comunica entonces de un modo único con todas las otras intensidades que contiene y que la contienen, en un orden estructurado por singularidades que fundan la potencia de esas intensidades y a su vez no existen sino expresadas y efectuadas por ellas.

La profundidad y las distancias pasan a ser referidas —en el marco de la teoría de la individuación— como “campo de individuación” (o “diferencias individuantes”) y “diferencias individuales”, respectivamente.

⁶⁷ Deleuze recupera aquí el ejemplo leibniziano de la percepción del ruido del mar a partir de las pequeñas percepciones, distinguiendo un orden de expresión *clara* y un orden de expresión *confusa*, el ruido actual de la ola y el murmullo diferencial de la totalidad, y remitiendo con esto a la relación de expresión “mundo-mónada”. Nos detendremos sobre esto en la Interferencia #10.

Las diferencias individuales (distancias) *llenan* cada campo de individuación (profundidad), como diferencias confusas dentro de la esfera de claridad del individuo correspondiente, que solo expresa claramente ciertas relaciones a través de la explicación de ciertas distancias. De un campo de individuación a otro, esas diferencias individuales se reorganizan y remiten unas a otras de diversos modos. Las diferencias individuantes expresan claramente una *parte* de la totalidad virtual, y se dividen cambiando de naturaleza en las diferencias individuales que llenan el campo. Ambas, profundidad y distancias, forman lo que Deleuze llama *factores* individuantes: “el conjunto de esas intensidades envolventes y envueltas, de esas diferencias individuantes e individuales, que no dejan de penetrar las unas en las otras a través de los campos de individuación”,⁶⁸ haciendo del implejo intensivo un espacio dinámico donde cada parte penetra en y es penetrada por las otras. Expresadas de infinitos modos en el seno del *spatium*, las Ideas se deshacen y rehacen, en su “síntesis fluida”; las diferentes expresiones dan pie a la emisión y expresión de singularidades de maneras siempre nuevas, como nuevas potencialidades que fundarán a su vez nuevos ordenamientos de las distancias intensivas, “aclarando” siempre otras relaciones y puntos distintos del oscuro *continuum* virtual, en su inagotable proliferación de diferencias.

La noción de expresión, entonces, trastoca la lectura que tendía a ver una prioridad de lo virtual por sobre la intensidad, así como la que define a lo intensivo como un dominio intermediario que se ubica entre lo virtual y lo actual, vistos como polos opuestos de un dualismo rígido. ¿Significa esto que la intensidad precede a lo virtual? Esto ha sido sostenido —a nuestro juicio, con mayor fundamentación— desde distintas lecturas recientes.⁶⁹ Sin embargo, es preciso no cargar las tintas sobre la

68 DR, p. 327 [379].

69 Es la conclusión que —en el marco del debate acerca de las relaciones entre lo virtual, lo actual y lo intensivo— extrae Sean Bowden, luego de un análisis del concepto de expresión en *Diferencia y repetición*, cuyas líneas generales compartimos (cf. Bowden, Sean, “The Intensive Expression of the Virtual: Revisiting the Relation of Expression in *Difference and Repetition*”, en *Deleuze Studies*,

pregunta por la *prioridad* en el contexto de una filosofía que se esfuerza explícitamente por rechazar toda reconducción a un origen. El hecho de que el texto deleuziano presente elementos y pasajes para afirmar tanto la prioridad de lo virtual como la de lo intensivo marca más bien, creemos, la voluntad de mantener la *paradoja* en el origen.

La paradoja (que encontrábamos antes respecto a la relación de potencias) encuentra su punto culmine en la teoría de la expresión (y aclara esa relación): no existe un expresado por fuera de la acción del expresante. Es como si *la torsión fuera primera con respecto a las caras disímiles que vincula*. La paradoja de la prioridad se muestra también en la relación todo-parte, que se presenta en el desdoblamiento de la expresión: la expresión clara *expresa una parte de lo virtual*, la expresión confusa *expresa la totalidad de lo virtual*, porque *remite a la totalidad de lo intensivo*. La paradoja es que *cada parte* —cada individuo— *contiene dentro de sí* —implica o envuelve— *al todo* —virtual-intensivo—, el cual, a su vez, no existe por fuera de la parte. No son las partes las que están en el todo, sino el todo el que se distribuye de maneras disímiles *en cada parte*. Y ese todo, lejos de constituir un Ser cerrado y acabado, es lo que constituye la inagotable riqueza de *determinación* de cada parte, y la *abre* a una disolución de su individualidad, imbricándola con otras partes, reconfigurando los potenciales que determinan los campos de individuación.

El todo *carcome y estructura* (disolución y génesis) a la parte *desde adentro*, a través del *continuum* virtual perplejado expresado en ella, y de LA determinación virtual que funda la potencia de la profundidad (o

n°11.2, 2017, pp. 216-239). La prioridad de lo intensivo como “origen” de las Ideas virtuales ha sido también sostenida, siguiendo una vía completamente distinta a la de Bowden, por Diego Abadi, quien llega a esa conclusión analizando al pasaje del Capítulo IV de *Diferencia y repetición* sobre los imperativos del ser y la tirada de dados (cf. Abadi, Diego, *op. cit.*, pp. 295 y ss.). Rafael Mc Namara, por su parte, hace un aporte clave a este debate al sostener, por un lado, que la intensidad es *actual*, y, por otro lado, que el punto extremo de las síntesis del espacio (el caos complicado del *spatium*) reenvía inmediatamente al primer momento (indeterminado) de la Idea (cf. Mc Namara, Rafael, *op. cit.*, pp. 318-326), afirmando un enlace *topológico* entre Idea e intensidad, tema al que volveremos pronto.

campo de individuación), la cual se explica en especies y *partes*. Lo explicado (especies y partes extensivas) continúa implicando secundariamente la diferencia por su intensidad constituyente, pues la expresión clara *implica necesariamente* una esfera de expresión confusa, que remite al *spatium* envuelto, el caos de las series intensivas. Los dos niveles de la expresión parecen entonces conformar un fenómeno de *frontera* —en sentido topológico—: las líneas que actualizan lo virtual se producen por explicación de una profundidad que *envuelve y ordena* las series intensivas. Se constituye así una peculiar espacialidad, con un interior y un exterior, establecida por una dinámica de *plegado* determinada por esa profundidad. El *principium individuationis* es el modo en el que *cada modificación del ser* —o diferenciación de la diferencia— *pliega* la totalidad de las intensidades implicadas y de las Ideas confusamente expresadas —totalidad que es como un fondo *sin-fondo*, del cual el individuo extrae fuerzas en su lucha por distinguirse, sin que este se distinga de él. Un análisis de este movimiento de plegado mostrará el carácter topológico de la actualización y la distinción relativa entre el *spatium* intensivo y la perplicación virtual.

VI.III.2.- Individuación y pliegue

La distinción entre niveles expresivos, correspondientes al espacio de un *campo de individuación* que traza una *frontera* envolvente, nos mostró que cada parte envuelve al todo y obtiene de él tanto su potencia de distinción como el fondo indómito que amenaza su identidad parcial. La torsión expresiva nos conduce a una distinción *interna* entre lo expresante y lo expresado que se corresponde con la de lo explicado y lo implicado: lo expresado claramente es la Idea como profundidad intensiva explicada, la cual implica distancias que expresan confusamente la totalidad perplicada de las Ideas. En este complejo solapamiento de movimientos ontológicos, *el pliegue* (concepto que tomará una creciente importancia en el pensamiento deleuziano hacia fines de los 80) aparece ya en todos los niveles de

la filosofía de la diferencia, caracterizando la paradójica relación de torsión de lo expresante y lo expresado. El pliegue, en *Diferencia y repetición* aparece como componente de los conceptos utilizados para describir los *tipos* de multiplicidades.

Perplicación, implicación, explicación. Un pequeño *excursus* lingüístico puede ayudarnos a caracterizar las particularidades de cada uno de esos conceptos. Debemos dar toda la importancia al morfema “pli”, que se repite en todos los niveles de la torsión expresiva. De origen latino, i) “per-”, ii) “im-” y iii) “ex-”, significan, respectivamente, i) “a través de”, o “totalmente”, ii) “hacia adentro”, y iii) “hacia afuera”.⁷⁰ A estos términos, Deleuze suma otras dos figuras del pliegue, con menor presencia textual, pero con no menor importancia ontológica: la *complicación* y la *replicación*.⁷¹ iv) “Com-” significa “reunión”, “todo junto”, mientras que v) “re-”, “repetición”, “volver hacia atrás”.

La implicación consiste en un *plegar hacia adentro*, constituir una interioridad de la cual la intensidad es simultáneamente sujeto y objeto: envolvente y envuelta. En tanto envolvente, ella es *profundidad*, campo de individuación, e interioriza un potencial por el cual *expresa claramente* ciertas relaciones y puntos virtuales, actualizándolos por su *explicación* en especies y partes. Esta *explicación* constituye una suerte de movimiento de *plegado hacia el exterior*, despliegue (que, como vimos, no es un mero inverso de la implicación sino un tipo original de pliegue), por el cual la profundidad —en tanto implicación *segunda*— crea cualidades y extensiones en una puesta

⁷⁰ La lista de prefijos de distintos diccionarios contempla estos sentidos, entre otros más secundarios para nuestra exégesis. Puede verse para el latín (que guarda el origen etimológico de todos ellos), pero también para el francés y el español, donde mantienen un mismo sentido. Cabe aclarar que el prefijo “im-” —que reemplaza a “in-” cuando se antepone a una sílaba que comienza con “p” o “b”—, tiene también un sentido de negación que no nos ha parecido pertinente considerar en el contexto de la intensidad.

⁷¹ Las cinco figuras del pliegue aparecen enumeradas y definidas en DR, pp. 359-360 [414].

“fuera de sí”, generando un “recubrimiento”⁷² de la intensidad. En ese sentido, lo explicado parece consistir en una suerte de “residuo” ontológico, un estado extrínseco de diferencias anuladas por agotamiento del potencial constituido por la implicación.

Pero esa profundidad recubierta por su explicación en exterioridad remite, en su interioridad, a *todas las intensidades*, en un orden de *implicación primaria* que expresa confusamente todas las Ideas. Este estado del pliegue es el de la *complicación*: la *reunión* de todas las intensidades juntas, “el estado del caos que retiene y comprende a todas las series intensivas actuales que corresponden con las series ideales, que las encarnan y afirman su divergencia”.⁷³ La profundidad realiza un (des)pliegue en el que anula su potencia productiva en una extensión cualificada, pero remite al caos, a la totalidad de las distancias, al *spatium* “que envuelve todos sus grados en la producción de cada uno”.⁷⁴ Mientras que cada profundidad puede ser considerada bajo un criterio serial de *convergencia* (en torno al sistema de singularidades, o *mundo*, que expresa claramente) y de *orden* (en tanto envuelve diferencias ordenadas), el *spatium*, que comprende todas las distancias en interpenetración mutua, aparece bajo las figuras del *caos* y la *divergencia*. La complicación es así la condición bajo la cual el desfondamiento universal y caótico del *spatium* amenaza o carcome las identidades parciales y fortuitas de los individuos constituidos.

Las series intensivas *actuales*, en estado de *complicación*, se *corresponden* con las series *virtuales* perplucadas. La perplucación, que designaba el estado de coexistencia de todas las Ideas consigo mismas, puede re-definirse aquí —siguiendo los dos sentidos indicados del prefijo “per-” — como lo

⁷² Estas son las expresiones que emplea el propio Deleuze. Sobre la intensidad explicada o anulada como un “ponerse fuera de sí”, *cf.* por ejemplo DR, pp. 294 [341], 300 [349]. Sobre la intensidad explicada como “recubierta”, *cf.* DR, pp. 288 [335], 294 [342], 305 [354]. Recordemos que el recubrimiento (junto con la reflexión o espejamiento) es una de las operaciones de simetría fundamentales.

⁷³ DR, p. 359 [414].

⁷⁴ DR, p. 310 [360].

“totalmente” plegado, pero también como un “a través” del pliegue. Nos parece que ambas acepciones se adecúan perfectamente al aspecto perplicado de las Ideas: en tanto *totalmente* plegado, el ámbito de lo virtual coexiste en su totalidad consigo mismo, es inmediatamente co-presente a sí mismo en todos sus puntos y relaciones, velocidad infinita, *continuum* donde todo se funde inmediatamente consigo mismo sin separación, *sin distancia*; pero también, a la vez, lo perplicado es lo que pasa *a través de* los pliegues intensivos, que efectúan la Idea. Si está *totalmente* plegada, plegada de todos los modos a la vez, entonces no lo está de ninguno. La implicación individuante —profundidad o campo de individuación— *establece separaciones* en esa maraña indiferenciada de pliegues, plegando *ordenadamente*, dando lugar a la efectuación de su potencialidad (que a su vez funda la potencia de ese campo), y siendo reconfigurada por ella a cada momento, en todas sus partes.

*Cada implicación es un pliegue, una torsión o un dobléz que articula un individuo actual con su doble virtual;*⁷⁵ pero en tanto la implicación remite a la complicación, y esta, a la perplicación, la totalidad de las Ideas atraviesa cada una de sus efectuaciones actuales, yendo de pliegue en pliegue, pasando a través de todos ellos, y diferenciándose de modos diversos en cada uno, en virtud de la expresión clara. La implicación establece una separación en las Ideas, de la que ellas por sí mismas carecen, pero, también, una organización en las series divergentes del *spatium*. Si *todas* las “series intensivas actuales” que conforman el *spatium* encarnan y afirman las series virtuales, podemos inferir que no hay intensidad desligada de un virtual —y viceversa—, pero que, sin embargo, puede haber series intensivas *ordenadas* en campos de individuación contra intensidades “libres”, “no ligadas”, o no comprometidas en *ese* campo de individuación.

Las distancias implicadas en una profundidad, y las Ideas ahí expresadas, constituyen una *interioridad* en virtud de la frontera

⁷⁵ La cuestión del *doble*, que nos ha parecido de la mayor importancia en el análisis de la dialéctica ideal durante todo nuestro Capítulo II, recupera aquí su importancia en el análisis de la estética intensiva que *efectúa el dobléz*.

que las envuelve y las contiene bajo una forma actual explicada, que “recubre” esa profundidad. Pero es una interioridad paradójica, porque contiene lo que “rompe” con la interioridad misma, lo que mina desde adentro el proceso de individuación: lo universal que disuelve y genera una nueva frontera. En ese sentido, la interioridad se vuelve indiscernible del *afuera* que excede la exterioridad de lo explicado.⁷⁶ El caos intensivo del *spatium*, con sus intensidades libres, es la “puerta” a ese *afuera trascendental* que corresponde a la Idea en su estatuto de *doble virtual*. Esa puerta no se atraviesa sino al precio de un *doble* que repliega la individualidad. El *spatium*, como la botella de Klein, es un espacio paradójico, *absoluto*, auto-contenido en sí mismo, no orientable, proliferando en dimensiones que exceden la intuición de sus habitantes fortuitos.

La apertura a ese *afuera trascendental* (disolutivo-genético) está conceptualizada en el léxico del pliegue a través del concepto de *replificación*.⁷⁷ Se trata de otro nombre para referir a los “centros de envolvimiento”:⁷⁸ esos elementos que, en el contexto de un sistema actual (cualitativo-extensivo) en vías de explicación, “testimonia aún la persistencia de los problemas”.⁷⁹ La *persistencia* problemática es la continuidad ideal de lo virtual *a través de* sus distintas soluciones (el prefijo “per-” cualifica tanto la *replificación* ideal como la persistencia de los problemas). Los centros de envolvimiento introducen entonces, en el seno de una solución, la posibilidad de un nuevo ascenso del fondo problemático. Hay que darle al prefijo “re-” toda su importancia ontológica: se trata de la repetición del pliegue (y por lo tanto de la expresión), o del retorno de la Diferencia: la persistencia, *en lo actual*, del desfondamiento universal, disolutivo-genético, que repliega el Ser del ente.

⁷⁶ Volveremos sobre esto en la Interferencia #11.

⁷⁷ Concepto que aparece una sola vez en *Diferencia y repetición*, cf. DR, p. 360 [414].

⁷⁸ Cf. DR, pp. 329 [381] y ss.

⁷⁹ DR, p. 360 [414].

De ahí el vínculo entre los conceptos de profundidad y superficie, que la *Lógica del sentido* muestra en su necesaria continuidad: “*Es siguiendo la frontera, bordeando la superficie, que se pasa de los cuerpos a lo incorporal*” —en el vocabulario de *Diferencia y repetición*, podríamos decir: de lo actual a lo virtual, o de la materia intensiva a la Idea problemática—, “Paul Valéry lo dijo de un modo profundo: lo más profundo, es la piel”.⁸⁰ En la obra del 69, sin embargo, el concepto principal no es tanto la efectuación de una potencialidad virtual, sino la *contra-efectuación*, que recupera esa potencialidad desde el punto de vista de los individuos actualizados. De este modo, la operación del sentido —en tanto instancia disolutivo-genética del lenguaje articulado— se apoya sobre un concepto de frontera, topológicamente inspirado, que complementa el concepto de “actualización” de la obra del 68:

Aun la frontera no es una separación, sino el elemento de una articulación tal que el sentido se presenta a la vez como lo que le ocurre a los cuerpos y lo que insiste en las proposiciones. Así, debemos sostener que *el sentido es un dobléz, y que la neutralidad del sentido es inseparable de su estatuto de doble*. [...] El dobléz es la continuidad del anverso y del reverso, el arte de instaurar esta continuidad, de modo que el sentido en la superficie se distribuya de los dos lados a la vez.⁸¹

En la dinámica del doble, del dobléz o del pliegue, se cifra entonces un movimiento onto(topo)lógico que nos reconduce a una reflexión final acerca del orden de las prioridades entre lo virtual y lo intensivo. Antes que responder *cuál de los términos es primero* —lo cual indica imponer una rigidez ontológica que no se sostiene en la letra deleuziana— debemos preguntarnos si el camino es el mismo *en uno y en otro sentido*, si hay un “buen sentido”, o un orden preponderante. Si hay “orden de las razones” que va de lo virtual a su actualización, no por eso deja de haber *campos de individuación* fuera de los cuales lo virtual no existe. Si hay un sentido “en cascada” de la

⁸⁰ LS, p. 20.

⁸¹ LS, p. 150 [138].

explicación, en la caída de la intensidad que va de “lo más alto a lo más bajo”, no por eso deja de haber remontadas de la entropía, “manifestaciones del nóúmeno, ascenso de los valores expresivos”,⁸² contra-efectuaciones o *reconfiguraciones de potencial*, a través de los centros de envolvimiento. Estos centros permiten precisamente invertir ese destino fatal de la intensidad, reconduciendo a lo actual al desfondamiento que lleva a las series intensivas y a las singularidades pre-individuales.⁸³ Los centros de envolvimiento se revelan así como “los precursores sombríos del eterno retorno”.⁸⁴

En este sentido, podemos dar a la intensidad, como *vaivén* implícito-explicito en la actualización, una prioridad ontológica, en la medida en que, retorciéndose sobre sí misma en el pliegue expresivo, ella conforma *a la vez* el caos de la complicación —comunicando las singularidades ideales mediante las distancias del *spatium*, en caótica *interferencia*—, y el orden de la implicación/explicación —determinando *algunas* singularidades a expresarse en cualidades y extensiones. En este *vaivén*, sin embargo, ella nunca vuelve al mismo punto: lo virtual, en su inagotable diferenciación, se actualiza en cualidades y extensiones siempre otras, que solo se identifican o asemejan fortuitamente y de manera extrínseca, en el plano empírico de la explicación. Según el “orden del ser”, entonces, la intensidad guarda una prioridad, como implicación primera de los individuos efectivamente existentes, *profundidad* que pliega y despliega, en el movimiento de la *torsión expresiva*, y que está en relación esencial con un (no)-ser que exige y necesita —*pero a la vez excede*— ese movimiento.

La expresión, el pliegue, es lo primero, pues ella compone un movimiento complejo que ya supone la interacción entre todos los tipos de multiplicidad, y, particularmente, entre el *ser implicado* en profundidad y el (no)-ser *problemático perplicado* —ser y extra-ser. Solo a partir

⁸² DR, p. 329 [381] y p. 335 [388].

⁸³ Sobre esta recorrida del camino “a la inversa”, cf. DR, pp. 360-361 [415-416], con el ejemplo del Autrui como centro de envolvimiento específico de los sistemas psíquicos.

⁸⁴ DR, p. 330 [382].

de la profundidad intensiva, que traza la frontera propia a cada pliegue onto(topo)lógico, el Ser puede ser *pensado* como Diferencia, al ser *sentido* en la Repetición de lo intensivo. La intensidad es el corazón del ser. Pero el corazón está animado por movimientos de sístole y de diástole que suponen puntos estructurantes, singularidades que fundan y transforman su potencia a cada pulsación. La manifestación de la diferencia en la sensibilidad conduce al pensamiento del eterno retorno como la dinámica propia del Ser: “De la intensidad a la profundidad se anuda la más extraña alianza, la del Ser consigo mismo en la diferencia [...]. En el ser, la profundidad y la intensidad son lo Mismo, pero lo mismo que se dice de la diferencia”.⁸⁵

Retomando la única proposición ontológica, “el ser es unívoco”,⁸⁶ y lo es porque solo se dice de lo que difiere, de la diferencia en sí misma, que se repite en cada campo de individuación. “La univocidad del ser y la diferencia individuante [i. e., la profundidad] tienen un lazo, fuera de la representación, tan profundo como el de la diferencia genérica y la diferencia específica tienen en la representación desde el punto de vista de la analogía”.⁸⁷ La analogía, medida de proporción entre los distintos géneros y especies en el espacio homogéneo y metrizado de la representación, está subtendida por un lazo esencial que pone en inmanencia a cada forma individuada con la univocidad del ser entero en el espacio diferencial del eterno retorno. A todo esto refiere la expresión deleuziana relativa al fundamento como una instancia “extrañamente acodada” (*coudé*, es decir, plegado en forma de codo, en una forma que, a nosotros, no deja de recordarnos el extraño “codo” de la botella de Klein...): “la razón suficiente, el fundamento, está extrañamente acodada. Por un lado, se inclina hacia aquello que funda, hacia las formas de la representación. Pero, por otro lado, se hace oblicuo y se sumerge en un sin fondo, más allá del fundamento, que resiste a todas las formas y no se deja representar”.⁸⁸

⁸⁵ DR, pp. 297-298 [346].

⁸⁶ Cf. DR, p. 53 [71].

⁸⁷ DR, p. 388 [446].

⁸⁸ DR, p. 352 [406].

VI.IV.- Indi-drama-diferen^t_ciación

Desde la Introducción a la Primera Parte de este libro, trabajamos en el develamiento de esos *mecanismos diferenciales* subyacentes a las repeticiones mecánicas de la experiencia.⁸⁹ Venimos de ver cómo la ontología deleuziana caracteriza una matriz, según las figuras complementarias de la expresión y del pliegue, que nos permitía hablar de una onto-topología, un discurso sobre el ser articulado como una multiplicidad topológica *n*-dimensional, plegada en infinitud de *modos* o individuos minados por una dinámica de repliegue sobre sí. Este discurso se apoya en las multiplicidades perplegadas e implícitas, y las pone en juego en procesos de individuación donde la diferencia se diferencia, productiva e ilimitadamente.

Hay, pues, un sentido más concreto por el cual podemos referirnos a esta topología y a sus efectuaciones: *desde el punto de vista del modo finito o individuo*. Si, de hecho, “la sustancia misma es la «multiplicidad»”,⁹⁰ lo es porque esa noción permite realizar definitivamente la filosofía de la inmanencia sin traficar una jerarquía o una dependencia de los modos respecto a la sustancia. El Ser unívoco, como multiplicidad diferencial, *solo “es” en tanto está siempre ya individuándose* en infinitos grados o modalidades intrínsecas. Ahora bien, ¿cómo se vinculan esos movimientos ontológicos con la experiencia que ellos generan —y, en particular, *con la nuestra*? El “grado cero” de la encarnación de la Idea está dado por la individuación en profundidad, que desencadena el proceso de diferenciación de la diferencia. Pero ella conduce inmediatamente a una *dramatización*, constitutiva de dinamis-

⁸⁹ Remitimos, a este respecto, al problema presentado en la Introducción a la Primera Parte de este trabajo. Los *mecanismos diferenciales*, subyacentes a y constituyentes de la repetición empírica, (des)fundaban el orden actual o representativo de la generalidad. Ese orden representativo suponía una forma pobre del espacio y el tiempo como medios homogéneos *en los cuales* aparecían las individuaciones. Deleuze afirmaba la necesidad de postular un orden dinámico subyacente, donde ya no había concepto representativo ni objeto idéntico ocupando un espacio preexistente, sino “una Idea, y un puro dinamismo creador del espacio correspondiente” (DR, p. 32 [49]). Este “puro dinamismo creador” debía ser descripto “desde el punto de vista de un observador ligado a ese espacio”, que *dramatizaba* una Idea (DR, p. 39 [57]).

⁹⁰ DR, p. 236 [277].

espacio-temporales: indi-*drama-diferent*^t_ciación.⁹¹ Los dinamismos espacio-temporales forman un complejo *morfogenético*: tanto la intensidad como la Idea son en sí mismas amorfas o informales, pero, en su interacción, generan (y destruyen) las formas. Debemos dedicar atención a esos dinamismos, frutos de la expresión clara o explicación, que constituyen tanto el mundo empírico que habitamos como su fuerza de transformación.

Como vimos, la torsión expresiva oscila permanentemente constituyendo *un adentro y un afuera*, a través de las intensidades envolventes (profundidades o campos de individuación): el envolvimiento constituye una interioridad de distancias con la potencia de explicarse en cualidades y extensiones, que, en el límite, remiten al afuera trascendental, la pura potencialidad de las Ideas. La interioridad y la exterioridad constituida por el pliegue intensivo permiten definir una dinámica topológica que caracteriza el proceso de la dramatización, una vez que la operación del trazado de frontera, propia de la individuación, se traduce en la producción e interacción entre distintos regímenes actuales de espacio-tiempos individuados.

Al atacar este problema, Deleuze invoca los movimientos morfogenéticos descritos por los embriólogos: “aumento de las superficies libres, estiramiento de las capas celulares, invaginación por plegamiento”.⁹² El movimiento de invaginación, por ejemplo, supone el plegamiento del tejido celular de un embrión, por el cual grupos de células previamente indiferenciados pasan a diferenciarse cualitativamente en función de sus nuevas posiciones respectivas (dentro o fuera del pliegue). La potencia de diferenciación inherente al desarrollo embrionario, modificada en sus etapas sucesivas, determina un proceso de rupturas y enlaces *sucesivos*

⁹¹ Cf. DR, p. 317 [368]. No cabe duda de que el concepto de dramatización era tenido en alta estima por Deleuze, quien lo elige como título para la conferencia en la que desarrolla los temas principales de *Diferencia y repetición* frente a la Société Française de Philosophie (“El método de dramatización”).

⁹² DR, pp. 276-277 [322].

entre diferentes configuraciones *espaciales*.⁹³ El proceso se *agota* cuando el embrión está “completamente” formado: tales “partes” del espacio embrionario se han desarrollado o *explicado* en tales partes orgánicas, correspondientes a tal especie (de acuerdo a la información provista por el código genético, que hace las veces de estructura virtual *expresada* por el huevo).

Pero ese agotamiento del potencial morfogenético del embrión no significa una anulación absoluta de la diferencia en general, sino una *torsión global relativa al sistema en desarrollo*, por el cual este se modifica globalmente, se reconfigura en interacción con otros sistemas, y se carga de nuevos potenciales, cualitativamente diferentes a los anteriores. Mi brazo, por ejemplo, es una parte orgánica que *expresa* el código genético de la especie humana (código que se encuentra en permanente variación a través de sus diferentes expresiones) y manifiesta el agotamiento de mi potencial embriológico:⁹⁴ ese potencial está ya *explicado en esta forma actual*, y no puede variar (no me despertaré mañana con un nuevo dedo, ni se invertirá espontáneamente el sentido en que se flexiona mi codo, etc.). Ese agotamiento, sin embargo, no es sino relativo a *un* proceso intensivo, entre otros múltiples que rodean los dinamismos espacio-temporales que comprometen a mi brazo. Este se carga de *otros potenciales* luego de que su potencial embriológico es agotado (capacidad de jugar al tenis, de gesticular, de escribir, etc.). La relación entre el adentro y el afuera de las Ideas expresadas clara y confusamente por mi brazo se trastoca radicalmente una vez

⁹³ Para una reconstrucción de los conceptos embriológicos supuestos en este punto de la argumentación deleuziana, cf. los trabajos de Amarilla, Sebastián, “Embriología”, en Amarilla, Sebastián, Bertazzo, Georgina, y Santaya, Gonzalo (eds.), *Las potencias del continuo. Deleuze: ontología práctica* 3, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2021, pp. 113-124, y “An Embryological Approach to *Difference and Repetition*’s «order of reasons»”, en Olkowski, Dorothea, y Ferreyra, Julián, *Deleuze at the End of the World*, Lanham, Rowman & Littlefield, 2020, pp. 71-82. Recordemos que la topología y la embriología tienen un vínculo estrecho en este punto, como vimos mediante la teoría de las catástrofes de René Thom.

⁹⁴ En DR, p. 328 [380], Deleuze equipara la *nivelación* física y la *muerte* biológica, como el agotamiento de los potenciales de esos sistemas. La “ley” de lo explicado es que “no retorna”, lo explicado “se explica de una vez por todas” (DR, p. 314 [364]); lo cual no quita que el sistema en vías de explicación siga envolviendo potenciales intensivos variables determinados por sus centros de envolvimiento.

que este se constituye como parte orgánica de la especie en *este* proceso de individuación que es el mío, que yo llamo “yo”. El trabajo de interpretación embriológica es relevado por el etológico, anatómico, psicológico, histórico, sociológico, político (etc.), luego del acontecimiento topológico *catastrófico* de mi nacimiento biológico, tras el cual mi individuación embrionaria saltó a otros regímenes, expresando claramente otras relaciones y puntos ideales.

La embriología es una ciencia que involucra tangiblemente el factor *temporal* en el proceso de desarrollo dinámico de un sistema. De ahí, tal vez, la inclinación de Deleuze por *hacerla interferir* en este punto de su argumentación. Sin duda, el tiempo es un factor fundamental a todo sistema en vías de actualización, e interactúa con su espacio mediante el establecimiento de ritmos, velocidades, aceleraciones y umbrales: “Se crean otros espacios con tiempos más contraídos o distendidos [...]. El factor temporal vuelve posible, en principio, la *transformación* de los dinamis-mos”.⁹⁵ Ese factor, sin embargo, no se emplaza en lo actual sino a través de la determinación progresiva de la Idea: “No solo los espacios comienzan a encarnar las relaciones diferenciales entre los elementos de la estructura recíprocamente determinados; sino que los tiempos de diferenciación encarnan el tiempo de la estructura, el tiempo de la determinación progresiva”.⁹⁶ Ese tiempo de la Idea consistía en la reducción gradual de la indiscernibilidad positiva correspondiente a un problema, como por saltos, entre grupos de transformaciones mutuamente encajonados, hasta un estado de determinación completa. Como vimos en nuestro segundo capítulo, ese *afuera trascendental* es el ámbito que permite la *adjunción* de elementos ideales y la reducción progresiva de la indiscernibilidad propia de un problema. Ese ritmo, impuesto por la Idea, puede verse como la sucesión necesaria de los elementos puestos en acto en el proceso de despliegue y agotamiento gradual de la potencia de una singularidad. El ritmo de actualización marcado por la determinación progresiva de la Idea, y

⁹⁵ DR, pp. 278-279 [325].

⁹⁶ DR, p. 280 [326].

la espacialidad constituida por la síntesis asimétrica de la intensidad, tienden así a una anulación de conjunto en las cualidades y extensiones del sistema explicado, una disminución del potencial *interno* que obliga al sistema a desarrollarse. Pero, paralelamente, ese potencial se modifica a lo largo de la explicación, pues toda intensidad penetra y es penetrada por otras en el orden implicado en perpetua variación, modificando también las relaciones y singularidades virtuales que intervienen en el desarrollo del sistema.

En este sentido, el tiempo y el espacio están íntimamente solapados en el proceso de actualización (como lo estaban en el orden de lo virtual y lo intensivo).⁹⁷ La dramatización se compone de espacializaciones y temporalizaciones diversas en interacción recíproca, cada una puesta en acto por una individuación intensiva que, en tanto tal, comunica necesariamente con otras intensidades —en el (sin)fondo, con todas. Cada individuo se desarrolla en un proceso dinámico espacio-temporal, que comunica y se divide en una inagotable proliferación de diferencias ordenadas (otros tantos individuos), órdenes heterogéneos en interferencia recíproca, cada uno componiendo o descomponiéndose con otros, alimentando o parasitando, generando y disolviendo otros.

Vimos que las síntesis del tiempo determinaban el presente actual como el grado más contraído de un “cono” —siguiendo la imagen bergsoniana— que organizaba *en profundidad* los antiguos presentes en el espacio de coexistencia del pasado puro. Esta imagen debe prolongarse hacia cada individuo actual, de tal modo que el cono es en realidad infinitos conos, unos dentro de otros, unos interfiriendo con los otros. Una

⁹⁷ La distinción estricta entre espacio y tiempo como formas de la intuición no se sostiene ni en el plano virtual ni en el intensivo/dinámico, sino solo en lo explicado, donde aparecen como los medios extensivos en los que se organiza formal y métricamente la simultaneidad y la sucesión de los fenómenos. Pero tal distinción “es forzosamente relativa; es evidente que el dinamismo es simultáneamente temporal y espacial, espacio-temporal [...]. La dualidad no existe en el proceso de actualización mismo, sino solo en su finalización, en los términos actuales, especies y partes” (DR, pp. 280-281 [327]).

multiplicidad de *pliegues*, cuyas “puntas” constituyen la explicación actual (presente) de una profundidad intensiva. En el límite “opuesto” a la punta —la “base” del cono— yace la virtualidad perplicada (siguiendo el orden de las distancias, llegamos al *spatium* y su desfondamiento universal, que nos abre a la tercera síntesis del tiempo, a partir de la cual el sistema del tiempo entero puede ser re-plegado de un nuevo modo, en nuevos conos, nuevas contracciones). Así, temporalidades múltiples coexisten y comunican en cada momento, en el ensamble de cada individuación. Así como individuos cualitativamente diversos (la estrella, el fotón, la ballena, la célula, el humano, la montaña, etc.) no tienen el mismo *tiempo*, pues cada uno expresa un presente actual determinado por su individuación singular, tampoco tienen el mismo *espacio*.

En virtud de la complejidad de una Idea, y de sus relaciones con otras Ideas, la dramatización espacial se juega en varios niveles: en la constitución de un espacio interior, pero también en la manera en que ese espacio se expande en la extensión externa, ocupa una región. No se confundirá, por ejemplo, el espacio interior de un color, y la manera en que él ocupa una extensión en la que entra en relación con otros colores, sea cual sea la afinidad entre ambos procesos.⁹⁸

La cualidad de una extensión no es, según esto, homogeneizable a la cualidad de su medio. El ejemplo del color es recurrente en *Diferencia y repetición*. Lo hemos visto caracterizado como 3-variedad ideal, donde todos los grados de relaciones y singularidades coexisten idealmente, formando un *continuum* virtual en el que todos los colores se funden —el punto gris o la luz blanca como modelo de esta perplicación.⁹⁹ Esa variedad se modifica topológicamente al ser *expresada* en cada color empírico. Ella

⁹⁸ DR, p. 279 [326].

⁹⁹ El ejemplo de la luz blanca está en DR, pp. 266-267 [311]: “la Idea de color es como la luz blanca que perplica en sí los elementos y las relaciones genéticas de todos los colores”. El ejemplo del punto gris, que hemos tomado como “punto cero” de la 3-variedad cromática en nuestro ejemplo del Capítulo III, remite a la teoría de la pintura de Paul Klee, que Deleuze evoca en la meseta del Ritornelo (cf. MP, p. 383 [319]).

se pliega entonces en un espacio *interior* que define la cualidad particular de ese color en la expresión clara de una singularidad correspondiente a un grado de relaciones de la variedad en *esa* configuración global; pero esa expresión se vincula *exteriormente* con otros colores actuales, cada uno de los cuales corresponde a una expresión clara de otro grado de relación (y su singularidad), estando cada nivel de actualización vinculado con los restantes en virtud de la *determinación recíproca* entre todos los grados de relaciones de la variedad. La *singularidad* de todo individuo es, así, constitutiva y estrictamente relacional. La determinación recíproca ideal es pues *expresada confusamente*, en cada individuación, por una relación *intensiva* de *distancias*, como en el ejemplo de los tonos de rojo de Meinong: *cada* rojo es una extensión cualificada que *expresa* una “parte” de la Idea de color y, en esa expresión, *explica* una distancia intensiva, haciendo surgir *el* rojo como cualidad general abstracta. Pero esa cualidad, el modo en el que la distinguimos abstractamente de otras explicaciones de la multiplicidad cromática, “recubre” el proceso genético y dinámico que lo subyace.

En sentido estricto, todo color —toda cualidad— es un proceso activo y en reciprocación con otros procesos. No debemos decir “el árbol es verde”, sino “el árbol *verdea*”, según el ejemplo estoico con el que Deleuze designa el carácter acontecimental de los atributos de los cuerpos. Por otra parte, este carácter procesual o acontecimental es estrictamente irreducible: no hay dos rojos iguales, nunca dos rojos son *el mismo*. Deleuze da un giro original al célebre ejemplo de la querella de los universales: “Esta rosa no es roja sin tener el rojo de esta rosa. Este rojo no es un color sin tener el color de este rojo”.¹⁰⁰ Tanto este rojo como esta rosa son explicaciones de campos de individuación que ponen en juego una red diferencial de una potencia inagotable, expresiones fugaces de acontecimientos virtuales.

Los colores empíricos nunca se dan aislados, pues nunca nada se da aislado: el proceso trascendental de individuación de cada

¹⁰⁰ LS, p. 136 [126-127] (cf. esas mismas páginas para el carácter acontecimental del “verdear”).

color remite necesariamente a *interferencias* con otros niveles de la dramatización. El espacio de un color se relaciona con su espacio cromático circundante de modos diversos, por ejemplo, en la composición de una pintura o en la coloración de un animal. La coloración y su juego entre el interior y el exterior no son sino niveles de una compleja trama de dramatización espacial:

Un viviente no se define solo genéticamente, por los dinámicos que determinan su medio interior, sino ecológicamente, por los movimientos externos que presiden su distribución en la extensión. [...] Todo es aún más complicado si se tiene en cuenta que el espacio interior está él mismo hecho de múltiples espacios que deben ser localmente integrados, ensamblados; que este ensamblaje, que puede hacerse de muchas maneras, empuja a la cosa o al viviente hasta sus propios límites, en contacto con el exterior; que esta conexión con el exterior, implica a su vez conexiones o integraciones globales que difieren en naturaleza de las precedentes.¹⁰¹

¹⁰¹ DR, pp. 279-280 [326]. Hay una fuente implícita en este fragmento: Simondon, particularmente algunos de los capítulos de *La individuación* que más impacto tuvieron sobre la obra deleuziana. Se trata de “Topología, cronología y orden de magnitud de la individuación física”, y “Topología y ontogénesis” (Cf. Simondon, Gilbert, *La individuación*, op. cit., pp. 217-225, y pp. 334-341) capítulos particularmente importantes en la obra pues conforman, respectivamente, la transición de la individuación física a la individuación de los seres vivientes, y la transición de esta última a la individuación psíquica. Es decir que la topología parece servir a Simondon precisamente para pensar el enlace entre diferentes tipos de individuación. En “Topología y ontogénesis”, Simondon analiza la individuación vital en clave topológica, mostrando cómo las diferentes configuraciones espaciales de los seres vivos no son traducibles al espacio euclidiano. Simondon traza allí un análisis de los niveles interrelacionados de interioridad y exterioridad en lo viviente, ordenados bajo una *frontera* o “membrana”: “[E]s la membrana la que hace que lo viviente sea a cada instante viviente, porque esta membrana es selectiva: es ella la que mantiene el medio de interioridad como tal en relación al medio de exterioridad. Se podría decir que *el viviente vive en el límite de sí mismo, sobre su límite* [...] En un organismo pluricelular, la existencia del medio interior complica la topología, en el sentido de que hay varias capas de interioridad y de exterioridad [...]. Hallamos así diversos niveles de interioridad en un organismo; el espacio de las cavidades digestivas pertenece a la exterioridad en relación a la sangre que irriga las paredes intestinales; pero la sangre es a su turno un medio de exterioridad en relación a las glándulas de secreción interna que vierten en ella los productos de su actividad. [...] [E]n el individuo viviente, el espacio de interioridad con su contenido juega en su conjunto un papel para la perpetuación de la individuación; existe resonancia y puede haberla porque lo que fue producido por individuación en el pasado forma parte del espacio interior: *todo el contenido del espacio interior*

Así como puede verse en la individuación vital una complejidad mayor (dado el mayor número de singularidades activamente en juego, la duración cualitativamente cambiante en virtud de su acción sucesiva, la mayor cantidad de espacios en interacción), también puede verse lo viviente en su *carencia relativa* con respecto a lo físico: su estado de *inestabilidad*,¹⁰² en tanto que permanece abierto a un mayor grado de interacción con estímulos externos y no dispone *de una vez* de los elementos necesarios para resolver los problemas que eso le plantea. Las formaciones macro-físicas, en cambio, están dadas por una configuración topológica molecular —ejemplificada en el caso de la cristalografía— que determina una estructura rígida, cuyas relaciones con el ambiente están determinadas por las fuerzas que limitan o potencian su expansión: potenciales mecánicos, químicos, eléctricos, magnéticos... En el caso del sistema biológico, la topología —sin dejar de estar presente en la configuración molecular de la materia— se prolonga hacia las configuraciones macro de los organismos que se desarrollan en comunicación meta-estable con otros sistemas, otras topologías: comunicaciones productivas entre órdenes espaciales mutuamente exteriores pero topológicamente en contacto (al interior de la membrana, resonancia entre órganos; al exterior, entre alimentos, predadores, etc.).

La interacción entre el espacio interior y exterior de un dinamismo es una de las manifestaciones de la relación de determinación recíproca que existe entre los distintos grados u órdenes de relaciones diferenciales expresadas en él. Los niveles de la dramatización son tantos como los órdenes de Ideas dialécticas, y se encuentran en interacción: “Una Idea se dramatiza en diversos niveles, pero también dramatizaciones de órdenes diferentes se hacen eco y atraviesan los niveles”.¹⁰³

está topológicamente en contacto con el contenido del espacio exterior sobre los límites de lo viviente (ibíd., pp. 336-337 y 339).

¹⁰² Cf. ibíd., p. 223.

¹⁰³ DR, p. 284 [330].

Así, la dramatización geológica o la atmosférica tendrán consecuencias sobre la biológica, esta, sobre la social, y esta, a su vez, sobre la geológica o atmosférica, generando, según el caso, ciclos de retroalimentación en los que el intercambio entre sistemas se estabiliza en torno a una singularidad de tipo atractor, o bien, la tendencia hacia un umbral de desestabilización que fuerza la transformación de la naturaleza de las variables o sistemas en interacción (una “catástrofe”).

Pero incluso el análisis “al interior” de un mismo orden dialéctico “hace eco” y reenvía necesariamente a otros órdenes: así la individuación de la multiplicidad social, que expresa *lo económico* como su problema fundamental.¹⁰⁴ La individuación actual de las grandes poblaciones humanas organizadas bajo la forma del Estado-nación capitalista constituye un mercado interno y uno externo como las dos caras complementarias de su espacio, definido por la red topológica de las conexiones entre sus actores en el mercado interno, y por la frontera topológica de contacto con el mercado externo, según el lugar variable que los distintos actores sociales y sociedades circundantes ocupen en las redes de producción y consumo; y esos fenómenos sociales harán eco, entre otras cosas, en la individuación psíquica de sus miembros. Todo este complejo proceso será el objeto de estudio de *El anti-Edipo*.

Más allá del proceso de individuación psíquica (humana), toda constitución de una espacio-temporalidad es inseparable de la producción de una *conciencia*: el *punto de vista* del observador *ligado al espacio* en formación.

Todo dinamismo espacio-temporal es la emergencia de una conciencia elemental que traza ella misma las direcciones, que *dobla* los movimientos y migraciones, y nace en el umbral de las singularidades condensadas en relación al cuerpo u objeto del cual es conciencia. No basta decir que la conciencia es conciencia de algo, ella es el *doble* de ese algo, y cada cosa

¹⁰⁴ Cf. DR, pp. 268-269 [313-314].

es conciencia en tanto posee un doble, incluso muy lejano y extraño a ella.¹⁰⁵

En concordancia con la visión kantiana, toda formación espacio-temporal implica una subjetividad, pero, contrariamente a ella, no se trata de *una forma universal* de subjetividad, sino de formas de subjetividad múltiples, locales, heterogéneas y en interacción recíproca, que resultan en la producción de nuevas subjetividades, nuevos ensambles de espacio-tiempos heterogéneos. Por otro lado, en concordancia con la visión leibniziana, estos múltiples espacio-tiempos heterogéneos *expresan* un mundo desde diversas perspectivas en grados variables de claridad y confusión, pero, contrariamente a ella, los mundos expresados son heterogéneos y no se definen por la convergencia armónica —y moralmente seleccionada— de las series, sino por la divergencia, la discordancia, la imprevisibilidad, la interacción de las subjetividades unas con otras. El *sujeto trascendental deleuziano* no *percibe* el espacio-tiempo, ni los objetos *en* el espacio-tiempo, sino que *es* una conciencia asociada a un objeto —como *doble* del objeto— y se confunde con su dinamismo correspondiente. No es una subjetividad universal y necesaria, sino una local y efímera. “La individuación es móvil, extrañamente flexible, fortuita”,¹⁰⁶ se desarrolla en la explicación de un sistema intensivo y dura el tiempo de esa explicación. Esta forma de conciencia local, efímera y flexible es definida por Deleuze como *larva*: la forma pasiva de la subjetividad constituida en la primera síntesis del tiempo, único modo de subjetividad capaz de vivir en el seno de los movimientos topológicos de la dramatización:

No se ahuecan los espacios, no se precipitan ni desaceleran los tiempos sino al precio de *torsiones y desplazamientos* que movilizan y comprometen todo el cuerpo. [...] Hay pues actores y sujetos, pero son larvas, porque ellas son las únicas capaces de soportar los trazados, los deslizamientos y las rotaciones [...].

¹⁰⁵ DR, p. 284 [331]; cursivas nuestras.

¹⁰⁶ DR, p. 331 [383].

Las larvas llevan las Ideas en su carne, mientras nosotros permanecemos en las representaciones de los conceptos.¹⁰⁷

Nosotros, *partes* de la *especie* humana, somos sistemas psíquicos en *vías de explicación*.¹⁰⁸ Bajo la semejanza perceptiva y la identidad conceptual con las cuales percibimos y pensamos nuestros Yoes y nuestros mundos, subjetivaciones múltiples amenazan esa forma estable con la posibilidad de un re-pliegue o re-expresión que modifique las estructuras topológicas y cronológicas en las cuales nos reconocemos. Las larvas son *pacientes* de dinamismos, los individuos son *pensadores* de una Idea:¹⁰⁹ individuación de un potencial pre-individual y actualización de una Idea en un espacio-tiempo dinámico son las dos caras “extrañamente acodadas” del empirismo trascendental, el *pliegue* en el plano de inmanencia que pone en contacto inmediato Ser y Pensar.

Como vimos, la noción de actualización o dramatización era una respuesta crítica al *esquematismo* kantiano. Desde el punto de vista de la doctrina deleuziana de las facultades, la Idea surgía en el pensamiento cuando un problema —*expresado* por una intensidad que no se dejaba *explicar* bajo una cierta configuración de la sensibilidad— nos forzaba a pensar lo impensable, la multiplicidad ideal. Ahora bien, en el proceso de la *actualización* —y en consonancia con Kant—, la *imaginación* es una pieza central:

Si corresponde al pensamiento explorar lo virtual hasta el fondo de sus repeticiones, corresponde a la imaginación captar los procesos de actualización desde el punto de vista de sus reanudaciones y sus ecos. Es la imaginación la que atraviesa los dominios, los órdenes y los niveles, derribando las particiones,

¹⁰⁷ DR, p. 283 [329].

¹⁰⁸ Sobre la constitución psíquica de la subjetividad humana según Deleuze, y su explicación en especies (Je) y partes (Moi), cf. DR, pp. 330-332 [382-384].

¹⁰⁹ “Todo cuerpo, toda cosa piensa y es un pensamiento en la medida en que, reducida a sus razones intensivas, expresa una Idea de la cual determina su actualización” (DR, p. 327 [378]).

coextensiva al mundo, guiando nuestro cuerpo e inspirando nuestra alma, aprehendiendo la unidad de la naturaleza y del espíritu, *conciencia larvaria que va sin cesar de la ciencia al sueño y viceversa*.¹¹⁰

Esta caracterización de la imaginación hace de ella más que una “facultad de producir imágenes”. En tanto “coextensiva al mundo”, en libre movimiento a través de los distintos niveles de actualización, ella deviene una fuerza transversal a los órdenes de multiplicidad. En este breve, pero sugerente pasaje, la imaginación aparece como agente de comunicación (mediante “reanudaciones y ecos”) entre dominios diversos, y adquiere por eso un rol importante en el proceso de *morfogénesis*, como un factor fundamental en la producción y transformación del mundo fenoménico.

Debemos señalar que ese rol no parece a primera vista ser exactamente el atribuido por Deleuze en otros pasajes de *Diferencia y repetición*, donde la imaginación es caracterizada:

- i) como la facultad que constituye el presente viviente al *fundir* instantes diversos en una cierta duración cualitativa —extrayendo de la repetición *algo nuevo* (en línea con la concepción humeana)—;¹¹¹
- ii) como la facultad que atraviesa las resonancias entre los distintos momentos de la serie de los presentes, constituyendo los disfraces que modelan los nuevos presentes sobre los antiguos;¹¹²
- iii) como la facultad que aparece en segundo término en la elevación al “para-sentido”, despertada por una intensidad que lleva la sensibilidad a su límite, conduciendo luego a la memoria trascendental y, finalmente, al pensamiento puro de las Ideas, objeto límite de la facultad de pensar.¹¹³

¹¹⁰ DR, p. 284 [330]; las cursivas son nuestras.

¹¹¹ Cf. DR, pp. 97 [120] y ss.

¹¹² Cf. DR, p. 137 [164].

¹¹³ Cf. DR, pp. 188-189 [223].

Creemos, sin embargo, que ninguno de estos casos se opone a las características que hemos desarrollado en la presente sección. La imaginación *produce* tiempos y espacios actuales (respectivamente, por fusión o contracción de instantes y por constitución de disfraces que modelan la imagen de un presente actual), a la vez que *atraviesa* los dominios, comunicando a los objetos de la sensibilidad con los de la memoria y el pensamiento. No se trata ya —como en el esquematismo— de una imaginación subordinada a las exigencias conceptuales del entendimiento ni a las formas homogéneas de la intuición, sino liberada de la forma del Yo a través del des-fondamiento universal, donde bullen las series intensivas y hormiguean las multiplicidades virtuales. Esta dimensión trascendental de la imaginación, claro, no tiene sentido sino para los sujetos larvarios que surgen con ella, desde el punto de vista de la actualización en las facultades, pero no desde el punto de vista de la divergencia radical inducida por las Ideas: “hay un punto en que pensar, hablar, imaginar, sentir, etc., son una sola y misma cosa; pero esa *cosa* afirma tan solo la divergencia de las facultades en su ejercicio trascendente”.¹¹⁴ En el límite, cero absoluto de la intensidad o “para-sentido” en la Idea, la pura objetividad problemática se desarrolla a través de las interferencias y resonancias entre sus singularidades —en la interpenetración de las distancias y series complicadas en el *spatium*. La pura potencialidad virtual se pone así en juego en la potencia de nuevos campos de individuación. A partir de ellos, la imaginación podrá cumplir su función transversal entre una sensibilidad bullente y un pensamiento descentrado, conciliándolos progresivamente en una espacio-temporalidad extensiva, originalmente producida para y por ese campo: una imagen actual, métricamente homogénea, “máscara de una singularidad que asoma a través de sus interferencias”.¹¹⁵

*

¹¹⁴ DR, p. 250 [293].

¹¹⁵ DR, p. 38 [56] (recuperamos aquí el pasaje que nos sirvió de epígrafe general).

La matemática nos ha permitido pensar y articular los diferentes niveles de la ontología deleuziana. Todos los objetos y teorías matemáticas relevados suponen espacios y tiempos específicamente matemáticos, *dramatizaciones matemáticas*; fue a partir de ellas que los conceptos ontológicos tomaron forma. Podemos preguntarnos qué tipo de subjetivación corresponde a esas dramatizaciones matemáticas, qué clase de *larvas* “hacen” matemática. Hasta aquí hemos mencionado principalmente la sensibilidad en lo intensivo y el pensamiento en lo virtual, como los aspectos de un empirismo trascendental, pero no debemos soslayar la noción de *una imaginación en el drama*, como fundamento de la inventiva científica, y específicamente matemática. Se trata de una forma de subjetivación propia de un ejercicio *transversal* entre aquellas facultades, activado por la imaginación, propia del *pensamiento diagramático*.¹¹⁶ Desde el punto de vista del pensamiento, la Idea de orden matemático se manifestaba como fuente de problemas dialécticos asociados a los dominios de racionalidad matemáticos existentes, induciéndolos a generar nuevos medios de expresión (objetos, teorías, teoremas, nociones, etc.). Desde el punto de vista de la sensibilidad, las asimetrías intensivas manifestaban lo desigual en sí, motivando tanto el ascenso del fondo problemático como la tendencia a la explicación productora de soluciones, en diferentes dominios de racionalidad (sistemas de numeración o de representación geométrica).

El *objeto* del diagrama no es propiamente la ecuación matemática, ni la representación geométrica de una figura, sino su propia *actividad* de creación pictórica, anfibia entre esos dos planos. Esta actividad tiene un importante efecto práctico-cognoscitivo en el despliegue de las propiedades de objetos matemáticos abstractos, pero también uno *ontológico*, pues su ejercicio redundaba en la creación de nuevos objetos. La diagramatización es *pensamiento intuitivo en acto*, que supera los límites de la formalización conceptual exacta y de la rigidez de la imagen científica, pero

¹¹⁶ Nos hemos referido a esta forma de imaginación productiva en la “Nota sobre el diagrama”, de la sección i.2 de este Capítulo.

que las presupone y necesita para trenzarlas en el ejercicio de una imaginación comprometida en la creación formal-pictórica, motivada por el sentimiento de una distancia en apariencia irreductible o el pensamiento de un problema captado como urgente.

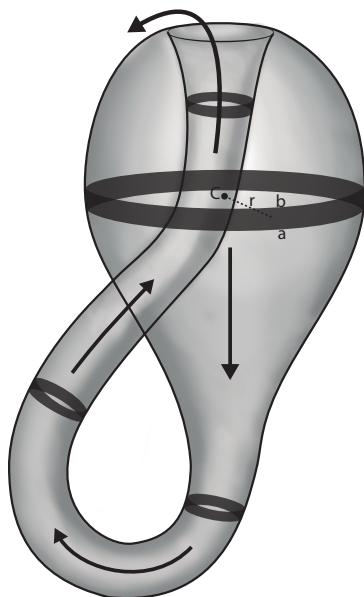
La obra deleuziana —y guattariana— trabaja a menudo con diagramas para presentar conceptos.¹¹⁷ En esta tesitura, quisiéramos finalizar con un diagrama del complejo onto(topo)lógico de la indi-drama-diferen^t/_c-iación (ilustración 32), bajo la imagen de una cinta cilíndrica de radio r (2-multiplicidad bilateral) que, perturbada de un modo particular, se compromete en un movimiento que revela su “medio ambiente” como el espacio paradójico de la botella de Klein (4-multiplicidad unilateral).

Pensemos en la cinta como un individuo actual, y a la botella, como la estructura virtual de la cual la cinta actualiza *una parte*. La cinta goza de una forma extensiva delimitada por dos líneas de frontera a y b (superior e inferior) que definen la superficie, su interior y su exterior, un adentro y un afuera inequívocos desde el punto de vista de su configuración actual (le corresponde un punto central C , situado en el “interior” de la botella). La cinta puede, a su vez, ser subdividida en figuras bi-dimensionales (cuadrículada o triangulada, por ejemplo), como otros tantos subespacios que la habitan. La perspectiva de la cinta tenderá a considerar su espacio ambiente como un medio análogo u homogéneo a su propia forma extensiva. Pero si una perturbación sobre los valores que la localizan y la configuran, la fuerza a un dinamismo (“desplazándose” en la dirección de las flechas del diagrama), recorriendo la estructura de la botella, entonces se descubrirá atravesando configuraciones no homogéneas a la actual, pues esa estructura presenta una zona de la cual la representación bi-dimensional no llega a dar cuenta cabalmente: al pasar por la “región paradójica”, el “extraño codo” de la botella, el adentro y el afuera de la cinta se verán trastocados, de tal

¹¹⁷ Cf. por ejemplo, los diagramas del CsO en AE, pp. 335-336 [292], o bien los de rostridad en MP, p. 225 [188], o los correspondientes al *cogito* cartesiano y kantiano en QQP, pp. 30 y 56 [31 y 59] (entre otros).

modo que, al volver a la “misma” posición de partida, habrá reconfigurado su forma: las líneas *b* y *a* verán invertidas sus posiciones iniciales. Su interior, previamente inaccesible, estará ahora expuesto, y su exterior, mirando hacia “adentro” (hacia el punto C). Su forma explícita estará modificada, pues su forma implícita *envolvía factores de variación* capaces *desfondarla* y *reconfigurarla*. Imaginemos, por ejemplo, un esquema semejante aplicado al tiempo (el tiempo como botella de Klein, en lugar del tiempo como línea recta): toda posición presente o actual estaría determinada de una manera bivalente. La cinta puede estar ocupando el *mismo* punto tanto en un sentido como en el inverso, o *los dos a la vez*, y así, por ejemplo, realizar dos acciones diferentes, simultáneamente, en un único punto del tiempo.

Ilustración 32



Esto, por supuesto, no significa que el Eterno Retorno (que es, precisamente, lo *informal*) tenga la forma de una botella de Klein. Elegimos esa superficie por su significatividad para la topología en general, para el

recorrido de este capítulo en particular, y porque ayuda a aproximarnos a la idea de un desplazamiento en el que las dimensiones del sistema o individuo de base (la cinta cilíndrica, en este caso) forzosamente se desquician, al comunicar con multiplicidades que exceden sus coordenadas y cualidades, induciendo transformaciones globales en ella. Sin embargo, el conjunto del ejemplo —el cilindro bidimensional en intersección con la superficie tetra-dimensional de la botella— sigue describiendo una figura estable, que más allá de la interacción paradójica desde el punto de vista bidimensional, forma un circuito bien definido de repetición idéntica (el tiempo como botella de Klein sería así el tiempo de un individuo en un *loop* eterno, con dos valores simultáneos en cada posición). En el caso del *spatium* intensivo, deberíamos, en todo caso, imaginar una multiplicidad indefinida de sistemas dinámicos multi-dimensionales en interacción e intersección recíproca, los unos dentro de los otros, los unos cortando a los otros y desplazándose paradójicamente unos sobre o dentro de los otros, en un complejo irreductible a una figura o dimensión omniabarcante, sin solución de continuidad.

En este sentido, la botella de Klein de nuestro ejemplo debe ser pensada como relativa, a su vez, a un espacio complementario supra-dimensional, capaz de forzar en ella movimientos aberrantes como los que ella habilita para la cinta del ejemplo (todo virtual rodeando una actualidad se rodea, a su vez, de virtualidades de órdenes superiores, indefinidamente...). Cada sistema espacio-temporal parcial, cada individuo, es capaz de abrir —y, de todos modos, está necesariamente siempre abierto a— un sinfín de líneas de variación, potenciales reconfiguraciones, transformaciones cualitativas. El espacio *entero*, en este sentido, es el *spatium* implicado en y envolvente de cada individuo, el *continuum* de virtualidades capaz de llevarlo a la disolución de su forma, al caos *n*-dimensional que amenaza toda estabilidad, y donde podrá (y deberá) re-plegar y reconstituirse, componiendo con o descomponiéndose en otros individuos o sistemas; todos ellos formas frágiles en espacios dinámicos, como el cilindro

sobre la botella. Formas que luchan, ya por constituirse, ya por conservarse, ya por transformarse, y en esta lucha modifican su entorno, y así, se modifican a sí mismas. La identidad no es más que ese proceso, la lucha por la región que se habita, por el *territorio*, por la composición o desvinculación con otras formas y sistemas, incluso muy lejanas en el espacio y el tiempo extensivos, siempre en función de los lugares que ocupamos, las fuerzas y los desplazamientos, las conexiones e interacciones que nos habitan y nos rodean, las intersecciones en las cuales fulguramos, expresando de mil maneras la potencia diferencial del Ser, que se juega por entero en cada una de esas formas efímeras en las que descansa toda su consistencia.

Interferencia #10: Topología en PLB

La cuestión de la *efectuación* del potencial definido por una singularidad, a través de un pliegue onto-topológico constitutivo de un individuo, deriva del *leitmotiv* deleuziano de finales de los 60: singularidades pre-individuales e individuaciones impersonales. Esta efectuación, como vimos, se da bajo una compleja lógica de la expresión, que —mediante los dos niveles de la intensidad, implicada y explicada— se desdobra en dos aspectos: uno claro y uno confuso. Este desdoblamiento, y el pliegue que configura en tanto espacio de encarnación de lo virtual, son las huellas de la inmensa influencia leibniziana en el núcleo de la ontología de *Diferencia y repetición* y *Lógica del sentido*. En 1988, Deleuze publica su obra consagrada a Leibniz, *El pliegue*. La filosofía leibniziana se reconstruye ahí en una doble dimensión que recoge las dos caras de la teoría de la individuación. La lógica de la expresión juega en *El pliegue* un rol protagónico, e íntimamente atravesado por una tesis topológica.

El pliegue caracteriza la metafísica del universo barroco/leibniziano como constituida por los dos pisos de la “casa barroca”, en una lectura que cifra en clave arquitectónica la división del alma y la materia. Ambos constituyen dos tipos de multiplicidad, o, lo que es lo mismo, dos agrupaciones de pliegues, puesto que: “Lo múltiple no es solamente lo

que tiene muchas partes, sino lo que está plegado de muchos modos”.¹¹⁸ En este sentido, la materia consiste en un *continuum* flexible, plástico, dinámico, en proceso permanente de variación infinita definida como plegado y replegado, de modo que no hay ni átomos, ni *res extensa* homogénea, sino flujo de materia en variación continua. “La unidad de la materia, el más pequeño elemento del laberinto, es el pliegue, no el punto, que no es nunca una parte sino una simple extremidad de la línea”.¹¹⁹

Ahora bien, los repliegues de la materia no tienen su razón en sí mismos, en tanto las fuerzas que los configuran y modifican permanentemente no explican los grados de unidad variables que adquieren las configuraciones materiales. Esas fuerzas “hacen la síntesis orgánica, pero suponen el alma como *unidad de la síntesis*”.¹²⁰ Esta unidad sintética inmaterial está dada por el “piso superior” de la casa barroca: el punto ideal, elemento genético de los pliegues del *continuum* material; es la *singularidad*, caracterizada como *punto de inflexión*: “puro Acontecimiento, de la línea o del punto, lo Virtual, la idealidad por excelencia”.¹²¹ Tanto en el número irracional, definido por el límite convergente de dos series, como en el cociente diferencial,¹²² el punto de inflexión aparece como la esencia de las matemáticas barrocas, en las cuales la variación continua infinita es pensada desde sí misma, inseparable de un *hacerse* pliegue. “En resumen, hay siempre una inflexión que hace de la variación un pliegue, y que lleva el pliegue o la variación al infinito. El pliegue es la Potencia, como se ve en el número irracional que pasa por una extracción de raíz, y en el cociente diferencial que pasa por la relación de una magnitud y una potencia, como condición de la variación. La potencia es en sí misma acto, es el acto del pliegue”.¹²³ En consecuencia, la inflexión determina quiebres

¹¹⁸ PLB, p. 5 [11].

¹¹⁹ PLB, p. 9 [14].

¹²⁰ PLB, p. 16 [21].

¹²¹ PLB, p. 21 [25]; en p. 22-23 [27], Deleuze rescata la lista de catástrofes de René Thom, y afirma que tanto él como Mandelbrot (inventor de la geometría fractal) “tienen una fuerte inspiración leibniziana”.

¹²² Pueden encontrarse estos ejemplos en PLB, pp. 24-25 [28-29].

¹²³ PLB, p. 25 [29].

en la variación continua de la materia, actualizando la potencia virtual del puro acontecimiento. Sujeto y Objeto devienen elementos dependientes de ese pliegue: la objetividad pasa a definirse como la función que modula la materia en su variación infinita, y la subjetividad, como el *punto de vista* sobre esa modulación. Los pliegues en el alma poseen por lo tanto dos caras: la inflexión como singularidad que repliega la materia en variación continua, y el punto de vista como singularidad en el seno de relaciones de *distancia* que *envuelven* una variación determinada por la inflexión, haciendo posible la representación de esa variación. Si bien la noción de intensidad no está mencionada explícitamente en este desarrollo, sí lo está el *spatium* como puro orden de relaciones de distancia entre puntos de vista, los cuales envuelven —en un acto de *interiorización*, inclusión, o inherencia— lo virtual, y en ese envolvimiento, lo *expresan*. Aparece aquí la relación mundo-mónada: el mundo es definido como la curva continua infinita, infinitamente plegada, que converge consigo misma en todos sus tramos; la mónada, como la unidad individual que *incluye* toda la curva, aunque solo a condición de expresar *claramente* una parte de ella. “Se va pues del mundo al sujeto, al precio de una torsión que hace que el mundo no exista actualmente sino en los sujetos [...]. Esta torsión constituye el pliegue del mundo y del alma. Y ella da a la expresión su rasgo fundamental: el alma es expresión del mundo (actualidad) porque el mundo es lo expresado del alma (virtualidad). Así, Dios no crea las almas expresivas sino porque crea el mundo que ellas expresan al incluirlo: de la inflexión a la inclusión”.¹²⁴

En el sistema leibniziano, Dios *crea* un mundo, pero *concibe* infinitos. Infinitud de mundos posibles —aunque imposibles—, infinitud de “curvas” o “funciones” analíticas infinitas que Dios concibe como virtualidades envueltas en una infinitud de mónadas que las actualizan. Pero de todos esos complejos virtual-actuales, solo uno pasa a la existencia. “Lo actual no constituye lo real, debe él mismo ser realizado, y el problema de la realización del mundo se añade al de su actualización. [...] El mundo es una virtualidad que se actualiza en las mónadas o almas,

¹²⁴ PLB, pp. 36-37 [39]. Sobre el sujeto, objeto, punto de vista, mundo y mónada, cf. pp. 26-36 [30-39].

pero también una posibilidad que debe realizarse en la materia o los cuerpos”.¹²⁵ Esto implica *dos órdenes de expresión* diferentes: uno *actualiza* el mundo en las almas, el otro lo *realiza* en la materia (siguiendo la elección divina del mejor de los posibles). Es la noción de armonía preestablecida la que interviene compatibilizando ambos órdenes, haciendo corresponder a cada mónada un cuerpo, realmente distinto pero inseparable de ella, y que *realiza* la virtualidad que ella *actualiza*.¹²⁶

Pero la armonía preestablecida no basta para eliminar las paradojas del sistema. Si consideramos que cada mónada posee un cuerpo, pero este se compone a su vez de otras tantas mónadas, cada una de las cuales posee un cuerpo, al infinito, la relación de pertenencia exige un fundamento de unidad que corresponda con la identidad de un sujeto. Además de la *pertenencia* de un cuerpo a un alma, existe una relación de *dominación*, por la cual esa alma o mónada permanece y organiza la infinitud de mónadas implicadas por la infinitud de repliegues de la materia en variación continua. La persistencia de *una* organización corporal en el espacio y el tiempo exigen *una* mónada que domine sobre el flujo inagotable de mónadas que corresponden a las *partes* de esa organización (cada una de las cuales es, a su vez, una organización que domina sobre sus partes, al infinito). Interviene aquí la noción de *vinculum substantiale*, “un lazo extraño, un gancho, un yugo, un nudo, una relación compleja que comporta términos variables [las mónadas dominadas] y un término constante [la dominante]”.¹²⁷ Pero surge así la “paradoja casi insoportable del leibnizianismo”,¹²⁸ pues la relación de dominación planteada por el *vinculum* como relación constante *no es una relación de inclusión* (lo cual definía el pliegue de *cada* mónada en torno al mundo, desde su punto de vista). Se invoca ahora lo que parece ser una *posesión extrínseca*, de un conjunto de mónadas por una mónada (y no ya del mundo claramente expresado por esa mónada, en tanto lo envolvía en inclusión).

¹²⁵ PLB, p. 140 [135].

¹²⁶ Cf. PLB, pp. 142-144 [137-139].

¹²⁷ PLB, p. 148 [142].

¹²⁸ PLB, p. 149 [142].

Es en la resolución de esta paradoja que Deleuze atribuye a la noción leibniziana de *vinculum* una naturaleza topológica. “Lo que Leibniz descubre entonces, es que la mónada como interioridad absoluta, como superficie interior de una sola cara, no por ello carece de otra cara, o un mínimo de afuera (*dehors*), una forma de afuera estrictamente complementaria. ¿Es la topología la que puede resolver esta contradicción aparente? Esta se disipa en efecto si recordamos que la «unilateralidad» de la mónada implica por condición de cierre una torsión del mundo, un pliegue infinito, que no puede desplegarse conformemente a la condición sino restituyendo el otro costado, no como exterior a la mónada, sino como el exterior o el afuera *de* su propia interioridad: una pared, una membrana flexible y adherente, coextensiva a todo el adentro (*dedans*). Tal es el *vinculum*, el lazo primario no localizable que bordea el interior absoluto”.¹²⁹ Como vimos, la topología definía esos espacios *unilaterales*, como la botella de Klein o la cinta de Möbius, donde el exterior y el interior coincidían, en la medida en que eran inasignables.

La topología da un concepto de *frontera* de un espacio que lo convierte en un conjunto *cerrado*, distinguido de su espacio complementario. Y, sin embargo, ella muestra también cómo un exterior y un interior pueden estar absolutamente en contacto. La cinta de Möbius compartía esas paradójicas propiedades de poseer *una única línea de frontera*, y de ser *una superficie de una sola cara*, no orientable. El pliegue constituyente de la mónada poseería entonces esta condición *topológica* por la cual la torsión que le da lugar forma un adentro absoluto coextensivo a todo el afuera. Este afuera, que no es un espacio exterior *a* la mónada, sino la condición de posibilidad de su cierre, consiste en sus relaciones con sus mónadas dominantes y dominadas; de modo que las mónadas, sin puertas ni ventanas, estarían sin embargo en contacto (no material, ni espiritual, ni geométrico, sino *topológico*). Lo mismo ocurre en la dinámica del pliegue que define la individuación en *Diferencia y repetición* y la *Lógica del sentido*: cada individuo se define por la operación de un trazado de frontera por el cual la profundidad interioriza, envuelve, la

¹²⁹ PLB, p. 149 [142-143].

totalidad de lo confusamente expresado; pero esa interioridad remite inmediatamente a un *afuera no exterior*, una potencia interna de disolución e impulsión hacia nuevas individuaciones. Este afuera no trabaja, sin embargo —a diferencia de lo que ocurre en *El pliegue*—, sino bajo la condición de una divergencia radical que dinamiza la comunicación imprevisible e inagotable de las series en el *spatium*.

Interferencia #11: El pliegue en F y QQP

La segunda parte del *Foucault* —titulada “Topología: «pensar de otra manera»”— desarrolla tres capítulos correspondientes a tres ejes: saber, poder, subjetivación. En este último eje, la cuestión del pliegue aparece como el tema central, que retoma y resignifica los elementos de los otros dos. La matemática tenía un rol muy importante en esa obra, desde la relación primitiva-derivada que estructuraba la lógica de los enunciados en el eje del saber, hasta la noción de *diagrama*, que retomaba en el eje del poder los caracteres de la Idea deleuziana como elemento del *afuera*, donde la fuerza se relacionaba directamente con la fuerza creando un mecanismo emisor de singularidades. La introducción de la subjetivación, como nuevo eje de análisis de la obra foucaultiana, obedece a la cuestión de pensar los puntos de *resistencia*, considerados como *primeros* respecto al diagrama de las fuerzas que instituye las relaciones de poder, constitutivo del vínculo entre enunciados y visibilidades. Si el diagrama, en tanto *doble* de los estratos actuales, abría toda formación social a un *afuera* absoluto, más lejano que cualquier forma de exterioridad y con respecto al cual los sujetos son completamente determinados, Deleuze se pregunta si el giro que da Foucault hacia el final de su obra, al dirigirse al problema de la subjetivación en la antigua Grecia, no remitiría a una forma de pensar un modo del *adentro* en estricta complementariedad con ese afuera propio del eje del poder, irreductible entonces a una simple “interioridad” como vida espiritual del individuo o experiencia fenomenológica.¹³⁰

¹³⁰ “La intencionalidad se hace aún en un espacio euclidiano que le impide comprenderse a sí misma, y debe ser sobrepasada hacia otro espacio, «topológico», que ponga en contacto el Afuera

Los diferentes “estratos” o capas de la organización social se constituían en diferentes modos de la exterioridad (como el ver y el hablar), y a su vez remitían a las singularidades del diagrama como su *doble* o *afuera trascendental*. Y ese afuera remitía a su vez al elemento puro y no mediatizado de las fuerzas como *afuera absoluto*, más allá de toda forma de exterioridad, línea del afuera disolvente de toda exterioridad, pero a la vez elemento genético y articulador (disolución y génesis). El giro que introduce la subjetivación consiste en que este *más allá de la exterioridad* puede verse, simultáneamente, como un *más acá de la interioridad*. “Si lo lejano está más lejos que toda exterioridad, es más cercano, es lo cercano mismo. [...] Conversión de lo lejano en lo cercano”.¹³¹ Más allá de la lógica euclidiana, *partes extra partes*, constitutiva de los estratos, la topología articula inmediatamente el elemento genético de esa exterioridad, el afuera, con un adentro que le es completa y estrictamente coextensivo.

El concepto ontológico que rige este movimiento es *el pliegue*, y con él la cuestión del doble se transforma en la del “doble”: “el doble no es nunca una proyección del interior, es al contrario una interiorización del afuera. No es un desdoblamiento de lo Uno, es un re-doblamiento del Otro. No es una reproducción de lo Mismo, es una repetición de lo Diferente. No es la emanación de un Yo (*Je*), es la puesta en inmanencia de un siempre otro o de un No-yo (*Non-moi*). No es nunca el otro el que es un doble, soy yo que me vivo como el doble del otro [...]. Es exactamente como la invaginación de un tejido embriológico”.¹³² Serían los griegos quienes efectuaron primero este pliegue, constituyendo la operación de subjetivación en un sentido plenamente ontológico, a través de su concepción —inseparable del nacimiento de la democracia ateniense— de un “auto-gobierno” de sí como condición para el “gobierno de los otros”: en esta relación de auto-dominación, los griegos plegaron la fuerza sobre sí: “*una relación de la fuerza consigo, un poder de afectarse a*

y el Adentro, lo más lejano y lo más profundo” (F, pp. 117-118 [144]).

¹³¹ CF III, p. 22 (clase del 22 de abril de 1986).

¹³² F, p. 105 [129].

sí mismo, un afecto de sí por sí".¹³³ La subjetividad deriva de este pliegue, en estricta correspondencia con un cierto régimen de poder y de saber históricamente emplazados, pero constituyendo una dimensión ontológica independiente.

Siguiendo el paralelo del rol disolutivo-genético que puede trazarse entre el afuera y la Idea de *Diferencia y repetición*, Deleuze retoma con motivo del pliegue foucaultiano su doctrina de las facultades. En la operación del pliegue, a la vez caracterizada como auto-afección y auto-dominio, se produce una interiorización de lo impensable que es constitutiva del pensamiento (junto con una interiorización del pasado inmemorial que es constitutiva de la memoria): "el afuera se pliega y en la medida en que se pliega, introduce lo impensado en el pensamiento".¹³⁴ La concepción empirista vulgar asocia el pensamiento al monólogo interior constituido por las proposiciones que circulan por la conciencia bajo alguna forma de asociación con las cosas externas. Pero el ejercicio trascendente del pensamiento es inseparable de un pliegue del afuera (y plegar y desplegar no son operaciones opuestas, sino diferentes *modos* de plegado). "Pensar es plegar, es doblar el afuera por un adentro que le es coextensivo. La topología general del pensamiento, que comenzaba ya «en la vecindad» de las singularidades, se alcanza ahora en el pliegue del afuera al adentro [...]. Se ha podido mostrar que toda organización (diferenciación e integración) suponía la estructura topológica primera de un afuera y de un adentro absolutos, que inducía exterioridades e interioridades intermedias: todo el espacio del adentro está topológicamente en contacto con el espacio del afuera [...]. Todo el adentro se encuentra activamente presente en el afuera sobre el límite de los estratos. El adentro condensa el pasado (larga duración), bajo modos que no son continuos, pero lo confrontan con un futuro que viene del afuera, lo intercambian y lo recrean. Pensar es alojarse en el estrato presente que sirve de límite: ¿qué puedo ver y qué puedo decir hoy? Pero es pensar el pasado tal como se condensa en el adentro, en la relación consigo (hay un griego en mí, y un

¹³³ F, p. 108 [132-133].

¹³⁴ CF III, p. 53 (clase del 29 de abril de 1986). Sobre la memoria, cf. *ibid.*, pp. 48-49, y F, p. 115 [140].

cristiano...). Pensar el pasado contra el presente, resistir al presente, no por un regreso, sino «en favor, espero, de un tiempo por venir» (Nietzsche), es decir volviendo el pasado activo y presente al afuera, para que ocurra al fin algo nuevo, para que pensar, siempre, llegue al pensamiento”.¹³⁵

Si el pensamiento es inescindible de la subjetividad, no lo es en tanto forma universal de la actividad racional autoconsciente de un individuo transparente a sí. La subjetividad es el resultado de la actividad de subjetivación, que lo convierte en la “derivada del afuera”,¹³⁶ ahora bien, resultado o derivada, la subjetividad posee sin embargo una cierta autonomía respecto de ese afuera, en tanto ella puede constituir en su propio adentro una redistribución de aquel, dando lugar a nuevas configuraciones diagramáticas. El concepto de subjetivación en el *Foucault* es otro ejemplo de cómo el pliegue es la *potencia* del Ser, en cuanto la *interiorización* del afuera constituye *puntos de resistencia* que pueden considerarse *primeros* con respecto a las fuerzas diagramáticas. “Así, no hay solamente singularidades tomadas en las relaciones de fuerzas, sino singularidades de resistencia, capaces de modificar esas relaciones, invertirlas, cambiar el diagrama inestable.”¹³⁷ En la medida en que el adentro establece una nueva relación de fuerzas, está a su alcance el emitir nuevas singularidades, singularidades que resistan y hasta rompan los estratos derivados de un determinado diagrama, abriéndose a la conexión con nuevas singularidades del afuera y reordenándolo de otro modo, dando lugar a nuevos diagramas, nuevos dobleces, nuevos estratos; en virtud de ello, la subjetivación vive modificándose a sí misma, puesto que en su ser es coextensividad y absoluta presencia a ese afuera que ella misma interioriza y transforma. El “arte” topológico del plegado deviene, gracias a Foucault, estrategia política en la constitución de una interioridad que sea viable, respirable, habitable.

Pareciera, sin embargo, que este movimiento sostiene con el ejercicio del *pensamiento filosófico* una afinidad especial. Así como el ser

¹³⁵ F, pp. 126-127 [154-155].

¹³⁶ F, p. 113 [139].

¹³⁷ F, p. 130 [157].

y el pensar devenían uno en el eterno retorno, ellos se reencuentran en el plano de inmanencia filosófico de *¿Qué es la filosofía?*, precisamente a través de las figuras complementarias del diagrama y la intensidad, que operan los pliegues y repliegues del plano —pensado por primera vez precisamente por los griegos, y del cual Spinoza da la máxima expresión. Lo virtual, el caos al cual el pensamiento se enfrenta, aparece caracterizado en esa obra a través de las velocidades infinitas, y no ya con la figura de la perplección. Lo que se mueve a velocidad infinita y lo que está totalmente plegado, *absolutamente* plegado a través de sí mismo, es aquello donde todas las figuras posibles se esbozan para disolverse inmediatamente. El movimiento del infinito es el fondo común a la puesta en variación continua. “No obstante, no es una fusión, es una reversibilidad, un intercambio inmediato, perpetuo, instantáneo, un relámpago. El movimiento infinito es doble, y no hay sino un pliegue del uno al otro. Es en este sentido que se dice que pensar y ser son una sola y misma cosa. O más bien el movimiento no es imagen del pensamiento sin ser también materia del ser. [...] El plano de inmanencia tiene dos caras, como Pensamiento y Naturaleza, como *Physis* y *Noûs*. Es por eso que hay siempre muchos movimientos infinitos tomados los unos en los otros, plegados los unos en los otros”.¹³⁸ Esas “dos caras” del plano de inmanencia nos remiten, a vuelta de página, a los dos movimientos del infinito: “los elementos del plano son *rasgos diagramáticos*, mientras que los conceptos son *rasgos intensivos*. Los primeros son movimientos del infinito, mientras que los segundos son ordenadas intensivas de esos movimientos, como golpes originales o posiciones diferenciales: movimientos finitos, de los cuales el infinito no es ya sino velocidad, y que constituyen cada vez una superficie o un volumen, un contorno irregular que marca una detención en el grado de proliferación”.¹³⁹

Ya en *Diferencia y repetición*, los conceptos eran definidos como “intensidades desde el punto de vista del sistema filosófico”.¹⁴⁰ Pero

¹³⁸ QQP, p. 41 [42].

¹³⁹ QQP, p. 42 [44].

¹⁴⁰ DR, p. 155 [184].

los conceptos filosóficos creados por un filósofo solo pueden producirse a condición de instaurar un plano de consistencia en el cual ellos pliegan el plano de inmanencia, interiorizando en un “contorno finito” sus velocidades infinitas, siguiendo las singularidades que hacen las veces de horizonte o foco problemático y unificador de las intensidades que lo recorren. La filosofía trabaja en una zona de interferencia que hace del ser y del pensar el *doble* inmediato uno del otro, opera un sistema de pliegues del uno en el otro, enfrenta el caos de las velocidades infinitas a la vez que crea los conceptos que las interiorizan y les dan consistencia. Ella realiza así la reversibilidad inmediata, la indiscernibilidad relativa o la membrana de contacto entre el ser y el pensar: la topología del pensamiento. Lxs auténticxs filósofxs serían aquellxs capaces de efectuar ese doblez de un modo nuevo, original, logrando “pensar de otro modo” y mostrando el ser “de otro modo”. En efecto, los conceptos en filosofía son agenciamientos concretos que, capturando el movimiento del infinito bajo una forma intensiva, nos permitirían elevarnos al *cogitandum*, en tanto expresan el plano de inmanencia como objeto trascendente del pensamiento. “Se diría que EL plano de inmanencia es a la vez lo que debe ser pensado y lo que no puede serlo. Sería lo no-pensado en el pensamiento. Es la base de todos los planos, inmanente a cada plano pensable que no llegaría a pensarlo. Es lo más íntimo al pensamiento, y sin embargo el afuera absoluto. Un afuera más lejano que todo mundo exterior, porque es un adentro más profundo que todo mundo interior”,¹⁴¹ y entre ambos, la frontera topológica de contacto que los pliega y repliega una y otra vez, reorganizando el adentro y el afuera siempre de otro modo.

¹⁴¹ QQP, p. 59 [62].

Conclusión

De la filosofía como teoría de las multiplicidades
y práctica de las interferencias

Estamos inmersos en el ruido. Y ese ruido es inextinguible. Es exterior, es el mundo mismo, y es interior, producido por nuestro cuerpo viviente. Somos en los ruidos del mundo, no podemos cerrar la puerta a la recepción de ese clamor, y evolucionamos, envueltos en esa madeja incalculable. [...] En el comienzo está el ruido, el ruido no cesa. Es nuestra percepción del caos, nuestro único modo de aprehender el desorden [...]. El ruido nos asegura que estamos inmersos en la fluctuación, que estamos llenos de ella. Y nos expulsa del caos, por el terror mismo que nos inspira; nos trae de vuelta, nos llama al orden.

MICHEL SERRES

“**L**a filosofía es la teoría de las multiplicidades”,¹ dice Deleuze. Pero ella es también una práctica que se desplaza entre otras prácticas: práctica creativa en interferencia, pues es “al nivel de la interferencia entre varias prácticas que las cosas se hacen”.² La filosofía es la práctica que teoriza las multiplicidades, interfiriendo constructivamente en y entre ellas, y extrayendo conceptos como resultado de estas interferencias. Lo propio del concepto filosófico —que es una intensidad, un pliegue del afuera— es interiorizar y dar consistencia al caos de la variación continua

¹ D, p. 179 [51].

² IT, p. 365 [370]. Citamos este pasaje en toda su extensión en nuestra Introducción.

infinita propia de la intersección de todas las multiplicidades coexistentes —la perplicación. El objeto de la filosofía es inseparable de una actividad de comunicación de planos y dimensiones heterogéneos e irreductibles, que se instancia en la creación de conceptos. En la obra de Deleuze, esa creación está potentemente interferida por la matemática: el filósofo de las multiplicidades intenta crear “un concepto propio al espacio riemanniano, o al número irracional”.³ En esa creación, un par conceptual recorre la teoría: “Toda multiplicidad implica elementos actuales y elementos virtuales”.⁴ Esos elementos definen una tensión que no se resuelve sino en una incesante marea de resonancias, desplazamientos, interferencias que recorren, pliegan y repliegan las multiplicidades de mil maneras. Lo actual y lo virtual, en sí mismos, forman multiplicidades: multiplicidad de partes extensivas cualificadas, multiplicidad de relaciones diferenciales emisoras de singularidades. *Diferencia y repetición* constituye el primer intento deleuziano de elaborar una teoría de las multiplicidades. Destacan allí no solo multiplicidades virtuales y actuales, sino también implícitas y explícitas (intensivas y extensivas).

Las multiplicidades actuales, o actualizadas, se manifiestan siempre bajo un doble aspecto, una doble cara: ellas son cualitativas y extensas (cantidades extensivas). Esta doble cara se resignifica de diferentes maneras, según el tipo de sistema considerado: especie y partes (sistema biológico), Je y moi (sistema psíquico), función y valores (sistema matemático)... En esta serie de dualidades, cada primer término constituye una cualidad general, y cada segundo término, una cantidad concreta, distinción numérica o partes extensivas en las que se instancia. En lo actual, lo general y lo particular son inseparables: no hay una organización descendente o ascendente del ser jerarquizado según órdenes de generalidad crecientes o decrecientes, ni tampoco particulares atomizados independientes: generalidad y particularidad están inmediatamente copresentes en todo individuo.

³ QQP, p. 204 [218].

⁴ D, p. 179 [51].

Si lo actual es lo que se presenta, también es lo que habilita una re-presentación o una posición de lo posible, como abstracción de lo presente (homogenización y separación artificial de lo general y lo particular, constitución de generalidades abstractas, jerarquización de los entes en un Ser equívoco). Porque si lo actual es lo presente (en sentido temporal), es también lo que establece un buen sentido, lo que habilita una previsión hacia un futuro esperado basado en ese presente. Y si, además, es lo que se presenta bajo la forma de lo *partes extra partes* (en sentido espacial), es también el medio homogéneo que habilita un desplazamiento rígido de las formas, es decir, sin deformación, lo que permite su comparación y la implantación de una métrica homogénea, un patrón de medida, un criterio para juzgar. Las jerarquizaciones, previsiones y estabilidad de las formas, pueden ser fundamentales para el comercio inmediato con el mundo empírico y para la organización cotidiana de la vida práctica, pero obturan el pensamiento filosófico y la praxis transformadora. El filósofo de las multiplicidades encuentra en lo actualizado un aspecto o una perspectiva, parcial y pobre, sobre su objeto.

Ahora bien: “No hay objeto puramente actual. Todo actual se rodea de una neblina de imágenes virtuales”.⁵ Este libro comenzó por la caracterización de lo virtual a través del cálculo diferencial. Una primera aproximación a las multiplicidades virtuales nos enseñó que esa “neblina”, que rodea lo actual, se “manifestaba” como un (no)-ser, extra-ser problemático que excede lo actual, e impulsa y regula la determinación de sus procesos de transformación. Las multiplicidades virtuales se constituyen por elementos y relaciones diferenciales, un mecanismo emisor de singularidades, generando lo que Deleuze llamaba *LA* determinación: no tal o cual determinación empírica, actual, sino determinación trascendental, razón suficiente de la determinación empírica. Los elementos diferenciales suponían un ejercicio de abstracción de la generalidad y la particularidad de un individuo actual, pero una abstracción que capta al individuo bajo su

⁵ D, p. 179 [51].

potencia de variación. Toda cosa es una multiplicidad que se hace en la intersección entre varios regímenes de variación, que abren líneas de variación continua bajo una causa ideal de la continuidad.

El empirismo trascendental es inseparable de esa puesta en variación que arrastra al individuo a un fondo pre-individual, indiferenciado, pero diferenciado. Lo virtual, en este primer momento, aparece como el ascenso del fondo que borra las determinaciones actuales en virtud de un pular de elementos indiscernibles, formando un *continuum* indeterminado, heterogeneidad radical y paradójica, donde la variación continua está poblada de cortes y límites que le son coetáneos, sin que ninguna forma o identidad prevalezcan. En un segundo momento, estos elementos virtuales aparecen retroactivamente como inexistentes por fuera de una relación diferencial que los enlaza y que los vuelve determinables, o capaces de engendrar una determinación. Las relaciones diferenciales rodean todo punto actual como neblina, bruma problematizante y regulativa, que modula o cualifica la variación de partida en virtud de una variación derivada, una nueva forma de variación generada en y por la relación diferencial.

De este modo, los elementos diferenciales y sus relaciones son inseparables de una remisión a series de individuos actuales que ellas enlazan y organizan desde su espacio problemático, continuo e indeterminado: la red de la determinación recíproca. Cada grado de estas series de relaciones diferenciales emite puntos singulares; no puntos geométricos actuales, sino puntos críticos, puntos de quiebre que estructuran la conexión entre los puntos actuales, transformando o rompiendo las series, ya sea porque rigen un proceso como punto de equilibrio al cual tiende un sistema (atractor) o determinan la composición de una forma (el centro del círculo), ya porque marcan un punto de quiebre o ruptura, y enlace, entre dos o más regímenes de variación cualitativamente diversos (bifurcación o polo), etc.

Todo este brumoso mecanismo de modulación atraviesa y acecha el objeto actual como su doble. Lo virtual abre lo actual a su afuera trascendental. Si a lo actual corresponde la dimensión temporal de lo

presente (que se desdobra en un pasado lineal e inequívoco y un futuro probable y, por tanto, previsible), lo virtual se encuentra permanentemente dividido entre un pasado puro —que nunca fue presente, pero hace pasar el presente— y un futuro desquiciado, fuera de sus goznes, que desararticula la previsibilidad de toda duración. Vimos que lo virtual implica una dimensión de la temporalidad, un proceso de determinación progresiva, como un escalonamiento o encajonamiento ordenado en la disposición de los elementos virtuales que entran en juego en el planteamiento de un problema, determinando un ritmo o una secuencia de resolución. Y a diferencia del espacio homogéneo y *partes extra partes* de lo actual, lo virtual implica una espacialidad propia. Los lugares, los *topos* de la estructura virtual, forman la razón suficiente de las determinaciones de las partes extensivas. Esos *topos* son vecindades o entornos diferenciales, siempre rodeando un punto singular; bancos de neblina virtual en interconexión recíproca, conectables de múltiples modos a través de sus bordes difusos. Desde este punto de vista, la multiplicidad aparece como espacio de perplicación, de coexistencia inmediata, plegada sin distancia en una miríada de órdenes problemáticos. En esa perplicación, la determinación recíproca de los elementos diferenciales y la determinación progresiva de su ser problemático emiten singularidades que organizan una actualización, pero “en sí mismas”, están afuera de lo actual (o, mejor, son su afuera).

Si la multiplicidad virtual determina cómo se produce una actualización concreta en el espacio y el tiempo, ella no determina el hecho de que haya una actualización o un espacio-tiempo cualquiera. Por un lado, la multiplicidad virtual aparece como la razón de la actual; pero, por otro lado, ella carece de toda actualidad, de toda efectividad en lo actual. En y por sí misma, la Idea no posee la potencia de ponerse en la existencia, y la neblina, que era pura potencialidad, parece diluirse en la nada. El principio de razón suficiente no está completo con la multiplicidad virtual. La intensidad es el elemento supuesto por la potencialidad virtual, diferenciador de la diferencia en cualidades y extensiones generadas por explicación. Vimos

cómo la explicación era el modo por el cual un fenómeno surgía a partir de la tendencia a la simetría de un sistema asimétrico definido por una serie intensiva de términos implicados u ordenados en profundidad.

En efecto, la intensidad se presenta como un nuevo tipo de multiplicidad, la multiplicidad implícita o implejo, contracara de la explicación que lleva lo implícito al estado explícito. La multiplicidad implícita es multiplicidad de distancia, o *spatium*, compuesto de diferencias ordenadas que resuenan o interfieren unas con otras, cada una con todas, en una universal comunicación de términos divergentes. Cada intensidad constituye una unidad indivisible que comprende en sí infinitos términos heterogéneos, ordenados como mayores y menores, nunca iguales: “mayor” y “menor” no implican una medida exacta entre términos homogéneos (métrica), sino una organización de heterogeneidades englobantes y englobadas, envolventes y envueltas, de modo que cada una sólo puede dividirse a condición de cambiar de naturaleza, indefinidamente. Es por la cantidad intensiva, entonces, que a cada parte corresponde siempre a otra especie.

Hemos visto, a partir de las nociones desarrolladas por el intuicionismo y por Meinong, que la distancia se caracteriza como una relación asimétrica e irreductible ligada a una singularidad, límite ideal de la intensidad tendiendo al cero absoluto, con respecto al cual ella se define u ordena. Cada intensidad corresponde a un individuo cualificado y extenso, singular e irreductible, porque expresa claramente una (o una cantidad finita de) singularidad(es). Las Ideas, en tanto claramente expresadas, son intensidades explicadas en especies y partes, cualidades y extensiones, multiplicidades explícitas. “Lo actual cae fuera del plano como fruta”.⁶ Hay especies y partes actuales, fundadas en una Idea, porque la intensidad que expresa esa Idea se explica en ese modo.

Con la relación de expresión, llegamos a la bisagra, el gozne del sistema: el pliegue. “Lo múltiple no es sólo lo que tiene muchas partes, sino

⁶ D, p. 181 [53].

lo que está plegado de muchas maneras.”⁷ Cada intensidad es un pliegue que envuelve y es envuelto por otros. El pliegue no se despliega ni repliega sin cambiar de naturaleza.

En cada expresión clara, algunas de las neblinosas zonas de indiscernibilidad perplejada condensan y se encarnan en cualidades extensivas actuales. Y dado que cada intensidad comunica con todas las restantes en el caos universal del *spatium*, ella expresa a su modo, según su orden, todas las Ideas de manera confusa. La clara expresión corresponde con la explicación de un individuo actual, cualitativo y extenso, donde la diferencia es puesta fuera de sí, en una identidad estable (o meta-estable); pero la expresión confusa comunica esa identidad con el fondo oscuro, con el extraño “codo” del (des)fundamento. En ese sentido, todo individuo actual implica un aspecto de expresión confusa, interioridad no explicada hecha de intensidades implícitas, llena de esa neblina virtual que fuerza a abrirse a nuevas vías posibles de explicación, en un proceso de repliegue por el cual se constituye un nuevo individuo —las semillas del fruto actual, que nos hunden de nuevo en el fondo oscuro de las Ideas para emerger de (o en) otro modo.

Las armonías del mundo (que no son la regla, sino la rareza) son el anverso inseparable de su ruido de fondo. Y en ese murmullo indefinido, en esa madeja de interferencias, fulguran los signos y los problemas que hacen, de lo uno, la multiplicidad, y viceversa.

El pliegue de la intensidad completa así la teoría deleuziana de las multiplicidades como onto(topo)logía. Esta descansa en la operación topológica del plegado por el cual se traza un borde, frontera topológica o de un individuo, la línea del afuera más allá de toda forma de exterioridad que se convierte inmediatamente en un adentro más acá de toda interioridad, y que se manifiesta en lo actual como el ordenamiento sucesivo entre niveles de dramatización, multiplicidad de espacios interiores y exteriores en

⁷ PLB, p. 5 [11].

contacto dinámico, correspondientes cada uno a las diferentes relaciones y partes de un individuo. Cada forma de interioridad y de exterioridad, y en el límite, el adentro y el afuera absolutos, están topológicamente en contacto por la frontera móvil que se pliega, despliega y repliega, reconstituyendo las individuaciones o modificaciones del Ser unívoco siempre de otro modo, en el caos informe del eterno retorno.

Pasamos entonces por cuatro tipos de multiplicidades (virtuales-actuales, intensivas-extensivas). Ellas pueden considerarse aisladamente (es lo que hemos intentado a lo largo de este trabajo), pero, en rigor, coexisten mutuamente solapadas, interpenetradas, cada una reenviando a las otras en todo fenómeno concreto. La intensidad nos pareció un concepto privilegiado para pensar la articulación transversal de las multiplicidades heterogéneas, en tanto ella efectúa los pliegues que la dinamizan. Pero no debe olvidarse que esa dinamización está estructurada en torno a elementos virtuales, singularidades pre-individuales o acontecimientos ideales que deben ser expresados y que marcan el ritmo y el orden de conexión de los pliegues intensivos. La expresión y su consecuente explicación/replicación por la intensidad producen lo actual en correspondencia con las Ideas virtuales, y a la vez lo trabajan incesantemente, modificándolo.

Estrictamente hablando, lo virtual se espacializa y se temporaliza en su encarnación, dada por los factores individuantes que expresan sus puntos y relaciones mediante los dinamismos espacio-temporales, que —desfasadamente— lo virtual determina y lo intensivo dinamiza, produciendo los movimientos morfogénéticos que explican lo expresado en cualidades y cantidades actuales diversas. Mientras que, por un lado, estas cualidades y cantidades yacen como “lo agotado” del sistema explicado, por el otro ellas continúan en interacción recíproca unas con otras en virtud de su orden de implicación, que fuerza a producir nuevas cualidades y cantidades, en la medida en que los problemas dialécticos exceden y trascienden toda configuración actual hacia otras configuraciones.

La intensidad desarrolla así su rol de vaivén virtual-actual, haciendo volver siempre lo diferente, de la sensibilidad al pensamiento, y del pensamiento a la sensibilidad. La Idea no existe previa o independientemente de la intensidad (no existe fuera de su expresión), ni la intensidad explica ni implica nada por fuera de las Ideas que expresa, ya clara, ya confusamente. La Idea constituye el doble virtual que modula y modifica lo actual, la intensidad produce el doble por el cual esa modulación y modificación se efectúan, haciendo pasar los distintos tipos de multiplicidad el uno dentro del otro.

*

Esta teoría de las multiplicidades es una práctica de las interferencias. Si Deleuze ha renegado alguna vez de su obra de fines de los 60 por su excesiva territorialización en la academia,⁸ no deja de haber una correlación profunda entre ella y la etapa que emprende y desarrolla desde los 70, tanto acompañado por Guattari como también por su cuenta, en los estudios sobre psicoanálisis y política, cine, pintura y literatura de los 80. La teoría de las multiplicidades se instancia en esos escritos como práctica en interferencia con otras prácticas (cosa ya establecida en su obra de fines de los 60, como vimos con el caso de la matemática). La filosofía se zambulle de lleno y simultáneamente al psicoanálisis, a la antropología, a la historia, a la economía política, a las ciencias y a las artes. Deleuze y Guattari hacen interferir las disciplinas desplazando sus fronteras, develando el carácter móvil de esas fronteras, y la potencia de un pensamiento que se engendra en los saltos y rearticulaciones de esos límites, orientado por los problemas que lo acechan.

Esa concepción de la práctica puede rastrearse ya *in nuce* incluso en las expresiones más “teóricas”, “pesadas” o universitarias del

⁸ Por ejemplo, en P, p. 16 [15], donde se refiere al tándem *Diferencia y repetición* y *Lógica del sentido* como libros plenos de un pesado aparato universitario.

pensamiento deleuziano. Esto es explícito en su trabajo del 72 sobre el estructuralismo, donde la cuestión de la diferenciación de la diferencia es pensado a la vez como expresión y como interferencia: “Una estructura económica nunca existe pura, sino recubierta por las relaciones jurídicas, políticas, ideológicas en las que se encarna. No se puede leer, encontrar, re-encontrar las estructuras sino a partir de estos efectos. Los términos y las relaciones que las actualizan, las especies y las partes que las efectúan, son interferencias tanto como expresiones”.⁹ En ese trabajo, la cuestión de la expresión no es traducida en términos de una lógica de lo intensivo, sino de un elemento simbólico¹⁰ y móvil que comunica las series y las singularidades de la estructura, haciéndolas resonar y extrayendo de estas resonancias los efectos que recubren las series de base (especies y partes). El carácter de efecto de la estructura, como el carácter explicado de la intensidad, no debe hacernos suponer una independencia o autonomía de la causa, sino un proceso de causalidad inmanente donde el efecto envuelve y lleva consigo una causa inmanente que lo transforma, y se transforma a sí misma a la vez.

Ese elemento simbólico que recorre las series estructurales-genéticas es extensamente trabajado en la *Lógica del sentido*, donde la distancia aparece como un elemento central para pensar la praxis en el seno la superficie topológica del campo trascendental. Deleuze sigue aquí un criterio nietzscheano: la afirmación de la diferencia, o de la distancia positiva, entre dos o más determinaciones excluyentes, es la condición para una práctica que haga emerger ese elemento simbólico, y contra-efectuar los acontecimientos, remontando la entropía propia a la efectuación; en suma, replegar el ser, bajo la condición del eterno retorno.

La idea de distancia positiva es topológica y de superficie, y excluye toda profundidad o toda elevación que devolverían lo negativo a la identidad. Nietzsche da el ejemplo de un

⁹ ID, p. 253 [236].

¹⁰ En *Diferencia y repetición* la noción de “símbolo” está en estrecha asociación con la individuación. El símbolo de la filosofía de la diferencia se instancia en las dos mitades ($\frac{1}{c}$) de la diferen- $\frac{1}{c}$ ciación, de las cuales la individuación asegura el encastre (DR, p. 358 [413]).

procedimiento semejante, que no debe confundirse con una identidad de contrarios (como banalidad de la filosofía espiritualista y lastimera). Nietzsche nos exhorta a vivir la salud y la enfermedad de tal modo que la salud sea un punto de vista viviente sobre la enfermedad, y la enfermedad un punto de vista viviente sobre la salud. [...] No se identifican los contrarios, se afirma toda su distancia, pero como aquello que los relaciona el uno al otro. La salud afirma la enfermedad cuando ella hace de su distancia con la enfermedad un objeto de afirmación. [...] Inversamente, no es cuando [Nietzsche] está enfermo que pierde la salud, sino cuando ya no puede afirmar la distancia [...]. La perspectiva —el perspectivismo— de Nietzsche es un arte más profundo que el punto de vista de Leibniz; porque la divergencia deja de ser un principio de exclusión, la disyunción deja de ser un medio de separación, lo imposible es ahora un medio de comunicación.¹¹

La comunicación de lo imposible es interferencia situada entre las distancias afirmadas. Lo que importa en cada caso no es la empiria de mi estado actual, la desgracia de mi enfermedad ni la dicha de mi salud, sino la capacidad de captar los jirones de virtualidad que disparan la puesta en variación continua de ese estado, la captación del mismo como una individuación fortuita en una serie que envuelve y es envuelta por otras tantas, como una instanciación de la variación o la singularidad que encarno actualmente, que no puede realizar sino en función de otra singularidad con respecto a la cual establezco y afirmo distancia. La multiplicidad virtual y la intensiva se hacen una en virtud de una práctica de las interferencias que diagonaliza todos los niveles de multiplicidades. El repliegue del ser, la reconfiguración de lo interior y lo exterior, es el objetivo de esa práctica, que alcanzamos en el desgarramiento del ejercicio

¹¹ LS, pp. 202-203 [179-180]. En el sentido de esta frase se juega una interpretación “topológica” del nietzscheanismo que se explicita en distintos textos de Deleuze: “Reencontramos aquí los derechos de una tipología e incluso de una topología en el movimiento de Zaratustra que va de lo alto a lo bajo, luego en el del asno, que invierte la profundidad, y que invierte el Sí y el No” (ID, p. 169 [159-160]).

trascendente de las facultades: “La fisura no es ni interior ni exterior, ella está en la frontera, insensible, incorporeal, ideal. Ella mantiene con lo que sucede en el interior y en el exterior relaciones complejas de interferencia y de cruzamiento, de intersección flotante”.¹² El vaivén intensivo es un permanente desplazamiento en la interferencia de lo actual y lo virtual, de lo implícito y lo explícito, de lo envolvente y lo envuelto.

El cruce de la matemática con la filosofía que intentamos realizar en este libro se acopla necesariamente a una lógica de las interferencias mucho más amplia; ella supone un intercambio no lineal, no biunívoco, en una zona de indiscernibilidad que se traza en función de un problema por resolver o un concepto por crear. Toda la fecundidad de esta lógica se desvanece cuando se es incapaz de afirmar la distancia entre las singularidades resonantes y las series divergentes, cuando se pretende reducir una disciplina a la otra, someter a una al criterio de validación de la otra. Esta actitud implica una rigidez en el punto de vista, una fijación en la distribución de las singularidades que determinan la actualización, tales que nada nuevo puede “pasar” por entre ellas. Es la actitud de quien se tapa los oídos frente al ruido del mundo. Una lógica de las interferencias supone que los límites de las disciplinas designan potencialidades, y no segmentaciones, así como una ontología univocista supone un rechazo de toda división del ser en géneros claros y distintos.

La posición de la filosofía —y de la ciencia— es, en este sentido, eminentemente política. La definición que Deleuze da en su *Abece-dario* de la izquierda es ilustrativa en este punto. Contra la “percepción” del mundo de derecha, que comienza por el sí mismo, la propia calle, el propio código postal o vecindad, y percibe desde ese centro espacios exteriores más vastos y abarcativos (la ciudad, el país, el continente...), la percepción de “izquierda” comienza por lo más ajeno —podríamos decir: por la frontera más exterior o el afuera más lejano—, y distribuye sucesivamente espacios

¹² LS, p. 181 [163].

encajonados hasta finalizar en el sí mismo: el europeo de izquierda, por ejemplo, ha de percibir los problemas del tercer mundo como tanto o más urgentes que los de su propio barrio.¹³

Esta definición, que se basa en una cierta idea de la vecindad y de la distancia, y en una distribución de los espacios a través de ellas, se prolonga en un segundo carácter del ser de izquierdas: la capacidad de devenir minoritario. El concepto fundamental de devenir es inseparable de una teoría de las multiplicidades (basta con ver los primeros párrafos de la extensa meseta sobre los devenires en *Mil mesetas*). La capacidad de devenir tiene que ver justamente con la posibilidad de desplazarse por zonas que rompan con el “patrón”, el elemento que introduce una métrica homogénea en la multiplicidad. En el caso de la multiplicidad social, el patrón es el hombre blanco, individuo insular, autónomo, heterosexual, adulto, propietario y burgués; este “modelo” constituye el centro de referencia con respecto al cual se miden (se comparan) los diferentes “espacios” que configuran el cuerpo social. Erigido como patrón, ese modelo simultáneamente bloquea y habilita las posibilidades de fuga hacia otras formas de subjetivación. Mientras que la percepción “de derecha” se fijaría en ese patrón e interpreta a partir de él toda forma de experiencia, la “de izquierda” intenta explotar las líneas que lo deshacen, que lo fuerzan a pasar a vecindades heterogéneas y a movimientos aberrantes, zonas de indiscernibilidad que abren la experiencia al afuera, a dimensiones inexploradas de la multiplicidad, que comprometen el cuerpo, que someten al sujeto a nuevos procesos morfogenéticos, a la reconfiguración de sus fronteras y por ende de sus distancias. Política, filosofía, matemática y literatura se trenzan en esta práctica de las multiplicidades que caracteriza el devenir:

Si las multiplicidades se definen y se transforman por la frontera que determina cada vez el número de sus dimensiones, se concibe la posibilidad de repartirlas sobre un mismo plano

¹³ Cf. *L'abécédaire de Gilles Deleuze*, video-entrevista con Claire Parnet, París, Vidéo Éditions Montparnasse, 1996, “G de gauche”.

donde las fronteras se sucedan trazando una línea rota. Es pues en apariencia que un tal plano «reduce» las dimensiones; porque las recoge a todas en la medida en que inscriben sobre él multiplicidades planas, y sin embargo de dimensiones crecientes o decrecientes. Es en términos grandiosos y simplificados que Lovecraft intenta enunciar esta última palabra de la brujería: «Las olas incrementaban su potencia, y le mostraban a Carter la entidad multiforme de la cual su fragmento actual no era sino una ínfima parte. Ellas le enseñaron que cada figura en el espacio no es más que el resultado de la intersección, por un plano, de una figura correspondiente y de mayor dimensión, así como un cuadrado es la sección de un cubo y un círculo la sección de una esfera. Del mismo modo el cubo y la esfera, figuras de tres dimensiones, son la sección de formas correspondientes a cuatro dimensiones que los hombres no conocen sino a través de sus conjeturas y sus sueños. A su vez estas figuras de cuatro dimensiones son la sección de figuras de cinco dimensiones, y así sucesivamente, remontando hasta las alturas inaccesibles y vertiginosas de la infinitud arquetípica...». Lejos de reducir a dos el número de dimensiones de las multiplicidades, el plano de consistencia las corta a todas, opera la intersección para hacer coexistir tantas multiplicidades planas de dimensiones cualesquiera. El plano de consistencia es la intersección de todas las formas concretas. Así, todos los devenires, como bosquejos de hechiceros, se escriben sobre el plano de consistencia, última Puerta, donde encuentran su fin.¹⁴

Somos, a cada momento, el “fragmento actual” de una totalidad vasta y fluyente, cuyas dimensiones interactúan, interfieren. Una multiplicidad está definida por su línea de frontera que determina sus dimensiones, y todas las multiplicidades se articulan a través de sus fronteras siguiendo la “línea rota” que las conecta a través de sus divergencias y distancias, línea oceánica del afuera, línea perpicada del fondo que sube.

¹⁴ MP, p. 307 [256]. El fragmento de Lovecraft citado proviene de “Through the gates of the silver key”; puede encontrarse completo en línea, URL: <http://www.hplovecraft.com/writings/texts/fiction/tgsk.aspx>; último acceso: 5 de julio de 2023.

La figura del mar toma en el pasaje de Lovecraft esa potencia del fondo. Las olas son los pliegues marítimos que se hacen y deshacen, manifestando el fondo insondable, la intersección de todas las intersecciones. El plano de inmanencia está laminado, hojaldrado, replegado. Siguiendo, resistiendo, atravesando sus ondulaciones, interferimos y somos interferidos, retrazamos fronteras.

Disolución y génesis de toda métrica, de toda forma, el devenir es la vida de las multiplicidades, la puesta en inmanencia del pensar y el ser, la apertura al ruido del mundo. Interferir es intervenir, y replegar.

Bibliografía

De Deleuze

- Deleuze, Gilles, *Nietzsche et la philosophie*, París, PUF, 1962. [*Nietzsche y la filosofía*, trad. C. Artal, Barcelona, Anagrama, 1998].
- , *La philosophie critique de Kant*, París, PUF, 1963. [*La filosofía crítica de Kant*, trad. M. A. Galmarini, Madrid, Cátedra, 1997].
- , *Le bergsonisme*, París, PUF, 1966. [*El Bergsonismo*, trad. L. Ferrero Carracedo, Madrid, Cátedra, 1987].
- , *Différence et répétition*, París, PUF, 1968. [*Diferencia y repetición*, trad. S. Delphy y H. Becaccece, Buenos Aires, Amorrortu, 2002].
- , *Spinoza et le problème de l'expression*, París, PUF, 1968. [*Spinoza y el problema de la expresión*, trad. D. Abadi, Buenos Aires, Isla Desierta, 2021].
- , *Logique du sens*, París, Minuit, 1969. [*Lógica del sentido*, trad. M. Morey, Buenos Aires, Paidós, 2013].
- y Félix Guattari, *L'anti-Œdipe. Capitalisme et schizophrénie 1*, París, Minuit, 1972. [*El antiedipo*, trad. F. Monge, Buenos Aires, Paidós, 2009].
- y Félix Guattari, *Kafka. Pour une littérature mineure*, París, Minuit, 1975. [*Kafka. Por una literatura menor*, trad. J. Aguilar Mora, Madrid, Editora Nacional, 2002].
- y Félix Guattari, *Mille Plateaux. Capitalisme et schizophrénie 2*, París, Minuit, 1980. [*Mil mesetas. Capitalismo y esquizofrenia*, trad. J. Vázquez Pérez, Valencia, Pre-textos, 1988].
- , *Cinéma 1. L'image-mouvement*, París, Minuit, 1983. [*La imagen-movimiento. Estudios sobre cine 1*, trad. I. Agoff, Barcelona, Paidós, 1984].

- , *Cinéma 2. L'image-temps*, París, Minuit, 1985. [*La imagen-tiempo. Estudios sobre cine 2*, trad. I. Agoff, Barcelona, Paidós, 1987].
- , *Foucault*, París, Minuit, 1986. [*Foucault*, trad. J. Vázquez Pérez, Buenos Aires, Paidós, 1987].
- , *Le pli. Leibniz et le baroque*, París, Minuit, 1988. [*El pliegue. Leibniz y el barroco*, trad. U. Larraceleta y J. Vázquez, Barcelona, Paidós, 1989].
- , *Pourparlers*, París, Minuit, 1990. [*Conversaciones*, trad. J. L. Pardo, Valencia, Pre-textos, 1996].
- y Félix Guattari, *Qu'est-ce que la philosophie ?*, París, Minuit, 1991. [*¿Qué es la filosofía?*, trad. T. Kauf, Barcelona, Anagrama, 1993].
- , *Critique et clinique*, París, Minuit, 1993. [*Crítica y clínica*, trad. T. Kauf, Barcelona, Anagrama, 1996].
- y Claire Parnet, *Dialogues*, París, Flammarion, 1996.
- , *L'île déserte et autres textes. Textes et entretiens 1953-1974*, París, Minuit, 2002. [*La isla desierta y otros textos. Textos y entrevistas (1953-1974)*, trad. J. L. Pardo, Valencia, Pre-Textos, 2005].
- , *Deux régimes de fous. Textes et entretiens 1975-1995*, París, Minuit, 2003. [*Dos regímenes de locos. Textos y entrevistas (1975-1995)*, trad. J. L. Pardo, Valencia, Pre-Textos, 2007].
- , *Lettres et autres textes*, París, Minuit, 2015 [*Cartas y otros textos*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2016].
- , *Derrames entre el capitalismo y la esquizofrenia*, trad. equipo editorial Cactus, Buenos Aires, Cactus, 2005.
- , *Derrames II. Aparatos de Estado y Axiomática capitalista*, trad. equipo editorial Cactus, Buenos Aires, Cactus, 2017.
- , *Exasperación de la filosofía: El Leibniz de Deleuze*, Buenos Aires, Cactus, 2006.
- , *Cine I: Bergson y las imágenes*, trad. S. Puente y P. Ires, Buenos Aires, Cactus, 2009.

- , *El saber. Curso sobre Foucault. Tomo I*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2013.
- , *El poder. Curso sobre el Foucault. Tomo II*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2014.
- , *La subjetivación. Curso sobre Foucault. Tomo III*, trad. P. Ires y S. Puente, Buenos Aires, Cactus, 2015.
- , *Lo actual y lo virtual*, trad. H. Cangi, Buenos Aires, Red Editorial, 2019.

Otras obras consultadas

- Abadi, Diego, *La teoría de la Idea en la filosofía deleuziana de la diferencia*, Tesis Doctoral realizada en co-tutela entre la UBA y la Université Paris 8, defendida el 28 de marzo de 2018, FFyL, UBA.
- Abel, Niels Henrik, *Œuvres complètes*, Christiania, Gründahl imprimeur-libraire, 1839.
- Alarcón, Sergio Alberto, de la Torre, Andrés, y Suescún, Carlos Mario, “El método de las tangentes de Fermat”, en *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, XIII, diciembre de 2005, pp. 101-123.
- Amarilla, Sebastián, Bertazzo, Georgina, y Santaya, Gonzalo (eds.), *Las potencias del continuo. Deleuze: ontología práctica 3*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2021.
- Babini, José, y Pastor, Julio Rey, *Historia de la matemática*, 2 vols., Barcelona, Gedisa.
- Badiou, Alain, *El ser y el acontecimiento*, trad. R. Cerdeiras, Alejandro Cerletti y Nilda Prados, Buenos Aires, Manantial, 2007.
- , *El clamor del ser*, trad. D. Scavino, Buenos Aires, Manantial, 1997.
- Bergson, Henri, *Ensayo sobre los datos inmediatos de la conciencia*, trad. J. M. Palacios, Salamanca, Sígueme, 2006.
- Boi, Luciano, Flament, Dominique, y Salanskis, Jean-Michel, *1830-1930: A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*, Berlín, Springer-Verlag, 1992.

- Boi, Luciano, *Le problème mathématique de l'espace*, Berlín, Springer-Verlag, 1995.
- , *Morphologie de l'invisible*, Limoges, Presses Universitaires de Limoges, 2011.
- Bontems, Vincent, "Algunos elementos para una epistemología de las relaciones de escala en Gilbert Simondon", en *Demarcaciones. Revista latinoamericana de estudios althusserianos, Dossier Simondon*, número 4, mayo de 2016.
- Bos, Hendrik Jan Maarten, "Differentials, Higher Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus", en *Archive for History of Exact Sciences*, Vol. 14, 1947.
- Bordas-Demoulin, Jean Baptiste, *Le cartésianisme ou la véritable rénovation des sciences*, París, J. Hetzel Libraire-éditeur, 1843.
- Boyer, Carl Benjamin, *The History of Calculus and its Conceptual Development*, Nueva York, Dover, 1959.
- , y Merzbach, Uta, *A History of Mathematics*, Nueva Jersey, John Willey & sons, 1968.
- Bowden, Sean, *The Priority of Events. Deleuze's Logic of Sense*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2011.
- , "The Intensive Expression of the Virtual: Revisiting the Relation of Expression in *Difference and repetition*", en *Deleuze Studies*, vol. 11, 2° entrega, 2017, pp. 216-239.
- Brouwer, Luitzen E. J., "On the foundations of mathematics", en Heyting, Arendt (ed.), *L. E. J. Brouwer selected works*, Vol. 1, Ámsterdam, North Holland Publishing Company, 1975.
- Brunschvicg, Léon, *Les étapes de la philosophie mathématique*, París, Alcan, 1912 (utilizamos su reedición por PUF, 1947).
- Burchill, Louise, "The Topology of Deleuze's Spatium", en *Philosophy Today*, n° 51, pp. 154-160, 2007.
- Cassou-Nogués, Pierre, "L'excès de l'état par rapport à la situation dans *L'être et l'événement* de A. Badiou", en *Methodos*, n°6, 2006 [en línea], consultado el 02/06/2023, URL : <http://journals.openedition.org/methodos/548>.

- Catrén, Gabriel, “De la filosofía como polifonía”, en *Nombres. Revista de filosofía*, año XX, n° 25, Córdoba, noviembre de 2011, pp. 75-92.
- , y Page, Julien, “On the notions of *indiscernibility* and *indeterminacy* in the light of the Galois-Grothendieck theory”, en *Synthese*, Vol. 191, n° 18, 2014, pp. 4377-4408.
- Châtelet, Gilles, *Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie*, París, Seuil, 1993.
- Clifford, Kingdon William, “On the Space-Theory of Matter”, en *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Mathematical and physical sciences*, Vol. II, Cambridge, Cambridge University Press, 1876.
- Clisby, Dale, “Intensity in Context: Thermodynamics and Transcendental Philosophy”, en *Deleuze Studies*, vol. 11, 2° entrega, 2017, pp. 240-258.
- , “¿El dualismo secreto de Deleuze? Versiones en disputa sobre la relación entre lo virtual y lo actual”, trad. P. Pachilla, en *Ideas. Revista de filosofía moderna y contemporánea*, año 2 - n° 4, primavera de 2016, pp. 120-148.
- Cossio, Carlos, *El derecho en el derecho judicial*, Buenos Aires, Abeledo Perrot, 1959.
- Dahan-Dalmedico, Amy, y Peiffer, Jeanne, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, París, Éditions du seuil, 1986.
- Datri, Edgardo, *Geometría y realidad física de Euclides a Riemann*, Buenos Aires, Eudeba, 1999.
- De Landa, Manuel, *Intensive Science and Virtual Philosophy*, Londres/Nueva York, Continuum, 2002.
- Descartes, René, *Oeuvres publiées. La dioptrique. Les météores. La géométrie. Traité de la mécanique. Abrégé de la musique*, París, ed. por F. G. Levrault, 1824.
- Destouches-Février, Paulette, “Rapports entre le calcul des problèmes et le calcul de propositions”, en *Comptes rendus hebdomadaires de séances de l'Académie des sciences*, enero de 1945.
- , “Manifestations et sens de la notion de complémentarité”, en *Dialectica*, Vol. 2, n° 3/4, 1948, pp. 383-412.

- Dequoy, Nicole, *Axiomatique intuitionniste sans négation dans la géométrie projective*, París, Gauthier-Villars, 1955.
- Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The logic of Difference*, Londres, Clinamen Press, 2006.
- , *Deleuze and the History of Mathematics. In Defense of the New*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2013.
- Dupuis, Joachim, *Gilles Deleuze, Félix Guattari et Gilles Châtelet. De l'expérience diagrammatique*, París, L'Harmattan, 2002.
- Euclides, *Elementos*, trad. M. L. Puertas Castaños, Madrid, Gredos, 1991.
- Evens, Aden, "Math Anxiety", en *Angelaki: Journal of the Theoretical Humanities*, n° 5:3, 2000, pp. 105-115.
- , *Sound Ideas. Music, Machines and Experience*, Minneapolis, University of Minnesota Press, 2005.
- , "The Surd", en Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The logic of Difference*, Londres, Clinamen Press, 2006, pp. 209-234.
- Ferreirós, José, "Estudio introductorio", en Riemann, Bernhard, *Riemanniana selecta*, Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 2000.
- Ferreyra, Julián, *Danza Turbulenta. Hegel y Deleuze*, Buenos Aires, La Cebra, 2022.
- , *L'ontologie du capitalisme chez Gilles Deleuze*, París, L'Harmattan, 2010.
- , "Deleuze's Bêtise: Dissolution and Genesis in the Properly Human Form of Bestiality", en *Comparative and Continental Philosophy*, Vol. 8, 1° entrega, 2016, pp. 26-36.
- , "Deleuze y el Estado", en *Deus Mortalis*, n° 10, 2011-2012, pp. 265-286.
- (comp.), *Intensidades deleuzianas. Deleuze y las fuentes de su filosofía III*, Buenos Aires, La Cebra, 2016
- , y Soich, Matías (eds.), *Deleuze y las fuentes de su filosofía*, Buenos Aires, La Al-mohada, 2014.

- Fréchet, Maurice, y Fan, Ky, *Introducción a la topología combinatoria*, trad. D. Nogués, Buenos Aires, Eudeba, 1959.
- Frege, Gottlob, *Fundamentos de la aritmética. Investigación lógico-matemática sobre el concepto de número*, trad. U. Moulines, Barcelona, Laia, 1972.
- Freudenthal, Gideon, *Salomon Maimon. Rational Dogmatic, Empirical Skeptic*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- Foucault, Michel, *L'archéologie du savoir*, Paris, Gallimard, 1969 (reimp. 2016).
- Galois, Évariste, *Oeuvres Mathématiques*, Gauthiers-Villars, París, 1951.
- Gauthier, Yvon, "Husserl and the Theory of Multiplicities «Mannigfaltigkeitslehre»", en Feist, Richard, *Husserl and the Sciences*, Ottawa, University of Ottawa press, 2004.
- Griss, Georg F. C., "Sur la négation (dans les mathématiques et la logique)" en *Synthese*, Vol. 7, No. 1/2, Ámsterdam, 1948.
- Guénon, René, *Les principes du calcul infinitésimal*, París, Gallimard, 1946.
- Gueroult, Martial, *La philosophie transcendante de Salomon Maimon*, París, Félix Alcan, 1929.
- , "El espacio, el punto y el vacío en Leibinz", trad. V. Rusconi, en Mc Namara, Rafael y Santaya, Gonzalo (eds.), *Deleuze y las fuentes de su filosofía V*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2017, pp. 251-282.
- Guigon, Ghislain, "Meinong on Magnitudes and Measurement", en *Meinong Studies*, n° 1, 2005, pp. 255-296.
- Hegel, Georg W. F., *Ciencia de la lógica*, trad. R. Mondolfo, Buenos Aires, Las cuarenta, 2013.
- Heffesse, Solange, Pachilla, Pablo y Schoenle, Anabella (eds.), *Lo que fuerza a pensar. Deleuze: ontología práctica*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2019.
- Herszembraun, Miguel, *La antinomia de la razón pura en Kant y Hegel*, Madrid, Alameda ediciones, 2018.

- Heyting, Arendt, *Les fondements mathématiques. Intuitionnisme. Théorie de la démonstration*, París, Gauthier-Villars, 1955.
- , *Intuitionism. An introduction*, Ámsterdam, North Holland Publishing Company, 1956.
- Husserl, Edmund, *Lógica formal y Lógica trascendental*, trad. L. Villoro, México DF, Universidad Nacional Autónoma de México, 1962.
- , *Investigaciones lógicas I*, trad. de J. Gaos y M. García Morente, Madrid, Alianza, 2006.
- Hoëné Wronski, Josef Maria, *Philosophie de la technie algorithmique*, París, Didot l'ainé, 1815.
- , *Philosophie de l'infini*, París, Didot l'ainé, 1814.
- Ierna, Carlo, "La notion husserlienne de multiplicité : au-delà de Cantor et Riemann", en *Methodos. Savoirs et textes*, n° 12, 2012.
- Jedrzejewski, Franck, "Deleuze et la Géométrie riemannienne: Une Topologie des Multiplicités", en Ji, Lizhen, Papadopoulos, Athanase, y Yamada, Sumio (eds.), *From Riemann to Differential Geometry and Relativity*, Cham, Springer International Publishing, 2017, pp. 311-328.
- Kaminsky, Gregorio, *Escrituras interferidas. Singularidad, resonancias, propagación*, Buenos Aires, Paidós, 2000.
- Kant, Immanuel, *Crítica de la razón pura*, trad. M. Caimi, Buenos Aires, Colihue, 2008.
- Kline, Morris, *Historia del pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días*, trad. M. Martínez, J. Tarrés y A. Casal, Madrid, Alianza, 1992.
- Kretschel, Verónica, y Osswald, Andrés (eds.), *Deleuze y las fuentes de su filosofía II*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2015.
- Klein, Felix, *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Arithmetic, algebra, analysis*, Nueva York, Dover publications, 1945.
- , *Programa de Erlangen o Consideraciones comparativas sobre las investigaciones geométricas modernas*, trad. F. Cocho, en *Revista del seminario de enseñanza y titulación*, año 2, número 4, México DF, 1985.

- Kunzru, Hari, “Michel Serres Interview” [en línea], consultado el 02/06/2023, URL: <https://web.archive.org/web/20120227004158/http://www.hari-kunzru.com/michel-serres-interview-1995>.
- Lagrange, Joseph-Louis, “Réflexions sur la résolution algébrique des équations”, en *Œuvres complètes de Lagrange*, T. III, París, Gauthier-Villars, 1869.
- Lautman, Albert, *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, París, Hermann, 1938.
- , *Symétrie et dissymétrie en mathématiques et physique – Le problème du temps*, 2 tomos, París, Hermann, 1946.
- , “De la realidad inherente a las teorías matemáticas”, trad. F. Zalamea, en Lautman, Albert, *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas*, Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2010.
- Lee, John M., *Riemannian Manifolds. An introduction to curvature*, Nueva York, Springer-Verlag, 1997.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm, *Mathematische Schriften*, Halle, C. I. Gerhardt, 1859.
- , *The early mathematical writings*, Chicago, The open court publishing Company, 1920.
- Maimon, Salomon, *Versuch über die Transzendentalphilosophie*, en el T. II de su *Gesammelte Werke*, Hildesheim, editados por V. Verra, G. Olms, 1965.
- Mc Namara, Rafael, *La ontología del espacio de Gilles Deleuze*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2022.
- Meillasoux, Quentin, *Après la finitude. Essai sur la nécessité de la contingence*, París, Seuil, 2006.
- Meinong, Alexius, “Über die Bedeutung des Werberschen Gesetzes”, en *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane*, n° 11, 1896.
- Metatheoria. Revista de filosofía e historia de la ciencia* [en línea], Vol. 10, n° 2, Editorial de la Universidad Nacional de Tres de Febrero, 2020 (URL: <https://doi.org/10.48160/18532330me10.2>)

- Miranda, Francisco Xavier, *La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel*, Navarra, Ediciones de la Universidad de Navarra, 2003.
- Nasio, Juan David, *Topologerías*, trad. de J. L. Etcheverry, Buenos Aires, Amorrortu, 2007.
- Newton, Isaac, y Leibniz, Gottfried Wilhelm, *El cálculo infinitesimal*, trad. J. Babini, Buenos Aires, Eudeba, 1977.
- Paestch, John, “Illicit Continuities: The Riemannian Monstrosity at the Heart of Deleuze’s Bergsonism”, en *Deleuze and Guattari Studies*, vol. 12, 3° entrega, 2018, pp. 336-352.
- Pascal, Blaise, *Traité des sinus du quarte de cercle*, en *Oeuvres de Blaise Pascal. Ouvrages de mathématiques*, T. V, París, Lefèvre, 1819.
- Poincaré, Henri, “Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle”, en *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 3 (7), París, Elsevier, 1881, pp. 375-422.
- , *Science et hypothèse*, París, Flammarion, 1902.
- Protevi, John, “An Approach to *Difference and Repetition*”, en *Journal of Philosophy: a Cross-Disciplinary Inquiry*, Vol. 5, 11° entrega, 2010, pp. 35-43.
- Riemann, Bernhard, “Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie”, trad. francesa de Jules Houël, en Riemann, Bernhard, *Œuvres mathématiques*, París, Gauthier-Villars, 1898.
- Rosado Haddock, Guillermo E., “Husserl and Riemann”, en Centrone, Stefania (ed.), *Essays on Husserl’s Logic and Theory of Mathematics*, Dordrecht, Springer, 2017.
- Rosny, Joseph Henri, *Les sciences et le pluralisme*, París, Felix-Alcan, 1930.
- Rougier, Louis, *En marge de Curie, de Carnot et d’Einstein*, París, Chiron, 1922.
- Rovelli, Carlo, “Physics Needs Philosophy. Philosophy Needs Physics”, en *Foundations of Physics*, n° 48, 2018, pp. 481-491.
- Russell, Bertrand, *The Principles of Mathematics*, Londres, Routledge, 2010.

- , "Review of Meinong", en *Mind*, n° 8, abril de 1899.
- Salanskis, Jean-Michel, "Ideas and Destination", en Patton, Paul (ed.), *Deleuze. A Critical Reader*, Oxford, Blackwell, 1996.
- Santaya, Gonzalo, *El cálculo trascendental. Gilles Deleuze y el cálculo diferencial: ontología e historia*, Buenos Aires, RAGIF Ediciones, 2023 (2da edición).
- , "La potencia como medio de diferenciación en la inmanencia. Deleuze, lector de Schelling, lectores de Spinoza", en *Areté*, 33(1), 2021, pp. 119-146.
- , "Deleuze y la onto-topología de la expresión: el pliegue como movimiento fundamental de la ontología de la inmanencia", en *Ágora. Papeles de filosofía*, 40(2), 2021, pp. 185-205.
- , "Dialéctica, estructura y génesis. La presencia de Lautman en lo virtual deleuziano", en *Valenciana. Estudios de Filosofía y Letras*, n° 30, Universidad de Guanajuato, julio 2022, pp. 161-180.
- , "Círculo vicioso y revolución crítica en la teoría de los problemas: El rol del álgebra en la filosofía trascendental deleuziana", en *Kriterion. Revista de filosofía*, vol. 62 n° 151, Belo Horizonte, diciembre de 2021, pp. 845-868.
- Sauvagnargues, Anne, *Deleuze. L'empirisme transcendantal*, París, PUF, 2009.
- Seifert, Herbert, y Threlfall, William, *A Textbook on Topology*, Nueva York, Academic Press, 1980.
- Scholz, Erhard, "Carl F. Gauss, el «gran triángulo» y los fundamentos de la geometría", en *La gaceta de la RSME*, Vol. 8.3, 2005, pp. 683-712.
- Serres, Michel, *La comunicación. Hermes I*, trad. R. Páez, Buenos Aires, Almagesto, 1996.
- , *Hermes II. La interferencia*, trad. E. Pagani, Buenos Aires, Almagesto, 2000.
- , *La naissance de la physique*, París, Minuit, 1977
- Simondon, Gilbert, *La individuación a la luz de las nociones de forma y de información*, trad. P. Ires, Buenos Aires, Cactus – La Cebra, 2009.

- Simont, Juliette, *Essai sur la quantité, la qualité, la relation chez Kant, Hegel, Deleuze. Les fleurs noirs de la logique philosophique*, París, L'Harmattan, 1997.
- Smith, Daniel, "Axiomatics and Problematics as Two Modes of Formalization: Deleuze's Epistemology of Mathematics", en Duffy, Simon (ed.), *Virtual Mathematics. The logic of Difference*, Londres, Clinamen Press, 2006, pp. 145-168.
- , "Badiou", en Smith, Daniel, *Essays on Deleuze*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2012, pp. 287-311.
- Sommers-Hall, Henry, *Hegel, Deleuze and the Critique of Representation. Dialectics of Negation and Difference*, Nueva York, State University of New York Press, 2012.
- Snygg, John, *A new approach to differential geometry using Clifford's geometric algebra*, Nueva York, Springer, 2010.
- Spinoza, Baruch, *Ética demostrada según el orden geométrico*, trad. M. Machado, Méjico, Porrúa, 1997.
- Thom, René, *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, París, Christian Bourgois éditeur, 1980.
- , *Paraboles et catastrophes. Entretiens sur les mathématiques, la science et la philosophie*, París, Flammarion, 1983.
- Torretti, Roberto, *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1978.
- , *El paraíso de Cantor. La tradición conjuntista en filosofía matemática*, Santiago, Editorial Universidad Andrés Bello, 1998.
- Van Dalen, Dirck et. Al., *One Hundred Years of Intuitionism, The Cerisy Conference*, Berlín, Birkhäuser, 2008.
- , L. E. J. Brouwer. *Topologist, intuitionist, philosopher. How mathematics is rooted in life*, Londres, Springer, 2013.
- Verriest, Gustave, "Évariste Galois et la théorie des équations algébriques", en *Revue des questions scientifiques*, mayo-junio de 1934, pp. 320-373.

- Vilela, Nicolás, *Comunología. Del pensamiento nacional al pensamiento de la militancia*, Buenos Aires, Cuarenta Ríos, 2021.
- Voss, Daniela, *Conditions of Thought: Deleuze and Transcendental Ideas*, Edimburgo, Edinburgh University Press, 2013.
- Vuillemin, Jules, *La philosophie de l'algèbre*, París, PUF, 1962.
- Weyl, Hermann, *Temps, espace, matière. Leçons sur la théorie de la relativité générale*, París, Albert Blanchard, 1922.
- Whitehead, Alfred Norbert, *A Treatise on Universal Algebra*, Cambridge, Cambridge University Press, 1898.
- Williams, James, "Science and Dialectics in the Philosophies of Deleuze, Bachelard and DeLanda", en *Paragraph*, vol. 29, n° 2, 2006, pp. 98-114.
- Woodcock, Alexander, y Davis, Monte, *Teoría de las catástrofes*, trad. M. Sansigre, Madrid, Cátedra, 1986.
- Worms, Frédéric, "Between Critique and Metaphysics. Science in Bergson and Brunschvicg", en *Angelkai: Journal of the Theoretical Humanities*, n° 10:2, 2005, pp. 39-57.
- Zourabichvili, François, "Approche du couple dedans-dehors chez Deleuze", en *Universitas Philosophica*, 37(74), 2020, pp. 253-265.

Otros títulos deleuzianos en RAGIF Ediciones

Introducción en Diferencia y repetición
(Deleuze: ontología práctica 2)
Matías Soich y Julián Ferreyra (eds.)

El cálculo trascendental (Deleuze
y las fuentes de su filosofía IV)
Gonzalo Santaya

La ontología del espacio de Gilles Deleuze
(Deleuze y las fuentes
de su filosofía VII)
Rafael Mc Namara

*El enigma de lo trascendental: la relación
Idea-intensidad* (Deleuze
y las fuentes de su filosofía VIII)
Rafael Mc Namara y Andrés Osswald
(eds.)

*Deleuze 1968-1980: continuidades
y rupturas* (Deleuze y las fuentes
de su filosofía X)
Julián Ferreyra y Pablo Pachilla (eds.)

Entre mundos posibles
(Deleuze: ontología práctica 4)
Verónica Kretschel, Randy Haymal
e Iván Paz (eds.)

Próximos títulos

Deleuze y el Estado
(Deleuze: ontología práctica 5)
Julián Ferreyra

Deleuze y las fuentes de su filosofía XI
Solange Heffesse y Gonzalo Santaya
(eds.)

Gonzalo Santaya

Interferencias Intelectuales

La onto(topo)logía de Gilles Deleuze

¿Qué significa que *el adentro es el afuera*? ¿O que el sentido es la continuidad del anverso y el reverso? ¿O que la subjetividad es un *pliegue*, como la invaginación de un tejido embriológico? ¿O que el Ser y el pensar son lo mismo en cuanto alcanzan el punto extremo de su diferencia? ¿O que la filosofía es la teoría de las multiplicidades? Todas estas fórmulas deleuzianas están inspiradas en la topología, la rama de la matemática que estudia espacios deformables, no orientables, de n dimensiones.

Este libro traza un doble recorrido: por un lado, despliega la tesis de que el pensamiento filosófico es capaz de *crear* sólo en cuanto es activado o motivado por *interferencias con su afuera*, con eventos y disciplinas “no filosóficas”; por otro lado, explora la línea de las interferencias matemáticas en *Diferencia y repetición*, desde el cálculo diferencial hasta la topología (pasando por la teoría de grupos y las multiplicidades de Riemann), para reconstruir desde ese ángulo el sistema ontológico de esta obra deleuziana. Santaya recoge, revisita y redespiega sus investigaciones sobre el cálculo diferencial (publicados en *El cálculo trascendental*) para mostrar cómo y en qué sentido la matemática es una pieza clave para la expresión de la intuición filosófica fundamental que se desarrolla a lo largo de toda la obra deleuziana.

ISBN 978-631-6784-03-2



9 786316 784032



RAGIF
EDICIONES

Deleuze y las fuentes
de su filosofía IX